

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ И ОРГАНИЗАЦИИ
ПРОМЫШЛЕННОГО ПРОИЗВОДСТВА
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

А.А. ЦЫПЛАКОВ

**АГЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
МНОГООТРАСЛЕВОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ
ЭКОНОМИКИ**

Новосибирск
2025

УДК 338.92
ББК 65.9(2Р)30-2
Ц972

DOI 10.36264/978-5-89665-397-4-2025-030

Рецензенты:

д.э.н. К.П. Глущенко, д.э.н. Е.В. Зандер, д.э.н. Т.С. Новикова

Ц972 **Цыплаков А.А.** Агентное моделирование многоотраслевой пространственной экономики. – Новосибирск: Изд-во ИЭОПП СО РАН, 2025. – 488 с.

ISBN 978-5-89665-397-4

Агент-ориентированная модель – это создаваемая на компьютере виртуальная система, включающая множество взаимодействующих агентов, в которой динамика на системном уровне (макроуровне) порождается действиями и связями отдельных агентов микроуровня. В данной монографии дано подробное описание агентного подхода к моделированию с точки зрения его использования в экономических приложениях. Изложение идет от методологического обоснования и базовых понятий к полезным инструментам моделирования. Монография заканчивается описанием агент-ориентированной модели российской экономики, с помощью которой можно осуществлять полноценный сценарный анализ. В рамках модели проведен ряд экспериментальных расчетов, связанных с изменением бюджетных параметров и экономической динамикой.

Монография рассчитана на специалистов, интересующихся прикладным компьютерным моделированием экономических систем. Также она может быть полезна студентам, занимающимся экономико-математическим моделированием.

Монография выполнена в рамках государственного задания по плану НИР ИЭОПП СО РАН. Проект 5.6.6.4. (0260-2021-0007) «Инструменты, технологии и результаты анализа, моделирования и прогнозирования пространственного развития социально-экономической системы России и ее отдельных территорий», № 121040100262-7.

УДК 338.92
ББК 65.9(2Р)30-2

ISBN 978-5-89665-397-4

© Цыплаков А.А., 2025
© ИЭОПП СО РАН, 2025

Введение

Территориальная, отраслевая, социальная структура экономики достаточно сложна и непрерывно меняется. Комплексный характер носят взаимосвязи между частями экономики, причем структура экономических взаимосвязей имеет нетривиальное пространственное измерение. Сложность структуры и пространственная составляющая проявляются в потоках ресурсов между частями экономики. При этом происходящие в ней процессы являются в существенной степени децентрализованными. Не существует какого-то единого органа, который бы определял направления и интенсивность взаимодействий между частями экономики, устанавливал уровни цен на товары, объемы производства или потребления отдельных экономических агентов. Это ограничивает применимость для целей анализа моделей, в основе которых лежат задачи оптимизации пропорций экономики. Среди наблюдаемых явлений, которые сложно воспроизвести в рамках таких моделей, можно назвать, например, внутриотраслевую торговлю, когда близкие товары перевозят навстречу друг другу.

Децентрализованное поведение агентов может рассматриваться в неоклассической равновесной парадигме, например, с помощью вычислимых моделей общего равновесия. Потенциально модели общего равновесия способны отразить взаимосвязи между частями экономики, если они действуют через рыночную торговлю и ценовой механизм. Особый интерес с этой точки зрения представляют модели, которые учитывают продуктовую дифференциацию и несовершенную конкуренцию. Однако равновесные модели имеют ряд общих недостатков: они предполагают оптимизирующее поведение агентов и полную информированность; они не могут отразить неравновесную динамику и в целом любую достаточно сложную динамику. В частности, использование равновесного моделирования могут затруднять проблемы не существования и неединственности равновесия. Кроме того, в рамках равновесной концепции цены используются для балансирования спроса и предложения, но само наличие единых цен на каждом рынке, уравнивающих всю экономику, неизвестно как формирующихся – это очень спорная конструкция. Наконец, во многих популярных равновесных моделях для упрощения анализа вводятся так называемые репрезентативные агенты.

В целом экономика – это сложная система, состоящая из множества различных взаимосвязанных частей. Решения в экономике принимаются разными лицами, причем у каждого принимающего решения лица могут быть свои особые цели, поведенческие схемы, частная информация и т. д. В то же время многие прикладные и теоретические модели сильно огрубляют эту сложную картину, рассматривая агрегированные показатели или репрезентативных агентов. При этом экономические явления, для которых принципиально важным является разнородность отдельных экономических агентов и частей экономики (например, групп населения или отдельных территорий), остаются за рамками анализа. В условиях российской экономики неоднородность экономической деятельности является важным аспектом. Для моделирования экономики России и экономик других стран с обширной территорией особенно важен учет пространственной неоднородности. Кроме того, для анализа социальной политики и в целом влияния государственной политики на благосостояние населения важную роль играет дифференциация домохозяйств по доходам и другим характеристикам.

Все это говорит о том, что для адекватного представления состояния, структуры и развития таких обширных экономик, как экономика России, требуется соответствующий модельный инструментарий. В качестве альтернативы подходам, опирающимся на агрегирование, общесистемные оптимизационные задачи или концепцию равновесия, предлагается использовать для целей моделирования имитационный подход, основанный на рассмотрении поведения многих автономных экономических агентов – так называемые *агент-ориентированные модели (АОМ)* [Bonabeau, 2002; Tesfatsion, 2006; Макаров, Бахтизин, 2013; Turrell, 2016; Axtell, Farmer, 2022]. В рамках агентного подхода возможно создание вычислимой модели национальной экономики, которая бы отражала ключевые стороны экономической деятельности: производство, потребление, товарные потоки, использование трудовых ресурсов, внешнюю торговлю и т. д. при явном учете пространственного фактора. Отличительным свойством АОМ является то, что эволюция системы представляется как результат индивидуальных действий множества входящих в нее агентов. Здесь открывается перспектива для анализа сложных структурных процессов, происходящих в экономике. Агент-ориентированный подход может связать

микроуровень и с мезо- и макроуровнем, а также улучшить наше понимание фундаментальных экономических отношений.

При использовании агент-ориентированного подхода к моделированию экономическая система представляется в виде агент-ориентированной модели, то есть имитационной модели, состоящей из некоторого количества виртуальных автономных агентов, действующих в содержащей их среде. Методом исследования экономической системы является проведение компьютерных экспериментов с агент-ориентированной моделью. Изменяя параметры, меняя сценарии экспериментов, можно делать прогнозы о поведении изучаемой системы в разных условиях [Шеннон, 1978; Fontana, 2006].

Перспективность агент-ориентированного подхода отмечена рядом известных экономистов-теоретиков. Это, в частности, Кеннет Эрроу (нобелевский лауреат, один из создателей классической теории общего равновесия) (см. его отзыв на обложке [Epstein, 2006]), Алан Кирман (напр. [Gallegati, Kirman, 2012]), Дункан Фоули [Farmer, Foley, 2009], Аксель Лейонхуфвуд [Leijonhufvud, 2006]. В составе исследовательских групп прикладным агент-ориентированным моделированием занимались такие крупные специалисты по государственной экономической политике, как Гэрет Майлз [Hashimzade et al., 2015] и Джозеф Стиглиц [Caiani et al., 2016]. Роль частных цен в процессе сходимости к общему равновесию изучал с помощью агент-ориентированного подхода известный исследователь в области поведенческой экономики Герберт Гинтис [Gintis, 2007]. В изучении ряда макроэкономических вопросов с помощью АОМ принимал участие макроэкономист Питер Ховитт [Ashraf, Gershman, Howitt, 2016]. Среди российских экономистов, развивающих агент-ориентированный подход, следует отметить В. Л. Макарова и А. Р. Бахтизина [Макаров, Бахтин, 2013]. Одну из ранних агент-ориентированных моделей разработал нобелевский лауреат в области экономики Томас Шеллинг [Schelling, 1971]. Близкое по духу агентному моделированию микроимитационное моделирование разработал и многие годы им занимался Гай Оркатт [Orcutt, 1957; Orcutt, Caldwell, Wertheimer, 1976]. Известный исследователь экономического неравенства Энтони Атkinson участвовал в разработке микроимитационных моделей налогов и пособий [Atkinson et al., 2017]. В целом можно говорить о том, что, хотя АОМ пока не стали ча-

стью экономического «мейнстрима», но они имеют весомую поддержку среди авторитетных ученых-экономистов.

В настоящее время агент-ориентированные модели широко используются в самых разных областях: дорожное движение [Nguyen et al., 2021], финансовые рынки [Iori, Porter, 2018], рынки электроэнергии [Weidlich, Veit, 2008], макроэкономика [Dawid, Delli Gatti, 2018] и т. д.

Основной результат, представленный в монографии, – это **агент-ориентированная многорегиональная межотраслевая модель «затраты–выпуск» (АОМММ)**, разрабатываемая автором в сотрудничестве с другими исследователями из ИЭОПП и НГУ. Модель нацелена на отражение процессов, происходящих в российской экономике в целом.

По словам Дж. Фармера и Д. Фоули, «основательная попытка понять экономику в целом с помощью агент-ориентированного моделирования потребует интеграции моделей финансового взаимодействия с моделями промышленного производства, недвижимости, государственных расходов, налогов, бизнес-инвестиций, внешней торговли и иностранных инвестиций, а также с поведением потребителей... Создание тщательно проработанной агентной модели экономики в целом, как и моделирование климата, требует огромных усилий. Это требует тесной обратной связи между имитационным моделированием, тестированием, сбором данных и развитием теории» [Farmer, Foley, 2009, p. 686]. Данная монография не претендует на столь тщательную проработку предлагаемых моделей. В то же время можно надеяться, что она является продвижением в правильном направлении. В частности, в ней отработаны многие важные детали и «ингредиенты», на основе которых можно в дальнейшем строить более совершенные модели.

Построенная агент-ориентированная модель экономики отличается от существующих моделей тем, что в ней одновременно присутствуют следующие особенности: во-первых, моделируется экономика страны в целом, во-вторых, имеется несколько взаимозависимых отраслей, и в-третьих, учитывается в явном виде размещение агентов в пространстве и принадлежность к регионам.

Перечислим также наиболее интересные методы и алгоритмы, которые использованы для АОМММ и описываются в монографии:

- Предложено формальное представление для агент-ориентированных моделей: пошаговая формализация с действиями.
- Для более адекватного моделирования поведения экономических агентов в агент-ориентированной модели разработаны алгоритмы обучения. Это метод адаптивных ожиданий с меняющимся коэффициентом, зависящим от показателя опытности, и метод адаптивной регрессии на основе SQ-фильтра.
- Разработан механизм рыночной торговли, основанный на модели выбора поставщика (модели привлекательности), модифицированной с учетом эластичности спроса, и учитывающий несовершенство конкуренции, неполную рациональность и ограниченность информации.
- Предложена система показателей, позволяющая анализировать результаты работы АОМММ, в частности сбалансированные таблицы «затраты–выпуск», включающие раздел распределения и перераспределения доходов.
- Разработана общая программная архитектура АОМ, основанная на объектно-ориентированном программировании агентов с механизмом рассылки сообщений с помощью двух стеков.
- Для инициализации отдельных составляющих агент-ориентированной модели широко использован метод систематической выборки.
- Предложены методы анализа и оптимизации параметров государственной политики в рамках агент-ориентированной модели на основе изоэластичной функции общественного благосостояния.

Наиболее близки к теме настоящего исследования такие агент-ориентированные модели, которые представляют экономику отдельной страны или группы стран в целом, а не какую-то отдельную часть или отдельное явление. Здесь, безусловно, следует отметить гибридную АОМ ЦЭМИ РАН [Бахтизин, 2008; Макаров, Бахтизин, 2013], которая представляет экономику России. Большой прогресс в последние годы достигнут в развитии так называемых макроэкономических АОМ. В этих моделях подчеркиваются те аспекты, которые традиционно изучаются в макроэкономике, таких

как денежная политика центрального банка, инфляция, экономические циклы, экономический рост и т. п. Здесь можно назвать такие семейства моделей, как Eurace [Deissenberg, Hoog, Dawid, 2008], Eurace@Unibi [Dawid et al., 2012], модели K+S [Dosi et al., 2010], Jamel [Salle, Seppacher, 2018], Lagom [Mandel et al., 2009]. В целом можно резюмировать, что в рамках этого направления появились стандартизированные подходы к моделированию таких аспектов, как ценообразование, краткосрочное планирование производства, формирование ожиданий, взаимодействие агентов, технические изменения в производстве. Вместе с тем, адекватное представление структурных изменений в многоотраслевой пространственной экономике в рамках агент-ориентированных моделей пока что представляет собой нерешенную задачу.

Направленность настоящего исследования на агентное моделирование пространственных явлений обусловило использование имеющихся наработок в этой области. Пространственные АОМ широко распространены и относятся к самым разным областям: эпидемиология [Hunter, Mac Namee, Kelleher, 2018], демография [Benenson, Omer, Hatna, 2002], экология [Mathevet et al., 2003], транспорт [Aziz et al., 2018], землепользование [Filatova, 2015], геомаркетинг [Balać, Ciari, 2014] и т. д. При этом, несмотря на преимущества агент-ориентированного подхода в моделировании пространства, существует не так много экономических АОМ в многорегиональной или многострановой постановке. В частности, это многорегиональные АОМ Eurace@Unibi [Dawid et al., 2019], LAGOM Regio [Wolf et al., 2013], многострановые Eurace Open [Petrović et al., 2017], AB-SFC [Caiani, Catullo, Gallegati, 2018] и K+S [Dosi, Roventini, Russo, 2019]. Эти макроэкономические АОМ схожи в том, что регионы или страны в них в пространственном отношении представляют собой точки и не детализируются. Более явно пространство задается в модели PolicySpace [Furtado, 2018], относящейся не к стране в целом, а к отдельной области страны (Бразилии).

С точки зрения моделирования государства и государственной экономической политики наибольший интерес представляют уже упоминавшиеся макроэкономические АОМ, а также микроимитационные модели, такие как EUROMOD [Immervoll, O'Donoghue, 2009]. Макроэкономические АОМ в основном ограничиваются вопросами

макроэкономической политики, в особенности денежно-кредитной, а область социальных вопросов, решаемых государством, часто сводится просто к выплате пособий по безработице. Различные аспекты экономической роли государства рассмотрены в нескольких моделях ЦЭМИ РАН; см., напр., [Бахтизин, 2008].

Модель АОМММ опирается на балансовые оптимизационные модели, разрабатываемые в ИЭОПП, в особенности на Оптимизационную межотраслевую межрегиональную модель (ОМММ), с ее акцентом на межрегиональные и межотраслевые взаимодействия [Суслов и др., 2022]. Один из вариантов малоразмерной ОМММ используется для инициализации [Гамидов, Доможиров, Ибрагимов, 2013]. В частности, при моделировании производственных технологий частных фирм и государственных предприятий используются те же самые леонтьевские технологии, а технологические коэффициенты для них основаны на ОМММ и, в конечном счете, таблице «затраты–выпуск» российской экономики. (Действующий сейчас вариант модели откалиброван по статистическим данным 2015 г.) Также используется похожее разбиение на регионы и производственные секторы. В настоящий момент в модели 6 производственных отраслей и 3 макрорегиона, причем модель допускает дальнейшую детализацию. Существенным отличием АОМММ от балансовых моделей является то, что в ней в явном виде моделируется структура конечного использования, распределение доходов, государственный сектор, включающий производство общественных благ и социальную сферу.

Существенное влияние на конструкцию АОМММ оказали теоретические микроэкономические модели и модели общего равновесия (Эрроу–Дебре). Стационарное состояние, к которому приходит виртуальная агент-ориентированная экономика в долгосрочном плане при неизменности технологий и других фундаментальных параметров экономики, во многом аналогично состоянию общего равновесия в экономической теории, а имитационные эксперименты по сопоставлению сценариев при выходе на стационарность аналогичны теоретическому анализу сравнительной статики. Алгоритмы, отвечающие за поведение агентов, построены с учетом классических микроэкономических моделей, но не включают явные оптимизационные задачи.

В поведении агентов-покупателей в АОМММ также можно найти аналогии с моделями привлекательности в маркетинге [Cooper, Nakanishi, 1988], моделью условного логита [McFadden, 1973] и моделями несовершенной конкуренции в условиях продуктовой дифференциации [Dixit, Stiglitz, 1977; Anderson, de Palma, Thisse, 1992]. При этом в основе продуктовой дифференциации в АОМММ лежит неполная рациональность и несовершенство информации, а не стремление к разнообразию, как в моделях, восходящих к подходу Диксита–Стиглица. Подход к транспортным издержкам аналогичен тем подходам, которые применяются во многих моделях теории отраслевых рынков, учитывающих пространственный аспект.

Таким образом, с одной стороны, АОМММ опирается на надежный фундамент классической экономической теории, а с другой, принадлежит к классу прикладных моделей, по которым накоплен большой практический опыт работы в ИЭОПП СО РАН.

При разработке алгоритмов поведения экономических агентов учитывались те наработки, которые имеются в сфере машинного обучения (обучение с подкреплением, использование мягкого максимума [Sutton, Barto, 2018]), а также эконометрические методы (методы экспоненциального сглаживания [Hyndman et al., 2008], нелинейные негауссовские модели пространства состояний [Tanizaki, 1996], модели временных рядов семейств GAS [Creal, Koopman, Lucas, 2013] и DSC [Harvey, 2013]).

Для анализа результатов моделирования в АОМММ используются таблицы потоков, в основе которых лежат известные конструкции: таблицы «затраты–выпуск» [United Nations, 2018], принцип четверной записи [Copeland, 1952], матрица транзакций-потоков [Godley, Lavoie, 2007], матрицы социальных счетов [Макаров и др., 2021].

В анализе последствий государственной политики с точки зрения благосостояний населения с учетом неприятия неравенства используется модифицированная изоэластичная функция общественного благосостояния [Atkinson, 1987] и связанный с ней показатель неравенства Аткинсона [Atkinson, 1970]. Меняя параметры государственной политики, можно анализировать сопутствующие изменения показателя благосостояния при данном параметре неприятия неравенства.

Информационной базой модели АОМММ послужила мало-размерная модель ОМММ, которая, в свою очередь, основана на данных Росстата, в том числе на таблице «затраты–выпуск». Также использовались данные о географических координатах городов РФ, численности населения городов, статистические данные о количестве предприятий и об отгрузке продукции в разрезе видов экономической деятельности и субъектов РФ.

Программная архитектура модели основана на таких принципах, которые облегчают модификации, введение в модель новых блоков и совершенствование существующих. В частности, детальность описания экономики можно усиливать и переходить ко все более подробным алгоритмам поведения агентов и способам их взаимодействия, повышая тем самым степень соответствия между моделью и реальной экономикой.

Результаты построения АОМММ могут в дальнейшем использоваться по двум основным направлениям. Во-первых, за счет гибкости модельной конструкции можно развивать существующую модель, совершенствуя и обновляя исходную информацию, увеличивая число отраслей, регионов, агентов, совершенствуя алгоритмы поведения агентов, пополняя модель теми аспектами, которые еще не были охвачены, и т. д. Во-вторых, богатый опыт, накопленный при построении АОМММ, может быть использован при построении других моделей.

В монографии дано подробное описание агентного подхода к моделированию с точки зрения его использования в экономических приложениях. Изложение последовательно идет от методологического обоснования и базовых понятий к полезным инструментам моделирования и описания целого ряда агентных моделей, включая АОМММ.

На примере АОМММ монография дает целостную картину работы с агентной моделью на всех этапах, включая общую конструкцию и отдельные составляющие модели, подход к ее инициализации, методы и инструменты обработки результатов работы модели, способы ее использования для анализа государственной политики.

Таким образом, монографию можно использовать для обучения агентному моделированию. Это касается и специалистов, интересующихся прикладным компьютерным моделированием эко-

номических систем, и студентов, занимающихся экономико-математическим моделированием.

Монография имеет следующую структуру. Главы 1–3 имеют методологический и обзорный характер. В главе 1 обсуждается методология агент-ориентированного моделирования и способы описания моделей. В главе 2 дан обзор существующих агент-ориентированных моделей. В главе 3 приведены конкретные примеры разнообразных экономических АОМ. Такие примеры помогают понять, как могут быть устроены экономические АОМ, как их можно описывать, какие эксперименты можно проводить с такими моделями и т. д. Глава 4 посвящена программным и инструментальным аспектам агент-ориентированного моделирования. Главы 5–8 относятся к АОМММ. В главе 5 дано описание модели. В главе 6 приведены экспериментальные расчеты, связанные с тестированием отдельных элементов модели, а также со сходимостью модели к квазиравновесным состояниям. Глава 7 посвящена блоку государства в АОМММ и экспериментам, направленным на анализ последствий бюджетной государственной политики. Глава 8 посвящена моделированию инвестиций в основной капитал и экономической динамики.

Автор выражает благодарность всем соавторам и коллегам, участвовавшим в исследованиях, легших в основу монографии: чл.-корр. РАН В.И. Суслову, который привлек меня к теме агент-ориентированного моделирования и осуществлял общее руководство разработкой АОМММ, д.э.н. Н.М. Ибрагимову, который, в частности, обеспечил информационное наполнение АОМММ на основе ОМММ и сыграл ключевую роль в организационном обеспечении проведенных исследований на всех его этапах, к.э.н. Л.В. Мельниковой, которая, в частности, проделала большую работу по написанию обзоров по агентному моделированию и поиску статистических данных для АОМММ, к.э.н. Д.А. Доможирову за ценные обсуждения целого ряда важных вопросов построения модели, В.С. Костину за интересные идеи, касающиеся агентного моделирования, в том числе по движению ресурсов в модельной экономике, д.э.н. Т.С. Новиковой, благодаря энергии которой оформился блок государства в АОМММ и проведены плодотворные исследования на основе этого блока, Е.А. Гайворонской, М.А. Гусак, Е.Ю. Иванову, А.В. Ивершинь, С.С. Коткину, А.М. Лисовой, А.В. Минакову.

Глава 1. МЕТОДОЛОГИЯ АГЕНТ-ОРИЕНТИРОВАННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

1.1. Позиции агент-ориентированного моделирования в экономической науке и его перспективность

В настоящее время только незначительная часть исследований по экономике использует аппарат агент-ориентированного моделирования. В целом можно говорить о том, что АОМ пока не стали частью экономического «мейнстрима». В то же время они имеют весомую поддержку среди авторитетных ученых. Так, например, знаменитый экономист-теоретик К. Эрроу дал следующую оценку значимости данного направления: «Я убежден, что агент-ориентированный подход в экономической науке станет основным инструментом» [Epstein, 2006, отзыв на обложке]. Также высоко оценили перспективы использования АОМ В. Макаров и А. Бахтизин: «Общественные науки, в том числе экономические, стоят на пороге масштабного и эффективного использования нового средства для получения знаний об обществе» [Макаров, Бахтизин, 2009].

Что же может предложить агент-ориентированное моделирование экономической науке? В дальнейшем мы подробнее обсудим отличительные характеристики АОМ и агентного подхода, а здесь затронем только ключевые аргументы в пользу АОМ.

Самый распространенный подход в экономической теории состоит в том, чтобы записать набор уравнений и (или) задач оптимизации, которые описывают моделируемую экономическую систему, а затем применить аналитические методы для изучения свойств решения этих уравнений. В таких аналитических моделях используемые функции и параметры полностью не конкретизируются – в них только задаются те или иные свойства функций и параметров (положительность, монотонность, непрерывность и т. д.). Тем самым достигается общность результатов по модели. В то же время в имитационных моделях, таких как АОМ, для проведения компьютерных расчетов требуется брать конкретные функции и параметры. Полученные результаты расчетов будут

всегда частными, обусловленными взятыми в конкретном эксперименте функциями и параметрами. Часто экономисты считают, что имитационные эксперименты «ничего не доказывают» (см. [Leombruni, Richiardi, 2005]), поскольку не дают результатов в привычном для теоретиков виде выводимых из аксиом теорем (см. [Fontana, 2006]) и не обеспечивают понимания (см. [Lehtinen, Kuorikoski, 2007]).

Однако проблема в том, что для того чтобы в аналитических моделях получить ясные, однозначные и осмысленные результаты, как правило, требуется базировать их на целом ряде упрощающих предположений, которые обесценивают их кажущуюся общность по сравнению с компьютерными имитациями. В частности, это предпосылки о рациональности агентов, владении полной информацией, наличии репрезентативного агента, однородности агентов и среды, симметрии и т. п.¹

Таким образом, фактически выбор здесь может стоять между общностью в рамках очень стилизованных нереалистичных моделей и отсутствием аналитической общности в моделях, которые более сложно устроены и лучше отражают реальность. Если мы хотим моделировать конкретную реально существующую экономическую систему, то с помощью калибровки АОМ можно сконструировать таким образом, что она будет отражать существенные характеристики данной системы. Кроме того, для АОМ можно провести анализ чувствительности, который позволит придать выводам менее частный характер². С этой точки зрения агент-ориентированное моделирование можно рассматривать как перспективную и практически полезную альтернативу использованию аналитических моделей.

В частности, важен тот факт, что АОМ представляют собой вполне разумную альтернативу стандартному равновесному подходу, применимость которого ко многим реальным явлениям

¹ Наглядные примеры, показывающие повсеместность использования подобных предположений в теоретических экономических моделях для упрощения анализа и получения явных характеристик равновесных решений, привел С. Мосс, [Moss, 2009].

² Пример такого подхода и аргументацию можно найти, в частности, в работе [Ashraf, Gershman, Howitt, 2016].

находится под большим вопросом (см., напр., [Gallegati, Kirman, 2012]). Концепция равновесия (равновесие Нэша, общее равновесие и т. д.) является практически повсеместной в теоретических экономических моделях, начиная с Адама Смита. В то же время в реальной жизни мы наблюдаем некие сложные процессы, которые вряд ли являются равновесными¹. АОМ потенциально позволяют изучать неравновесные экономические процессы, и это может быть их серьезным преимуществом по сравнению с моделями экономической теории.

Если говорить о прикладных моделях, то многие из них, такие как вычислимые модели общего равновесия (см., напр., [Грассини, 2009]), опираются на оптимизацию и концепцию равновесия, поэтому подвержены такой же критике, как теоретические равновесные модели.

Кроме того, чаще всего прикладные вычислимые модели рассматривают экономические явления в виде набора переменных-агрегатов. В таких моделях большие группы экономических агентов рассматриваются как единое целое². Модели, в которых происходит агрегирование агентов, обладают тем недостатком, что в них невозможно учесть разнородность агентов и взаимодействия между ними. В то же время для многих экономических явлений (таких как экономическое неравенство, внутриотраслевая конкуренция фирм) разнородность агентов или взаимодействия являются принципиальными характеристиками.

Комплексный характер процессов, происходящих на микроуровне, затрудняет вывод макро-характеристик изучаемой экономической системы на основе микро-характеристик и предположений об индивидуальном поведении. Здесь также может помочь

¹ Ярким жизненным примером неравновесности являются неожиданные экономические кризисы.

² См., напр., обсуждение вычислимой модели общего равновесия в [Sue Wing, 2004], где потребительский спрос представлен в виде репрезентативного домохозяйства. В целом о наличии такого подхода в вычислимых моделях общего равновесия говорит С. Мосс: «Вычислительная нагрузка, связанная с явным представлением каждого домохозяйства и фирмы, приводит к введению репрезентативных агентов, отражающих поведение группы, такой как все домохозяйства или фирмы в определенном производственном секторе» [Moss, 2009, p. 22].

агентный подход. По словам Дж. Фармера и Д. Фоули, «при правильном применении агент-ориентированный метод может обеспечить беспримерное понимание эмерджентных свойств взаимодействующих частей в сложных обстоятельствах, когда интуиция не работает» [Farmer, Foley, 2009, p. 686].

В целом можно сказать, что агент-ориентированные модели лучше всего приспособлены для анализа сложных экономических систем, состоящих из разнородных и взаимодействующих между собой частей. Они не претендуют на общность получаемых выводов, не предоставляют строгих доказательств, но есть такие явления, исследование которых другими методами затруднено.

Если смотреть на развитие агент-ориентированного моделирования в исторической перспективе, то малое распространение АОМ в прошлом можно объяснить ограниченностью вычислительных возможностей и недоступностью данных. Вычислительные устройства со временем становятся все более быстрыми, что существенно облегчает проведение исследований с цифровыми моделями. «Агентное моделирование, несомненно, станет более влиятельным в экономическом анализе, поскольку увеличение вычислительных возможностей позволяет достигать все большего совершенства моделей» [Hashimzade et al., 2015, p. 163]. Параллельно с вычислительными устройствами развиваются программное обеспечение, методы вычислений и т. д., еще больше облегчая компьютерное моделирование.

Кроме того, со временем из-за повсеместной цифровизации и развития сети Интернет улучшается ситуация с доступностью дезагрегированных данных. Параллельно с этим совершенствуются способы обработки данных. Речь идет уже о так называемой «революции больших данных». Как отмечают специалисты по географическим моделям [Batty et al., 2012, p. 3], «все это подводит к идее, что модельные миры, состоящие из агентов, а не из их совокупностей, могут в настоящее время обеспечивать реалистичный и продуктивный путь вперед».

С учетом сказанного, представляется довольно правдоподобным, что в будущем агент-ориентированное моделирование может стать активно развиваемой областью экономической науки,

перестав быть чем-то периферийным. Таким образом, важно постепенно накапливать знания в этой области, отрабатывать возможные подходы и инструментарий.

1.2. Агент-ориентированное моделирование как подвид имитационного моделирования

Агент-ориентированные модели (АОМ) (англ. *agent-based models, ABM*) – это быстроразвивающееся и относительно новое направление прикладного моделирования в науке и технике; см., напр., [Tesfatsion, 2006; Макаров, Бахтизин, 2013; Macal, 2016; Turrell, 2016; Чекмарева, 2016]. Суть АОМ – это имитационное моделирование автономных агентов и среды, в которой они взаимодействуют по определенным правилам.

Прежде чем дать более подробное описание свойств агент-ориентированных моделей, укажем, что агентное моделирование – это подвид *имитационного моделирования*. Имитационное моделирование (англ. *simulation modeling*) – это метод исследования, при котором реальная система заменяется моделью. В имитационных моделях, как правило, имеется *динамическая составляющая*, то есть модель функционирует во времени, а также *элемент случайности*. С моделью проводятся имитационные эксперименты, цель которых – изучить поведение системы. См., напр., [Orcutt, 1960; Шеннон, 1978; Banks, 1998; Pritsker, 1998; Fontana, 2006].

Имитационные эксперименты чаще всего являются вычислительными и проводятся с цифровой моделью на компьютере. Эксперименты могут проводиться как серия прогонов или испытаний (англ. *runs*). Результаты по многим прогонам, содержащим случайность, можно обобщить, собрав и проанализировав статистику. Изменяя параметры, меняя сценарии экспериментов, можно делать прогнозы о поведении изучаемой системы в разных условиях. Роберт Шеннон дал следующее определение имитационного моделирования: «Это процесс разработки компьютеризированной модели системы... и проведения экспериментов с этой моделью с целью понимания поведения системы или же оценки

различных стратегий для работы системы» ([Shannon, 1976], см. также [Шеннон, 1978, с. 12]).

Основные альтернативы имитационному моделированию — это использование аналитической модели и эксперименты над реальной системой. Как уже отмечалось, главная сложность с аналитическими моделями, построенными на оптимизационных задачах и системах уравнений, состоит в том, что их не всегда можно построить и проанализировать. В моделируемой системе может присутствовать динамика, нелинейность, стохастика (случайность), гетерогенность и т. д., а все это существенно затрудняет аналитические выкладки или в принципе делает их невозможными. Как отметили Дж. Фармер и Д. Фоули по поводу одного из классов аналитических моделей, «даже если бы рациональные ожидания были приемлемой моделью человеческого поведения, математический аппарат громоздок и требует радикальных упрощений для получения приемлемых результатов» [Farmer, Foley, 2009, p. 685].

Если говорить про эксперименты над реальной системой (натурные эксперименты), то они не всегда желательны или возможны (см., напр., [Gilbert, 2020, p. 3]). Причин может быть очень много. В частности, эксперименты над реальной системой могут быть нежелательны по этическим соображениям, могут изменить или разрушить систему, могут занимать слишком много времени, для них может быть сложно собирать и обрабатывать результаты, они могут быть слишком ресурсоемкими и дорогостоящими. Как отмечал Мартин Шубик, имитационную модель «допустимо подвергнуть *манипуляциям*, которые невозможно, слишком дорого или неприемлемо производить с той сущностью, которую она описывает. Можно изучить работу модели и из этого сделать выводы о свойствах, касающихся поведения реальной системы или ее подсистем» [Shubik, 1960, p. 909].

По указанным причинам исследователи все больше прибегают к экспериментам *in silico* (лат. «на кремнии»)¹, то есть к компьютерным имитационным экспериментам. Компьютерные экс-

¹ Здесь обыгрывается сравнение с традиционными *in vivo* (на живом организме), *in vitro* (в пробирке) в естественных науках.

перименты могут быть предпочтительными из-за дешевизны, скорости, легкости обработки результатов и т. д.

С этой точки зрения вычислимые модели, такие как агент-ориентированные модели, могут быть чрезвычайно полезны при разработке государственной политики. [Hashimzade et al., 2015, p. 163]: «Правильным образом сконструированные модели обеспечат идеальную площадку для тестирования тех мер экономической политики, которые невозможно непосредственно протестировать на практике».

Прежде чем правительство будет реализовывать то или иное мероприятие или экономическую реформу, имеет смысл провести расчеты на модели, чтобы исследовать потенциальные последствия. Возможно, это поможет избежать отрицательного воздействия на экономику неудачно спланированных мероприятий. Г. Оркатт сравнил имитационную социально-экономическую модель с тренажером для водителей или пилотов. «Государственную политику следует выбирать на основе ее плодов, но было бы более разумно попробовать ее плоды, прежде чем испытывать их на реальной экономике. Экспериментирование с моделью экономики – один из способов сделать это» [Orcutt, 1960, p. 296].

Будучи подвидом имитационного моделирования, агентное моделирование имеет свои особенности. Основное, что следует отметить, это то, что в отличие от других имитационных моделей, АОМ конструируется от микроуровня к макроуровню. Про это и другие свойства агент-ориентированных моделей пойдет речь далее.

1.3. Свойства агентов и агент-ориентированных моделей¹

Агентные модели в настоящее время, как правило, реализуют в виде программы на компьютере. Действующие в них агенты тоже реализованы в виде кода. Желая провести различие между

¹ Этот и следующий пункт использует материалы из статьи [Tsyplakov, Melnikova, Ibragimov, 2021] в той ее части, которая в основном написана автором диссертации.

агентом и программой [Franklin, Graesser, 1997], фактически, сформулировали основные требования к агенту в АОМ. Также значения терминов «агент», «агентный» объясняются во многих статьях и книгах, посвященных агент-ориентированному моделированию.

Прежде всего, агент – это *сущность*, которая находится внутри некоторой *среды*, и он является агентом именно по отношению к этой включающей его окружающей среде. Агент обладает существенной степенью *автономности* по отношению к окружающей среде и другим агентам [Epstein, 2006, p. 6; Crooks, Heppenstall, 2012]. Агент описывается определенным *состоянием*, которое меняется со временем [Macal, North, 2010; Crooks, Heppenstall, 2012]. Он может воспринимать окружающую среду и подвергаться ее влиянию. Агент может действовать и своими действиями влиять на окружающую среду. В основе его действий лежит определенная задача, которую он решает, или цель, которую он преследует, и соответствующий алгоритм или *правила поведения* [Franklin, Graesser, 1997; Epstein, 2006, p. 6; Macal, North, 2010; Crooks, Heppenstall, 2012]. Взаимодействие агента с окружающей средой – это не единичное событие, а повторяющееся явление, развивающееся во времени.

Агенты в АОМ удовлетворяют перечисленным выше требованиям. Содержащая агентов среда, так же как и сами агенты, обладает некоторым состоянием. Агенты и среда взаимодействуют между собой в динамике, меняя состояния друг друга в пошаговом режиме. Взаимодействия внутри АОМ происходят по определенным формальным правилам, но без централизованного контроля над агентами [Axtell, 2000; Gallegati, Kirman, 2012; Ballot, Mandel, Vignes, 2015; Gilbert, 2020]. Особенностью АОМ является то, что у системы в целом нет каких-то общих целей, цели могут быть только у агентов.

Следует заметить, что содержащая агентов среда в АОМ может члениться на отдельные части, которые при компьютерной реализации можно выделить в отдельные сущности (объекты), по многим свойствам напоминающие агентов. По-видимому, основное отличие агентов от других модельных сущностей – это свойство целенаправленного поведения или *проактивности*, то есть способности не просто реагировать на

внешние воздействия, но и действовать упреждающе, производя своими действиями изменения в окружающей среде и других агентах, которые бы соответствовали задачам или целям самого этого агента [Wooldridge, 2009, p. 27; Macal, North, 2010; Crooks, Heppenstall, 2012, p. 87].

Грань между агентами и пассивными модельными объектами довольно размытая, и отнесение к разряду агентов во многом зависит от решения модельщика. В [Tesfatsion, 2006, p. 835] агент определяется достаточно широко как «связка из данных и методов поведения, которая представляет сущность, являющуюся частью вычислительно сконструированного мира». С этой точки зрения отличие агента в том, что он наделен некоторым поведением, не обязательно проактивным.

Возвращаясь к определению АОМ, можно сформулировать следующее краткое определение:

Агент-ориентированная модель – это имитационная модель, состоящая из некоторого количества виртуальных автономных агентов, действующих в содержащей их среде.

Анализ взглядов разных авторов на общие свойства агентов и агент-ориентированных моделей позволяет выделить свойства, наиболее важные для моделирования [Schelling, 1971, p. 37; Epstein, 2006, pp. 5–6; Bonabeau, 2002; Axtell, 2000; Macal, North, 2010; Borrill, Tesfatsion, 2011, p. 235; Crooks, Heppenstall, 2012; Gallegati, Kirman, 2012; Squazzoni, 2012; Ballot, Mandel, Vignes, 2015; Gilbert, 2020].

По-видимому, основное преимущество АОМ, особенно в социальных науках, состоит в том, что агентный подход обеспечивает очень *естественное описание* реальных экономических и социальных систем [Bonabeau, 2002; Gilbert, 2020]. В рамках АОМ можно определенным образом распределить агентов в окружающей среде, учитывать, как автономные агенты организованы внутри сложной по свойствам и структуре среды, разного рода ограничения, которые среда накладывает на агентов, встроить агентов в сетевые структуры, иерархии и т. п. [Borrill,

Tesfatsion, 2011, p. 235; Squazzoni, 2012]. При этом степень детальности воспроизведения структуры описываемой реальной системы может быть очень высокой. В пределе можно даже сопоставить каждому реальному агенту модельного агента – его цифрового двойника.

Одно из важнейших свойств агентов в АОМ, которое чаще всего упоминается при обсуждении достоинств агентного моделирования, – это *разнородность* (гетерогенность) агентов [Epstein, 2006, p. 5; Macal, North, 2010; Crooks, Heppenstall, 2012; Gallegati, Kirman, 2012; Ballot, Mandel, Vignes, 2015; Gilbert, 2020]. АОМ хорошо подходят для учета разнородности, поскольку каждый агент в модели уникален и обладает собственными свойствами и состоянием. Разнородность может, в частности, относиться к алгоритмам поведения, информации, ресурсам, позиции в тех или иных модельных структурах [Axtell, 2000; Squazzoni, 2012]. Даже если исходно при инициализации модели агентам задаются схожие свойства, в процессе эволюции модельной системы, как правило, возникает гетерогенность агентов по состояниям¹.

Агенты внутри АОМ могут взаимодействовать не только со средой, внутри которой находятся, но и с другими агентами [Gilbert, 2020]. Соответственно, агенты могут обладать *социальными характеристиками и коммуникативными способностями* [Wooldridge, 2009, p. 27; Crooks, Heppenstall, 2012; Squazzoni, 2012].

Сущность агентного моделирования как вычислительной модели с большим количеством агентов, каждый из которых характеризуется своим поведением и состоянием, приводит к тому, что приходится использовать упрощенные правила поведения и ограничивать объем информации, отражаемой в состоянии каждого агента, иначе можно столкнуться с недопустимо большим временем расчетов по модели и большими затратами вычислительных ресурсов в целом. Однако эта ограничивающая особенность АОМ подталкивает модельщиков к тому, чтобы использовать упрощенные правила поведения

¹ Подробное обсуждение значения гетерогенности для экономики можно найти в [Kirman, 2006].

агентов и, тем самым, учитывать *ограниченную рациональность* [Axtell, 2000; Epstein, 2006, p. 6; Crooks, Heppenstall, 2012; Gallegati, Kirman, 2012; Ballot, Mandel, Vignes, 2015; Gilbert, 2020] и *ограниченность информации* [Epstein, 2006, p. 6; Macal, North, 2010; Borrrill, Tesfatsion, 2011, p. 234; Ballot, Mandel, Vignes, 2015], которые могут быть важны для имитации поведения реальных агентов.

В существенной части современной экономической теории и теории игр поведение отдельного агента (игрока) принято описывать как задачу максимизации некоторой целевой функции. В то же время в реальной жизни большую роль играют использование неформальных правил, *адаптивное поведение*, *обучение*, имитация. АОМ дают большие возможности для моделирования подобных явлений [Squazzoni, 2012; Crooks, Heppenstall, 2012]. Одновременно отпадает необходимость описывать поведение агентов как решение громоздких оптимизационных задач.

Если учитывать все возможные связи между многочисленными агентами, то обсчет этих взаимодействий приводит к большому объему вычислений. Поэтому в АОМ часто предполагают, что каждый агент *локален* с точки зрения взаимодействия с другими модельными сущностями, то есть контактирует только с некоторым ограниченным подмножеством других агентов и объектов [Epstein, 2006, p. 6; Macal, North, 2010; Gallegati, Kirman, 2012]. В частности, свойство локальности при сборе информации приводит к ограниченности информации.

АОМ позволяют проводить исследования даже довольно *сложных систем*, которые плохо поддаются теоретическому анализу. Как уже обсуждалось ранее, поиск аналитических решений и строгие доказательства в рамках стилизованных и не всегда реалистичных теоретических моделей заменяются в агент-ориентированном моделировании прямыми расчетами и экспериментами. К примеру, [Ashraf, Gershman, Howitt, 2012] рассуждают о том, что попытки развить теоретический неравновесный анализ в экономике натолкнулись на неразрешимость аналитическими методами; в то же время, использование агент-ориентированного моделирования позволяет обойти эту сложную проблему с помощью имитаций.

По своему построению АОМ являются в подлинном смысле *динамическими* моделями, поскольку все процессы там развиваются рекурсивно во времени. В АОМ агенты строят планы на будущее, исходя из прошлого, а не предугадывают равновесное будущее, как в динамических моделях с рациональными ожиданиями (ср. [Fagiolo, Roventini, 2017]). В целом АОМ хорошо подходят для учета сложной динамики. В частности, это касается изучения только что упомянутых *неравновесных процессов*, поскольку в агентной модели можно задать поведение агентов и в тех ситуациях, когда отдельные составляющие моделируемой экономической системы (например, рынки) не сбалансированы, а агенты не достигли максимумов своих целевых функций.

Также АОМ хорошо подходят для учета пространственного размещения агентов и моделирования процессов, происходящих в *пространстве*. Это более подробно будет обсуждаться ниже.

Наконец, важной особенностью АОМ является появление интересных *эффектов и структур на макроуровне* из-за взаимодействий на микроуровне [Schelling, 1978, ch. 4; Bonabeau, 2002; Epstein, 2006, p. 6; Squazzoni, 2012; Gallegati, Kirman, 2012; Helbing, 2012]. Задавая свойства агентов на микроуровне, можно получать модели, которые порождают интересные и важные эффекты на макроуровне. В частности, на макроуровне иногда возникают структуры, в которых можно обнаружить порядок и самоорганизацию. Зачастую такие эффекты можно охарактеризовать как системные или эмерджентные, то есть такие, появление которых сложно предсказать из особенностей правил поведения или целей отдельных агентов. Каждый агент производит свой собственный выбор действий, и действия множества автономных агентов складываются в динамику системы в целом, которую можно описать некоторым набором макро-характеристик. По мнению М. Ленгника [Lengnick, 2013], принципиально важным преимуществом агент-ориентированного моделирования является то, что результат на агрегированном уровне имеет микроэкономические основания, причем этот результат не является прямым аналогом оптимизационных решений, производимых на микроуровне.

1.4. Пространство и АОМ

Неравномерное распределение экономической деятельности в географическом пространстве свойственно любой национальной экономике. Это явление особенно важно для стран, характеризующихся большой территорией и разнообразием географических характеристик отдельных частей. Поэтому при моделировании и прогнозировании экономик таких стран (в том числе экономики России) желательно учитывать фактор пространства в явном виде.

Существует много различных теоретических и прикладных экономических моделей и методов, в явном виде учитывающих пространство. В частности, пространственные аспекты учитываются в теории размещения фирмы, в моделях пространственной конкуренции, в моделях потоков, в моделях землепользования. Между тем адекватное представление пространства на уровне экономики целой страны остается в значительной степени нерешенной задачей. Так, в большинстве макроэкономических многорегиональных моделей пространственные аспекты представляются только косвенно и обобщенно, без явного учета таких характеристик, как географические координаты, расстояние и т. п.

Применение агент-ориентированного моделирования открывает перспективы внедрения географического пространства в экономические модели, в том числе макроэкономические. Данный подход предоставляет богатые возможности при анализе экономической деятельности в масштабах города, региона или страны в пространственном разрезе. Чтобы учесть пространство в АОМ, следует сделать это пространство элементом среды, содержащей агентов, и дополнить состояния агентов привязкой к тем или иным областям пространства.

Анализируя перечисленные выше свойства агентов и АОМ, несложно увидеть причину растущей популярности агентного подхода при моделировании процессов, происходящих в пространстве.

Как уже говорилось, АОМ хорошо подходят для отражения *гетерогенности* агентов. Это относится и к гетерогенности, связанной с пространственными факторами. Каждый агент в АОМ

может обладать уникальными атрибутами и состоянием, поэтому имеется возможность связывать разных агентов с разными областями пространства.

Далее, поведение агентов и межагентные отношения в пространственных АОМ могут быть поставлены в зависимость от местоположения, чтобы учесть характеристики и структуру пространства. Агенты могут осуществлять пространственный выбор (например, выбор контрагента в условиях пространственной распределенности контрагентов, выбор пути передвижения) и принимать во внимание ограничения, связанные с пространством. Тем самым АОМ обеспечивает *естественное описание* реальных пространственных систем со сложной структурой.

Свойство *локальности* агента (каждый агент взаимодействует только с некоторым ограниченным подмножеством других агентов и объектов) применительно к географическому пространству будет являться проявлением известных в географической науке принципов «трения расстояния» (англ. *friction of distance*) и ослабления взаимодействия из-за расстояния (англ. *distance decay*), поскольку, например, при прочих равных условиях агенты будут отдавать предпочтение тем взаимодействиям, которые требуют меньших транспортных затрат.

Как уже говорилось, АОМ позволяют изучать достаточно сложные системы, трудно поддающиеся теоретическому анализу. Это относится и к пространственным системам. Если говорить про социальные науки, то, как указал, в частности, Р. Акстелл [Axtell, 2000], одним из мотивов использования агентного подхода является то, что наличие пространственной составляющей в теоретических моделях существенно усложняет получение аналитических результатов. Фактически, теоретический анализ тут можно провести только в простых случаях, в остальных случаях требуется прибегать к вычислительным методам.

В экономическом пространственном анализе теоретические модели тоже обычно очень сложно поддаются анализу. Кроме того, такие модели опираются, как правило, на равновесную концепцию. Это приводит к тому, что используемые теоретические модели имеют упрощенные стилизованные постановки. В частности, это относится к направлению экономической науки, из-

вестному как новая экономическая география; см., напр., [Combes, Mayer, Thisse, 2008]¹. В то же время для АОМ здесь нет принципиальных проблем, так как пространственные координаты – это только одна из переменных внутреннего состояния агента.

Задавая пространственные свойства агентов на микроуровне, вводя в АОМ пространственный выбор, когда агенты принимают во внимание свое местоположение и местоположения других агентов и модельных сущностей, можно получать модели, которые порождают интересные и важные *пространственные эффекты и структуры на макроуровне*. Это относится и к географии, и к экологии, и к транспортному планированию, т. е. к самым разным исследовательским областям. Конечно, это относится и к экономике, поскольку люди практически всегда учитывают экономические соображения в своих решениях, связанных с пространственным выбором. В частности, потенциально агентные модели могут применяться к исследованию агломерационных явлений или пространственного экономического неравенства.

В целом можно сделать вывод о том, что АОМ очень хорошо подходит для моделирования пространственных явлений. [Batty et al., 2012, p. 3]: «Легко понять, почему идея агентного моделирования (АОМ) стала столь популярной в последние два десятилетия, ведь она порождает стиль моделирования, способный отражать богатство мира таким образом, который кажется важным для любого хорошего объяснения того, как развиваются и изменяются пространственные структуры, такие как города, регионы, сама мировая система, а также все ее физические компоненты».

¹ Характерный пример теоретической пространственной модели можно найти в [De Palma et al., 2019]. В этой модели («модели происхождения городов») рассматривается однородное пространство на прямой линии и распределение населения вдоль этого пространства. Взаимодействие индивидуумов на прямой имеет вид пространственной экстерналии, задаваемой экспоненциальной функцией. Данная функция отражает трение и ослабление взаимодействия из-за расстояния. По словам одного из авторов, он многие годы не мог провести анализ задуманной модели, пока к исследованию не подключился другой автор, который заметил, что пространственное равновесие описывается интегральным уравнением, для которого существует аналитическое решение. С одной стороны, здесь используется стилизованная постановка, имеющая далекое отношение к реальным городам. С другой стороны, несмотря на все сделанные упрощения, аналитический подход к модели связан с большими сложностями.

1.5. Основные понятия и этапы агент-ориентированного моделирования

1.5.1. Переменные состояния, действия и параметры

При рассмотрении динамической системы, то есть системы, которая изменяется во времени, удобно ввести понятия *состояния системы*. Состояние системы – это набор переменных, описывающих данную систему в определенный момент времени. Соответствующие переменные называются *переменными состояниями*. Особенностью АОМ является то, что состояние системы членится на состояния отдельных агентов, выражающие текущие характеристики этих агентов, и глобальные переменные состояния, описывающие ту среду, которая содержит агентов; см. [Masal, North, 2010].

При выборе своих действий агент руководствуется своим собственным состоянием и глобальными переменными состояниями. Выбирая в динамике те или иные действия, агенты изменяют свое собственное состояние, состояния других агентов и состояние содержащей их среды.

При конструировании АОМ требуется разбить моделируемую систему на отдельных агентов. Все остальное будет относиться к окружающей среде. Сама по себе окружающая среда может также содержать прочие сущности, которые по тем или иным причинам не были отнесены к агентам. Для каждой из этих составляющих модели надо задать набор переменных состояний, которые их описывают. Кроме этого, следует задать для каждого из агентов набор действий, из которых он может выбирать, а также формальные правила, в соответствии с которыми выбранные агентами действия приводят к изменению состояния системы. *Действия*, в отличие от переменных состояний, один раз совершаются и в дальнейшем влияют на динамику системы только через произведенные изменения в переменных состояниях.

Кроме переменных состояний динамическую систему характеризуют также *параметры*. Различие между переменными состояниями и параметрами не всегда достаточно четкое и часто зависит от целей моделирования и субъективных соображений исследова-

дователя. Основное отличие параметров, как правило, в том, что это такие характеристики системы или отдельных агентов, которые не меняются во времени и служат для описания общей структуры системы и агентов, формальных правил и алгоритмов, задающих динамику системы, и т. п.¹ То есть параметры модели носят фундаментальный характер, а не относятся, как переменные состояния, только к текущему моменту времени. Имитационные эксперименты с АОМ могут состоять в том, чтобы менять ключевые параметры системы и изучать, как эти изменения влияют на результаты.

1.5.2. Алгоритмы поведения агентов

В реальной жизни люди не действуют исходя из точных оптимальных решений в сложных многомерных задачах, как это представляется в некоторых теоретических моделях². Часто реальные агенты следуют простым рутинным поведенческим правилам. Также поведение агентов-людей является в той или иной степени нерациональным. Люди могут быть подвержены изменениям настроения, быть не вполне последовательными и т. д. Преимущество агент-ориентированного подхода состоит в том, что в АОМ можно заложить правдоподобное эмпирически обоснованное поведение агентов; см., напр., [Arthur, 1991].

Возможно, для целей конструирования правил поведения агентов понадобится провести дополнительное исследование. К примеру, [Izumi, Ueda, 2001] для формулировки правил поведения агентов в модели валютного рынка не опирались на концепции равновесия и рациональных ожиданий, как это принято в теоретических моделях финансовых рынков, а использовали интервью с реальными валютными дилерами и опросники.

Поскольку АОМ – это компьютерная модель, то правила, по которым происходят разнообразные процессы в соответствующей виртуальной системе, должны быть формализованными, то есть должны описываться конкретными формулами и в конечном ито-

¹ Ср. [Müller et al., 2013, p. 40].

² [Moss, 2009] в качестве примера неправдоподобных предположений о вычислительных способностях экономических агентов в теоретических моделях указывает на модель Раднера [Radner, 1968].

ге должны принять вид компьютерных алгоритмов. Это, в частности, относится и к тому, какие изменения в состоянии системы производят действия агентов, и к тому, как именно агенты выбирают свои действия.

Таким образом, действия агентов в АОМ выбираются в соответствии с формальными правилами и алгоритмами поведения. В разных АОМ и для разных агентов в рамках одной АОМ алгоритмы поведения могут задаваться по-разному.

Например, в известной игре «Жизнь», придуманной Дж. Конвеем, клетка продолжает жить, если у нее 2 или 3 живых соседа, умирает, если меньше 2 соседей (от одиночества) или больше 3 соседей (от перенаселения). В пустой клетке зарождается жизнь, если у нее три живых соседа (см. рис. 1). Эту игру можно рассматривать как простую АОМ, в которой агентами являются клетки на клетчатой доске. Агент-клетка может находиться в одном из двух состояний: живая и мертвая (пустая) и действует по указанным правилам. Такой алгоритм поведения клеток относится к числу жестко прописанных детерминированных алгоритмов.

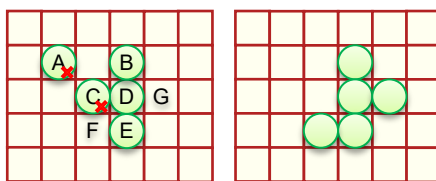


Рис. 1. Иллюстрация поведения клеток в игре «Жизнь».

На левой доске: клетки А и С умирают, В, D, Е продолжают жить, в F и G появляется жизнь.

На правой доске: вид колонии в следующем периоде.

В поведение компьютерных агентов в АОМ часто вносят элементы случайности (см. [Tsfatsion, 2017]). Например, для АОМ рынка труда можно ввести вероятность потерять работу для работающего индивидуума и вероятность найти работу для безработного. В каждом случае вероятность должна зависеть от ряда характеристик индивидуума, например, возраста, квалификации.

В основе поведения агента в АОМ может лежать целевая функция, которую агент по замыслу должен стремиться максимизировать. Например, при моделировании человеческого поведения в экономической плоскости естественно брать за основу микроэкономические модели, включающие максимизацию прибыли, полезности и т. п. целевых функций [Ап, 2012].

Существуют модели, в которых агент непосредственно решает оптимизационную задачу и использует для выбора поведения полученное оптимальное решение. Как правило, это бывает непростая задача.

Например, агент может выбирать из нескольких (не очень большого числа) возможных вариантов действий. В некоторых АОМ для каждого из вариантов действий можно в явном виде рассчитать значение целевой функции, которое условно можно назвать полезностью этого действия. Тогда оптимальный алгоритм поведения агента предусматривает выбор действия на основе максимума полезности.

В то же время в других моделях целевая функция направляет поведение, но само поведение не является оптимальным. В частности, при выборе из конечного множества альтернатив на основе полезности может использоваться не строгий максимум, а так называемый *мягкий максимум* (англ. *soft-max*; см., напр., [Sutton, Barto, 2018, p. 37] и пункт 3.5.3 на с. 186). Данному вектору полезностей мягкий максимум сопоставляет вектор вероятностей. Затем эти вероятности используются для случайного выбора одной из альтернатив. Например, если трем действиям A , B и C соответствуют полезности $u_A = 2$, $u_B = 3$, $u_C = 1$, то оптимальным будет выбор действия B . При использовании же мягкого максимума этим трем альтернативам при одном из значений параметров будут сопоставлены вероятности 24.5%, 66.5% и 9.0%. Тогда вариант B с наибольшей полезностью будет выбираться чаще остальных, но не всегда.

Основная проблема агентных моделей состоит в том, что не всегда понятно, к каким последствиям и к какому значению целевой функции приведут те или иные действия агента, поскольку результаты зависят от поведения других агентов, от случайных факторов, и в целом зависимость результатов от действий может быть довольно сложной. Таким образом,

во многих АОМ в поведение агента закладывается процесс *обучения*.

Если поведение агента включает процесс обучения, основанный на данной целевой функции, то такое обучение относится к разделу машинного обучения, называемого *обучение с подкреплением* [Sutton, Barto, 2018]. Сам алгоритм обучения с подкреплением может быть как специфическим для данной АОМ, так и каким-то известным алгоритмом машинного обучения, например, одним из существующих генетических алгоритмов.

Л. Ан [An, 2012] дает подробный интересный обзор различных подходов к моделированию человеческого поведения в контексте взаимодействующих человеческих и природных систем.

1.5.3. Этапы работы модели

Типичная АОМ содержит многочисленные составляющие. У каждого агента есть свои переменные состояния, а также алгоритмы поведения, содержащие те или иные параметры. Кроме агентов, модель может включать различные пассивные сущности со своими параметрами и переменными состояниями. Свои отдельные глобальные параметры и переменные состояния может иметь и виртуальная система в целом. Прежде чем модель можно будет запустить, требуется заполнить все параметры и переменные состояния подходящими значениями, соответствующими целям проводимого имитационного эксперимента. Из сказанного следует, что в работе каждой АОМ присутствует *этап инициализации*, на котором и производится заполнение модели исходными данными.

В большинстве АОМ снабжение модели входными данными завершается на этапе инициализации. Далее происходит собственно работа модели с теми или иными действиями, осуществляемыми агентами, и изменением переменных состояния модели – *этап активности*. Как правило, на этапе активности входные данные уже не поступают, модель производит только выходные данные.

Существуют также модели, в которых входные данные поступают на этапе активности. Это позволяет изучать поведение

моделируемой системы при изменении внешних условий¹. Если такие входные данные отражаются в переменных состояния агентов или системы, то их можно назвать экзогенными переменными в отличие от эндогенных переменных состояния, значения которых определяются теми событиями, которые происходят внутри модели; см. [Müller et al., 2013].

Этап активности, как правило, реализуется в виде последовательности периодов $t = 1, \dots, T$. Это самый удобный способ организации этапа активности, который позволяет единообразно представить происходящие при работе АОМ события и стандартизировать алгоритмы, используемые в модели.

Таким образом, в общих чертах работу типичной АОМ можно условно представить схемой, показанной на рис. 2. Вначале в модель поступают входные данные и происходит ее инициализация. В дальнейшем наступает этап активности, который можно организовать в виде последовательности периодов $t = 1, \dots, T$. В каждый период t в модель потенциально могут поступать входные данные. В каждый период t модель выдает выходные данные, соответствующие данному периоду.

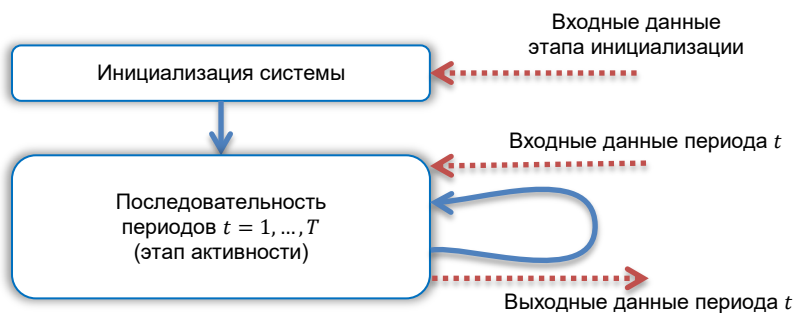


Рис. 2. Основная схема этапов работы АОМ и потоки данных

¹ Использование АОМ в рамках более сложной мультиагентной системы с поступлением в АОМ внешних для нее данных обсуждается на уровне концепции в [Суслов и др., 2020].

Членение этапа активности на отдельные однородные периоды – это стандартная практика. В то же время внутри каждого периода при работе модели происходят разнообразные процессы: агенты выбирают и осуществляют действия, происходят различного рода взаимодействия между агентами. Происходящие процессы выражаются в изменениях переменных состояния агентов и в целом всей системы.

АОМ – это за редким исключением *последовательные* модели, в которых агенты принимают решения по очереди. Поэтому немаловажный аспект конструирования агент-ориентированной модели – это составление расписания, задание последовательности тех процессов, которые происходят в течение периода. Это ответственный этап моделирования, поскольку при неудачном выборе порядка, в котором действуют те или иные из многочисленных агентов, можно получить неадекватные с точки зрения решаемых задач результаты.

1.5.4. Инициализация и входные данные

При инициализации модели может использоваться самая разная информация. В некоторых случаях это реальная информация о моделируемой системе. Например, если в модели есть агенты, соответствующие отдельным жителям населенного пункта или страны, то можно для целей инициализации использовать статистические данные о половозрастной структуре и других характеристиках населения.

Если у АОМ есть некоторая модель – ее теоретический аналог, то при инициализации может использоваться некоторое особое решение из этого аналога (например, равновесие или некоторое стационарное состояние).

Отдельные параметры АОМ могут задаваться на основе ранее полученных эконометрических оценок. Также могут использоваться экспертные оценки параметров.

Поскольку далеко не всегда имеются полные данные, необходимые для инициализации, в большинстве моделей приходится использовать синтетические структуры и искусственно созданных агентов. В частности, часто приходится прибегать к методам случайной выборки на основе заданного распределения. Распределение в свою очередь может выбираться исходя из какой-то реальной информации, например, эконометрических оценок, или из

каких-то дополнительных соображений, связанных с целью моделирования. В указанных случаях входной информацией для модели служат параметры распределения или статистические данные, используемые для оценки параметров.

Процесс подбора подходящих параметров модели называется калибровкой. О калибровке речь еще пойдет далее.

1.5.5. Выходные данные и сбор экспериментальной статистики

Отдельный эксперимент с АОМ состоит из тех этапов, о которых говорилось ранее. Сначала происходит инициализация модели, а затем начинается этап активности в виде последовательности периодов, в рамках каждого из которых происходит ряд процессов и событий, определяемых действиями агентов. В каждый период t собирается некоторый набор выходных данных. При работе АОМ могут собираться данные как на микроуровне (уровне отдельных агентов), так и разного рода агрегированные показатели; см. [Fagiolo et al., 2019]. Собранные данные представляют собой результат работы модели.

При сборе данных нас может интересовать некоторый показатель, наблюдаемый для агентов определенного типа или группы. При этом для каждого агента собирается временной ряд этой переменной, а для всей группы агентов – набор временных рядов, т. е. так называемые панельные данные.

Если по многим переменным собирать такие панельные данные, то при большом количестве агентов и периодов сбор данных может быть слишком ресурсоемким. Кроме того, панельные данные могут оказаться несбалансированными (содержащими пропуски), например, из-за того, что появляются новые агенты или исчезают имеющиеся. Причем целиком такие данные могут быть не всегда нужны, ведь как правило задача состоит в том, чтобы проанализировать данные эксперимента, а не сохранить все возможные данные.

По указанным причинам часто собирают обобщающие статистические данные. Во-первых, это могут быть обобщающие показатели для каждого временного ряда, например, средние за несколько периодов. Во-вторых, это могут быть временные ряды некоторых агрегатов, рассчитываемых на основе показателей от-

дельных агентов, например, средние или суммы значений некоторого показателя по агентам. В-третьих, можно разбивать большую группу агентов на несколько подгрупп и собирать агрегатные временные ряды по этим подгруппам. Подробнее о сборе данных см. ниже в параграфе 3.3 на с. 151.

Указанные виды выходных данных – это только простейшие варианты. Исходя из целей конкретной модели, можно разработать более сложные процедуры сбора и обработки данных. В частности, в экономическую АОМ можно включить процедуры, которые имитируют то, как статистическое агентство страны собирает данные по экономике в целом. Например, собирая данные о потребительских покупках в модели – о купленных количествах и ценах, можно строить показатель, который имитирует индекс потребительских цен. В случае пространственных АОМ может понадобиться собирать данные с привязкой к пространственным объектам.

1.5.6. Проведение экспериментов

Отдельный эксперимент с АОМ проводится в соответствии с теми этапами, которые упомянуты выше. А именно, модель инициализируется с помощью выбранных входных данных, запускается, и этот единственный прогон дает результаты – выходные данные, которые можно сохранить, визуализировать, табулировать, исследовать статистическими методами и в целом анализировать.

Однако эксперимент из одного прогона (испытания) не вполне раскрывает возможности и результаты АОМ. Для более содержательных выводов следует проводить сложный эксперимент из серии взаимосвязанных и специальным образом спланированных прогонов. (Детальное обсуждение методологических вопросов, связанных с анализом результатов экспериментов с АОМ, можно найти в [Lee et al., 2015].)

Прежде всего следует обратить внимание на то, что практически всегда АОМ – это стохастическая модель, динамика которой основана на датчиках случайных чисел (более точно – псевдослучайных). Если запустить ту же модель с другой последовательностью случайных чисел, то результат будет другим. Таким образом, следует осуществить серию прогонов с одинаковыми входными данными и параметрами, но с разными случайными

числами, и провести анализ того, насколько сильно меняются результаты от прогона к прогону. По крайней мере, следует провести сравнительный графический анализ рядов из небольшого числа прогонов. Кроме того, для анализа результатов можно использовать статистические методы. Соответствующие методы относятся к *методам Монте-Карло*.

Для изучения зависимости результатов от исходных данных и параметров также следует проводить серию взаимосвязанных экспериментов. Далее зависимости между входными и выходными показателями изучается неформально (например, с помощью графиков) или с помощью формальных статистических моделей. Подобный анализ часто называется *анализом чувствительности* (в широком понимании) [Razavi et al., 2021].

Также с моделью можно проводить комплексные *сценарные расчеты*. Например, для анализа последствий какой-то экономической реформы следует провести серию экспериментов в условиях базового сценария (без реформы) и серию экспериментов с моделью, отражающей сценарий проведения реформы. Потом эти сценарии сравниваются друг с другом с точки зрения результатов.

1.5.7. Представление результатов эксперимента

Результатом работы АОМ будут собранные выходные данные в виде набора статистических показателей. Для целей анализа результаты экспериментов с агентной моделью надо представить их в удобном пользователям виде. Перечислим некоторые возможности:

- Отдельные временные ряды можно представить в виде графиков по времени (см. пример для модели «Волки и овцы»¹ из [Wilensky, Rand 2015] на рис. 3).

- Один и тот же показатель по группе агентов можно рассматривать как выборку и рассчитывать различные описательные статистики, такие как среднее, квантили и т. д.

- Выборку одного показателя для группы агентов можно визуализировать, например, с помощью гистограммы (т. е. оценки плотности распределения) или других подходящих средств статистической визуализации.

¹ Использован пакет NetLogoR для языка R и пример кода для модели «Волки и овцы» из него [Bauduin, McIntire, Chubaty, 2019].

- Различные агрегированные показатели можно представить в виде таблиц (одномерных или двумерных).
- Пространственные показатели и позиции агентов в пространстве можно выводить на карту (см. пример для модели «Волки и овцы» на рис. 4).

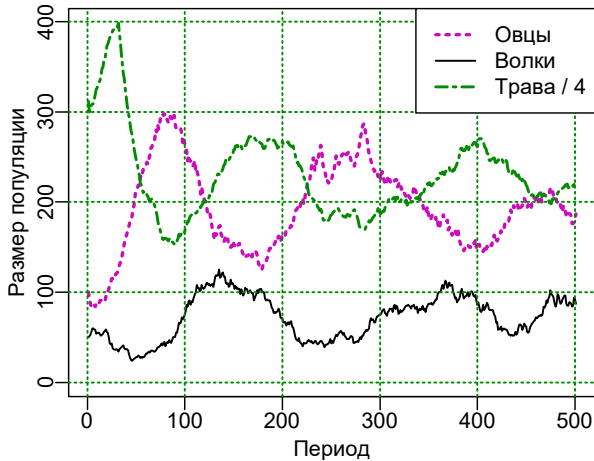


Рис. 3. Временные ряды агрегированных показателей для модели «Волки и овцы»

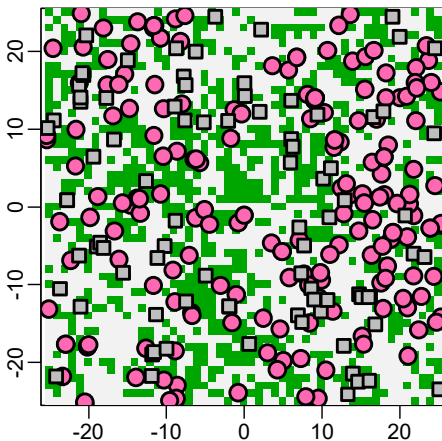


Рис. 4. Карта для модели «Волки и овцы»

1.5.8. Калибровка

В технике под калибровкой понимают сопоставление делений на шкале некоторого измерительного прибора с эталоном. Результатом может быть подстройка показаний измерительного прибора. Этот технический термин был перенесен на важный этап процесса прикладного математического и компьютерного моделирования, но получил несколько другое значение.

Прикладная модель призвана хорошо воспроизводить наблюдаемые характеристики и свойства того или иного реального явления или системы. Для того чтобы регулировать степень соответствия между моделью и реальной системой, производится подстройка параметров модели, используемых внутри модели функций и алгоритмов. Определение такого набора параметров и других компонентов моделей, который бы обеспечивал хорошее соответствие между моделью и реальной системой, называется *калибровкой модели*. В литературе по прикладному экономическому моделированию уделяется большое внимание этому этапу проведения исследования; см., напр., [Dawkins, Srinivasan, Whalley, 2001; Gomme, Lkhagvasuren, 2013; Ziesmer, Jin, Thube, 2022]. В литературе по АОМ тема калибровки пока не очень развита, но тоже обсуждается; см. [North, Macal, 2007; Railsback, Grimm, 2019, Ch. 20; Platt, 2020].

Во многом калибровка модели похожа на эконометрическое оценивание (см. об этом в [Dawkins, Srinivasan, Whalley, 2001]). Как и при эконометрическом оценивании, можно собрать набор наблюдений за системой, а потом подбирать параметры, которые обеспечивают наилучшее соответствие между наблюдениями и предсказаниями модели (как, например, в [Grazzini, Richiardi, 2015]). Если есть ограничения на параметры, следующие из теории, то можно учесть эти ограничения при подборе параметров. В то же время, в отличие от эконометрических оценок параметров, при калибровке модели могут использоваться различные неформальные методы поиска параметров. Например, могут использоваться грубые экспертные оценки в виде интервалов и т. п.

Также к калибровке можно отнести выбор алгоритмов поведения агентов и подбор параметров этих алгоритмов. Эту проблему одним из первых рассмотрел У. Б. Артур [Arthur, 1991]. Для такой калибровки можно использовать данные о реальном микро-

экономическом поведении агентов, которые можно почерпнуть из эмпирических исследований, опросов, других подобных источников [Delli Gatti et al., 2011]. Если же непосредственных данных о поведении на микроуровне не существует, то можно реализовать калибровку косвенным образом, проведя эксперименты с альтернативными алгоритмами поведения и с разными параметрами, а потом выбрав те алгоритмы и параметры, которые дадут на макроуровне результаты наиболее близкие к эмпирическим данным и известным «стилизированным фактам».

Для экономических равновесных моделей, как правило, происходит подбор таких параметров, которые бы обеспечивали хорошее соответствие между равновесием в модели и наблюдавшимися («историческими») данными; см., напр., [Ziesmer, Jin, Thube, 2022].

Когда модель откалибрована по эмпирическим данным, можно проводить с ней дальнейшие эксперименты, меняя те или иные параметры, производить сценарные расчеты, получая результаты «а что было бы, если бы что-то было не так, как на самом деле» (англ. *counterfactual change*); см. [Dawkins, Srinivasan, Whalley, 2001]).

1.5.9. Валидация

Предположим, что мы построили АОМ, реализовали ее в виде компьютерной программы, и что программа запускается и выдает некоторые результаты. Означает ли это, что мы создали полезный инструмент? Нет, вовсе не обязательно. Построенная модель потенциально может быть ошибочной, неадекватной в самых разных отношениях, не иметь никакого отношения к реальности и в целом не давать никаких полезных результатов. Поэтому важным этапом агент-ориентированного моделирования является валидация модели [Richiardi et al., 2006; Fagiolo, Moneta, Windrum, 2007; Windrum, Fagiolo, Moneta, 2007; Klügl, 2008; Rand, Rust, 2011; Lux, Zwinkels, 2018; Fagiolo et al., 2019]. По словам М. Норта и Ч. Макала, до проведения валидации¹ модели – это всего лишь игрушки, а после должной валидации – инструменты.

Процедура *валидации* – это проверка адекватности модели. Это работа, направленная на то, чтобы убедиться, что модель ра-

¹ Они используют термин V&V – англ. *verification and validation*.

ботаает так, как задумано, что результаты модели являются разумными, достоверными и соответствующими поставленным целям. Такого рода проверки можно осуществлять на разных этапах, на разных уровнях и по разным направлениям. Заметим, что терминология не вполне устоялась, и мы используем термин «валидация» в самом широком смысле. В частности, мы считаем, что в валидацию входят и те процедуры, которые некоторые авторы называют *верификацией* (англ. *verification*) и *тестированием*; ср. [Balci, 1998; North, Macal, 2007; Rand, Rust, 2011].

С одной стороны, модель может подвергаться проверке на концептуальном уровне, на уровне работоспособности отдельных алгоритмов, на уровне программной реализации и т. д. С другой стороны, если модель отражает некоторую реально существующую систему и имеются фактические данные по этой системе, то можно проверять модель на соответствие реальности.

Перечислим несколько возможных видов проверок, которые можно проводить:

- сравнение формального описания модели и программного кода;
- построение упрощенных и граничных тестовых примеров (например, с малым количеством агентов и других сущностей, с отсутствием некоторых связей);
- построение тестовых примеров, для которых возможно сравнение с известными результатами по теоретическим моделям;
- анализ чувствительности результатов к изменению отдельных параметров и компонентов модели;
- изолирование частей модели с помощью разного рода «заглушек» и проведение экспериментов с такими урезанными моделями;
- проверка тождеств, которые должны выполняться для правильно построенной модели;
- анализ числовых результатов работы модели различными статистическими методами: корреляционный и регрессионный анализ, анализ временных рядов и т. п.;
- построение тестовых примеров, соответствующих реальным ситуациям, и сравнение результатов по модели с реальными данными;

– построение прогнозов за пределами использованных при построении модели данных и сравнение полученных прогнозов с фактическими показателями.

Под анализом чувствительности понимают анализ того, какие параметры или исходные данные оказывают сильное влияние на результаты. Такую повышенную чувствительность имеет смысл подвергнуть более тщательному изучению на предмет отыскания потенциальных ошибок или не совсем удачно выбранных алгоритмов. Похожую роль играют эксперименты с тестовыми примерами и эксперименты с изолированными частями модели. Также может быть важно изучить чувствительность результатов к предположениям модели [Helbing, 2012].

Проверка тождеств служит для проверки модельного счетоводства, и особенно актуальна для экономических моделей. Ее можно использовать как для проверки различных внутренних алгоритмов агентов и системы, производящих расчеты, так и для проверки процедур сбора статистики.

В более узком смысле валидацией называют процедуры для выяснения того, является ли модель достаточно точным представлением реальной системы с точки зрения конкретных целей моделирования. Если при этом используется сравнение с фактическими данными, то это *эмпирическая валидация* [Richiardi et al., 2006; Fagiolo, Moneta, Windrum, 2007; Windrum, Fagiolo, Moneta, 2007; Lux, Zwinkels, 2018]. Простые примеры эмпирической валидации показаны в табл. 1 и на рис. 5.

Таблица 1

Пример неформальной эмпирической валидации из статьи [Hägerstrand, 1965]. Сравнивается количество воспринявших инновацию в модели и в реальности

Прогон 1	Прогон 2	Прогон 3	Фактически
22	22	22	22 (1929)
38	36	42	42 (1930)
69	63	74	
115	108	128	149 (1931)
199	179	209	
318	294	322	315 (1932)

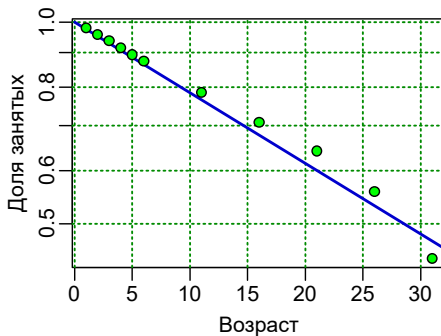


Рис. 5. Пример неформальной эмпирической валидации из статьи [Axtell, 2018]

Линия – доля занятых на фирмах с возрастом больше указанного по США, точки – такая же доля по модели

Эмпирическая валидация тесно связана с калибровкой по реальным данным. Если калибровка состоит в том, чтобы подобрать параметры, дающие близкое соответствие между моделью и данными, то эмпирическая валидация – в том, чтобы убедиться в достаточно близком соответствии.

1.6. Особенности построения пространственных АОМ

1.6.1. Учет пространства в АОМ: общие принципы

Пространственный аспект модели отражает геометрические и топологические свойства этой модели и связан с такими понятиями, как близость, расстояние, протяженность, координаты, площадь, плотность, объем, связность, ориентация и т. п. В пространственных АОМ отдельные модельные сущности, в том числе агенты, могут иметь привязку к пространству. Пространство в АОМ – это часть среды, в которой действуют и взаимодействуют между собой агенты. Его можно определить как систему областей с привязанными к этим областям агентами или другими модельными объектами. При этом важную роль играет взаимное расположение модельных сущностей, наличие и характеристики пространственных связей между ними.

В зависимости от назначения АОМ пространство в них может быть устроено по-разному. Очень часто модельное пространство представляет собой геометрическое пространство с определенной системой координат. Это пространство может иметь разное количество измерений (одномерное, двумерное и трехмерное), может быть как непрерывным, так и дискретным (например, имеющим вид решетки, чаще всего прямоугольной, как в модели Sugarscape [Epstein, Axtell, 1996] и многих других подобных моделях).

Не всегда пространство в АОМ опирается на геометрию. Существуют модели, в которых пространство представляется как конечный набор точек или других объектов без координат. По сути, пространство в этом случае представляет собой сетевую структуру, в которой есть узлы и соединяющие их дуги. С математической точки зрения сеть – это граф, дополненный сопутствующей информацией об узлах и дугах.

Агенту, имеющему пространственную привязку, может соответствовать как единственная точка, так и целая область (множество точек). То же самое относится и к другим модельным сущностям, имеющим пространственную привязку (эти сущности можно называть пространственными объектами). Пространственные агенты и объекты могут быть как статичными, то есть привязанными к одним и тем же областям, так и мобильными. Кроме того, существуют модели, в которых пространственный агент может быть привязан сразу к нескольким областям пространства (например, место проживания и место работы). При первоначальной привязке агентов и перемещении могут существовать ограничения, связанные с другими агентами. Например, в ряде моделей на решетках в одном узле может находиться не более одного агента.

Отдельно можно выделить те пространственные модельные сущности, которые служат для взаимодействия пространственных агентов и объектов. Это различного рода транспортные пути и пути передачи информации. Такого рода структуры могут, в частности, служить введения ограничений на взаимодействия внутри модели. Например, в простейших клеточных моделях агент, находящийся в клетке, может взаимодействовать только с агентами в соседних клетках. В простейших клеточных моделях с мобильными агентами агенты могут перемещаться только на со-

седние клетки. В пространстве, представленном сетью (графом) с агентами, привязанным к узлам сети, взаимодействия между агентами (или объектами), а также перемещения агентов могут ограничиваться условием существования соединяющей дуги.

Сетевые структуры могут быть особенно полезны для моделирования пространства в виде существующих городов и транспортных путей между ними. Обычное геометрическое пространство с координатами можно дополнить транспортной сетью или сетью других коммуникаций.

Следует отметить также, что к пространственным моделям, где «пространство» понимается в географическом смысле, примыкают разнообразные модели, в которых пространство – это некоторая структура негеографической природы, например, структура социальных связей. Например, в [Dawid, Gemkow, 2014] изучается роль социальных сетей в возникновении неравенства в заработной плате. [Günther et al., 2011] предложили модель диффузии инноваций, в которой географические пространственные эффекты сочетаются с социальными сетями. В [Fagiolo, Dosi, 2003] рассматривается взаимодействие фирм в технологическом пространстве. В [Schweighofer, Garcia, Schweitzer, 2020] моделируется синхронизация политических позиций в многомерном пространстве мнений по политическим вопросам.

То, как устроено пространство и пути коммуникации в АОМ, существенно влияет на результаты работы модели. В частности, чаще всего пространство в АОМ имеет границы, поэтому могут возникать различного рода граничные эффекты. Другое важное для результатов моделирования свойство – это связность пространства. Если коммуникации в АОМ заданы так, что некоторая область пространства оказывается отделенной от остальной части модели, то эта область «выпадает» из общего анализа.

Поскольку имитационные эксперименты в АОМ имеют динамический характер, то возникает вопрос о том, остается ли пространство неизменным в ходе эксперимента. Если структура пространства способна меняться со временем, то это будет уже АОМ с динамическим пространством. Например, если в модели предусмотрено строительство дорог, то появление новых дорог может принципиально менять характер пространственных взаимодействий между агентами или их мобильность.

1.6.2. Инициализация в пространственных моделях

Как уже говорилось, работа любой АОМ включает этап инициализации, во время которого создается среда, агенты и другие модельные сущности. Все сущности, характеризующиеся состоянием, следует заполнить некоторыми данными. В частности, при инициализации заполняются различные данные, относящиеся к пространству. Например, на этапе инициализации пространственных агентов требуется каким-то образом разместить в пространстве, задав их координаты.

В зависимости от цели модели могут использоваться как искусственные условные пространства (в [Dibble, 2006] они называются «синтетические ландшафты»), так и пространства, основанные на реальных данных. Модели могут комбинировать эти два подхода, в каких-то аспектах опираясь на реальные данные, а в каких-то заполняя отсутствующие данные искусственно созданными. Поэтому модельные пространства в разных моделях отличаются различной степенью схожести с реальным ландшафтом или местностью.

Можно привести много примеров использования реальных данных для задания пространства в АОМ. Так, в [Haase, Lautenbach, Seppelt, 2010] используются реальные данные по Лейпцигу для задания пространства в модели сжимающегося города. В [Hunter, Mac Namee, Kelleher, 2018] используются реальные данные по городам в Ирландии для моделирования распространения воздушных инфекций. Комплексная агент-ориентированная модель социально-экономического развития Москвы CABMUD [Фаттахов, 2013] использует геоинформационную систему Москвы такими слоями, как районы, дороги, население и т. д.

Исследователи могут использовать самые разные данные. Например, это могут быть выборочные обследования или телефонные опросы. Также широко используются агрегированные пространственные данные государственной статистики по территориям и регионам; см. [Manson, Sun, Bonsal, 2012].

В том случае, когда точно известно расположение реальных агентов, можно просто сопоставить виртуальных агентов реальным и разместить их в модельном пространстве соответствующим

щим образом. При размещении агентов в непрерывном двумерном пространстве, поделенном на множество областей, можно учитывать реальные данные по плотности населения или количеству реальных агентов. Тогда доля агентов, попавших в данную область, будет пропорциональна некоторому расчетному показателю. При случайном размещении агентов вероятность попадания очередного агента в данную область будет пропорциональна некоторому расчетному показателю.

В простейшем случае искусственно задаваемого пространства пространственные сущности можно расставить в модельном пространстве случайным образом или в соответствии с некоторым простым алгоритмом. Например, в моделях с пространством в виде прямоугольной решетки, где в каждом узле размещается не более одного агента, можно выбирать случайным образом один из незаполненных узлов и размещать там очередного агента.

Кроме размещения агентов, важно также задание системы путей коммуникации. Здесь также можно использовать как реальные географические данные, так и различные алгоритмы искусственные алгоритмы по заданию дуг на графах и т. п.

1.6.3. Пространственный выбор

В пространственных моделях при описании поведения агента предусматриваются особые алгоритмы пространственного выбора. Если пространственный агент выбирает для взаимодействия другого пространственного агента или объект, то он должен делать свой выбор по определенному правилу. В некоторых моделях выбор жестко определяется свойствами агента. Может быть также использован чисто случайный выбор или выбор на основе некоторых расчетных показателей, позволяющих сравнивать альтернативы. В частности, можно учитывать расстояние и выбирать с большей вероятностью ту альтернативу, которая ближе. Те же принципы лежат и в основе выбора конечного пункта перемещения для мобильных агентов.

После выбора некоторого другого агента (объекта) для взаимодействия происходит выбор конкретного маршрута взаимодействия, а после выбора места для перемещения агента – вы-

бор маршрута перемещения. Если маршрут не единственный, то задействуется алгоритм выбора маршрута. При этом могут учитываться различные характеристики данного маршрута, например, его дальность. Во многих моделях перемещение агентов происходит по кратчайшему маршруту. Например, в моделях без транспортной сети часто используется перемещение по прямой.

Алгоритмы и правила пространственного выбора, в которых учитывается дальность взаимодействия или перемещения, моделируют феномен «трения расстояния», наблюдаемый в реальной жизни.

В целом алгоритмы и правила пространственного выбора на микроуровне определяют паттерны взаимодействия и перемещения на макроуровне. Если имеется пространственная макростатистика по моделируемой пространственной системе, то эту статистику можно использовать в процессе калибровки АОМ, подбирая такие параметры модели, которые обеспечивают наилучшее соответствие между реальными пространственными пропорциями и соответствующими показателями по модели.

Вне зависимости от того, проводится ли калибровка модели по пространственным данным, пространственная макростатистика в конечном счете может быть использована для целей эмпирической валидации АОМ, то есть для оценки соответствия между моделью и реальностью.

1.7. Проблемы описания агент-ориентированных моделей

1.7.1. Общее обсуждение проблемы описания АОМ

Как правило, модели в экономике, аналитические или эконометрические, описываются не очень большим числом уравнений. Для аналитических моделей основная сложность связана с формальным обоснованием теоретических свойств модели. Для прикладных эконометрических моделей важную роль играет описание данных, анализ результатов и т. д., но формальное описание модели, как правило, сравнительно компакт-

но и обозримо. В то же время агент-ориентированные модели в экономике (и не только в экономике) часто не имеют достаточно компактного и четкого описания (см., напр., [Wolf et al., 2013]). Это недостаток АОМ, который требует определенных усилий по его преодолению.

Поскольку АОМ – это вычислимая модель, то наиболее полное ее описание – это соответствующий компьютерный код. Однако такое описание плохо подходит для восприятия его человеком, если, конечно, структура модели не является совсем тривиальной. Код сложных моделей может быть довольно громоздким и трудно читаемым неспециалистом. Компьютерный код содержит все детали, которые нужны для работы программы, но не дает общей картины. Кроме того, компьютерные алгоритмы сами по себе не содержат необходимого контекста. То есть на основе кода невозможно понять, по каким общим принципам работает алгоритм, откуда он взялся, почему был выбран именно такой алгоритм и т. д.

Если код АОМ реализован в духе объектно-ориентированного программирования, так что отдельные типы агентов представлены классами (см. об этом в параграфе 3.9 на с. 236), то структура классов в некоторой степени помогает понять структуру модели (см. пример на рис. 23 на с. 243). В то же время объектно-ориентированный взгляд на АОМ может противоречить целям ясного описания модели. Так, [Grimm et al., 2010] обращают внимание на то, что, с одной стороны, для программной реализации АОМ правильнее всего использовать объектно-ориентированный подход к программированию, а с другой стороны, ООП с его принципом инкапсуляции (т. е. единства объекта, данных и методов) идет вразрез с естественным для человека ходом описания модели (см. также [Tessfatsion, 2017]).

Аналогичные проблемы связаны с использованием пересылки сообщений для реализации АОМ (см. об этом в пункте 3.9.3 на с. 243). Отдельные методы, принимающие и передающие сообщения, будут располагаться внутри кода таким образом, чтобы облегчить создание, поддержание и модификацию кода, но такое расположение может противоречить естественной логике описания модели.

По тем же причинам, что и программный код, не очень хорошо подходят для описания АОМ так называемые UML-диаграммы (англ. Unified Modeling Language, унифицированный язык моделирования), которые являются стандартным средством графического описания программных систем. В то же время UML может соответствовать более высокому уровню абстракции, чем исходный код модели. В [Bersini, 2012] приводятся примеры представления простых моделей (в частности, модели сегрегации Шеллинга) с помощью UML-диаграмм.

В целом, как правило, для облегчения восприятия описание АОМ должно идти от общего к частному (т. е. от общей структуры к техническим деталям) и от общих принципов к конкретной реализации. Бывает так, что в основе АОМ лежит некоторая чисто теоретическая модель. В этом случае для описания АОМ может быть полезным дать сначала описание соответствующей теоретической модели.

В то же время следует понимать, что уравнения теоретической модели только помогают понять концептуальную основу АОМ, но не могут заменить ее описание. Конкретные алгоритмы, реализующие формулы теоретической модели, как правило, будут адаптированы к агент-ориентированному характеру модели и будут отличаться. В частности, если какие-то состояния теоретической модели (например, рыночное равновесие) определяются из решения системы уравнений, то это может плохо соответствовать агент-ориентированной идеологии, которая основана на последовательном и автономном принятии решений агентами. Равновесие в АОМ может быть заменено какими-то другими механизмами взаимодействия, дающими похожие на равновесие результаты. Также во многих АОМ агенты не решают каждый раз полные оптимизационные задачи, а действуют адаптивно, только приближаясь к достижению своих целей.

1.7.2. Основные элементы описания модели

В целом АОМ на абстрактном уровне является реализацией некоторой виртуальной системы, которую можно назвать агент-ориентированной системой. В экономических моделях такая агент-ориентированная система – это виртуальная экономика.

АО система содержит внутри себя агентов. Описание АОМ должно включать перечисление всех типов агентов, которые действуют в модели.

Кроме агентов внутри АО системы можно выделить также отдельные сущности, отличающиеся от агентов. Как правило, такие не-агентные сущности имеют пассивную природу и не обладают собственными целями и самостоятельным поведением. Например, это могут быть неодушевленные объекты, такие как здания или природные ресурсы. Это могут быть сети, представляющие взаимосвязи между агентами. В экономической АОМ это может быть общий реестр записей о принадлежащих агентам денежных средствах и других ресурсах.

Отдельные сущности АО системы, в том числе агенты, характеризуются набором свойств – переменными состояния. Также каждый тип агента имеет собственное поведение. В табл. 2 в качестве примера дано обобщенное описание агента-покупателя в виде двух списков: характеристик агента и различных видов деятельности, осуществляемых этим агентом.

Таблица 2

**Пример обобщенного описания агента-покупателя
(адаптировано из [North, Macal, 2007, p. 26])**

Характеристики: • Возраст • Пол • Доход • Предпочтения относительно характеристик товаров • История покупок и т. д.	Деятельность: • Выбор магазина • Выбор товаров • Использование купленных товаров и т. д.

Таким образом, описание АОМ должно обязательно содержать перечисление всех существенных составляющих АО системы, включая агентов и не-агентных сущностей. Однако АО система в большинстве случаев не сводится к совокупности агентов и других сущностей, а имеет свои собственные характеристики, которые выражаются переменными состояния.

Кроме того, разные составляющие АО системы находятся между собой в определенных отношениях. Поэтому в описание АОМ следует включить достаточно ясное описание общей струк-

туры АО системы, включая все основные взаимодействия, отношения часть-целое, иерархические взаимосвязи и т. п. Из описания должна быть понятна роль каждой из составляющих и сущностей в общей структуре.

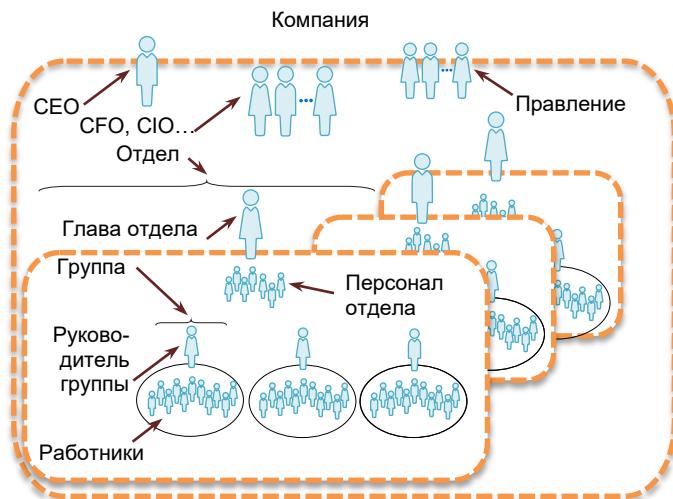


Рис. 6. Схема АОМ компании с разными уровнями агентов на основе [North, Macal, 2007, p. 26]

Подобное общее описание структуры и состава АОМ может быть как чисто словесным, так и табличным или графическим. Графические структурные схемы удобны тем, что помогают получить общее представление об АОМ одним взглядом. В качестве примера на рис. 6 приведена структура модели компании.

Достаточно полное описание модели должно включать описание переменных состояния для входящих в модель сущностей, включая их содержательный смысл с точки зрения модели, единицы измерения, множество возможных значений, которые переменные могут принимать. То же самое относится и к глобальным переменным состояния АО системы. Совокупность всех переменных состояния по смыслу должна описывать состояние АО системы в целом в каждый конкретный момент функционирования системы.

Работа АОМ – это вычислительный процесс, выполняемый на компьютере. Как уже обсуждалось, работу модели, как правило, можно разбить на этап инициализации и этап активности. Параллельно с инициализацией и работой модели, как правило, происходит сбор информации о работе модели, обработка информации и выдача обработанной информации пользователю в том или ином виде (например, запись в файл, запись в базу данных, построение карты, отражение в виде графиков и т. п.).

На этапе инициализации агенты не действуют и не взаимодействуют. На этом этапе заполняются все переменные состояния модельных сущностей и АО системы в целом, а также те неизменные параметры, которые не прописаны жестко в программном коде. При этом используется входная информация, записанная в коде программы или во внешних источниках (файлах данных, базах данных).

На содержательном уровне этап активности – это последовательность событий, включающих в том числе действия и взаимодействия агентов. События в модели происходят по заложенной в ней тем или иным способом схеме или расписанию. Происходящие события приводят к изменению состояния отдельных сущностей и системы в целом. В некоторых моделях не исключено влияние на происходящие события внешней информации, поступающей в процессе активности.

Соответственно, описание модели должно включать описание всех процессов, которые происходят во время работы модели.

Если говорить про этап инициализации, то в описание АОМ входит описание характера используемых входных данных и способов использования входных данных для заполнения переменных состояния. Для некоторых моделей могут использоваться достаточно сложные алгоритмы инициализации, опирающиеся на некоторую теоретическую модель или на реальные статистические данные. Такие алгоритмы тоже могут входить в описание. Если при заполнении переменных состояния используются случайные числа, то дается описание тех распределений, которые используются, и указываются значения параметров распределений.

При описании этапа активности следует дать общее описание схемы или расписания тех процессов, которые происходят. Как

правило, этап активности разбивается на последовательность схожих по составу событий периодов $t = 1, 2, \dots$ Тогда приводится схема или расписание тех процессов, которые происходят внутри отдельного периода.

Далее, происходящие в модели процессы должны быть представлены соответствующими правилами и алгоритмами. Следует описать, как агенты собирают и хранят информацию, как они выбирают свои действия, исходя из данной информации, как меняются состояния агентов и АО системы в зависимости от выбранных агентами действий и т. д.

Желательно, чтобы все эти алгоритмы были достаточно ясно и подробно представлены в формальном виде. При использовании в модели сложных формул, эти формулы должны быть записаны в стандартных математических обозначениях, с содержательной расшифровкой входящих в них переменных.

Если говорить об экономических моделях, то большую роль может играть описание движения различных ресурсов между агентами. Это денежные средства, трудовые ресурсы, сырье и т. д. Типичный пример схемы движения ресурсов в АОМ приведен на рис. 7.

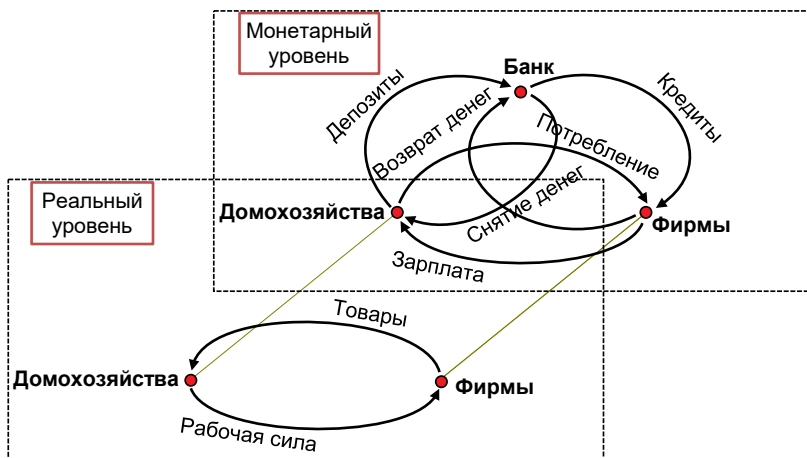


Рис. 7. Схема взаимодействия агентов в макроэкономической АОМ Jamel [Seppecher, 2012, p. 287]

1.7.3. Протокол ODD для представления AOM

Первоначальные идеи протокола ODD были сформулированы Волкером Гриммом и Стивеном Ф. Рэйлсбеком в книге по индивидуально-ориентированному моделированию в экологии [Grimm, Railsback, 2005]. Индивидуально-ориентированное моделирование можно рассматривать как разновидность агентного моделирования, которое направлено на изучение взаимодействия природных сущностей (организмов) в рамках экологической системы. То есть ИОМ обычно не включают людей и принятие ими решений. Предложенная структура была протестирована несколькими экологами, занимающимися подобными моделями. Результатом была статья [Grimm et al., 2006] с изложением переработанного с учетом полученного опыта протокола. Целями разработки протокола были стандартизация описаний моделей, обеспечение сопоставимости и полноты представления разных моделей.

Таким образом возник ODD – это стандартный шаблон для описания агент-ориентированной (или индивидуально-ориентированной) модели и может использоваться в статьях и другой научной литературе. Он состоит из семи разделов, объединенных в три блока: Overview (обзор), Design concepts (идеи замысла), Details (детали). От названий трех блоков образована аббревиатура ODD. Общая структура протокола ODD приведена на рис. 8.

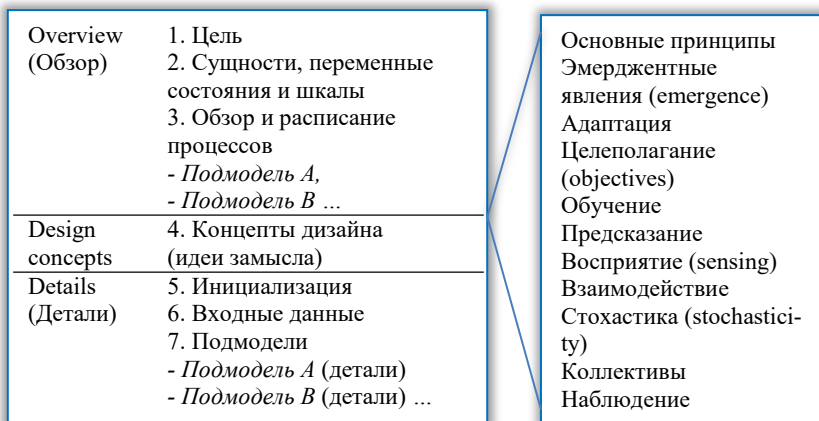


Рис. 8. Структура описания модели по протоколу ODD

Источник: [Grimm et al., 2020, Figure 1]

Первые два блока «Overview» и «Design concepts» должны дать общее представление об описываемой модели, о ее смысле, замысле, контексте и общей структуре. Третий блок «Details» посвящен более подробному описанию. По задумке описание должно быть настолько подробным, чтобы позволить другим исследователям воспроизвести модель и произвести с ней имитационные эксперименты.

Раздел «Цель» (Purpose) содержит краткую и четкую формулировку цели. Он предваряет остальные разделы и дает представление о том, зачем нужна данная модель и чего ожидать в последующем описании.

В разделе «Сущности, переменные состояния и шкалы» (Entities, state variables and scales) перечисляются те виртуальные сущности, которые присутствуют в модели, в частности, типы агентов. Также здесь отражаются иерархические связи между модельными сущностями. Предполагается, что агенты, прочие сущности и моделируемая АО система в целом характеризуются некоторыми переменными состояниями. В этом разделе требуется описать соответствующие характеристики. Под «шкалами» (scales) здесь понимаются временное и пространственное разрешение модели, ее масштаб во времени и пространстве.

«Обзор и расписание процессов» (Process overview and scheduling) – это описание тех процессов, которые происходят в модели, а также описание последовательности происходящих в модели событий.

Блок «Идеи замысла» (Design concepts) посвящен описанию не самой по себе модели, а тех содержательных предположений, идей и концепций, которые лежат в основе построения модели. Когда разработчик создает модель, ему приходится принимать различные решения о том, как должна быть устроена модель. Содержание данного блока должно отражать общую логику принятых разработчиком решений. В частности, следует прояснить, какие свойства модели являются простыми «механическими» следствиями заложенных в модель алгоритмов, ограничений и параметров, а какие возникают как создаваемые в результате действий и взаимодействий агентов эмерджентные явления. Этому вопросу посвящен пункт «Эмерджентные явления» (emergence). Под «Восприятием» (sensing) подразумеваются процессы, благодаря которым агент получает информацию из окружающей среды.

Пункт «Наблюдение» посвящен тому, как собираются выходные данные из модели для целей тестирования и анализа.

Третий блок «Детали» (Details) самый обширный. Он задуман для описания всех тех технических подробностей, которые нужны для конкретной реализации модели по структуре, описанной в блоке «Обзор». Данный блок начинается с раздела «Инициализация». Это наполнение модели исходными данными и создание всех первоначальных сущностей и агентов – все то, что происходит до того, как модель начнет работать. Следующий раздел «Входные данные» является довольно специфическим. Он описывает те входные данные, которые используются во время работы модели, уже после этапа инициализации. Наконец, раздел «Подмодели» конкретизирует те процессы, которые ранее перечислены в разделе «Обзор и расписание процессов». В частности, здесь рассматриваются вопросы параметризации, конструирования и отладки отдельных частей модели («подмоделей»).

По мере накопления опыта использования протокола ODD, стали очевидны его несовершенства и ограниченность для многих типов АОМ. Сам протокол был несколько модифицирован в 2010 и 2020 годах и представлен большими коллективами авторов [Grimm et al., 2010; Grimm et al., 2020]. (В предыдущем обсуждении мы не подчеркивали специально отличия между разными версиями.)

Более существенные коррективы предложены в статье [Müller et al., 2013]. Это протокол ODD+D, где второе D – начальная буква английского слова Decision, то есть «Решение». Авторы протокола ODD+D озаботились модификацией протокола ODD под нужды социально-экологического моделирования, включающего принятие решений людьми. Раздел «Основные принципы» блока «Идеи замысла» был переименован в «Теоретические и эмпирические основы» (Theoretical and Empirical Background) и расширен. Предполагается, что в этот раздел может быть включена более полная информация о связи конструкций и предположений модели с теорией, а также об источниках данных. Более узкие разделы «Адаптация» и «Целеполагание» заменены на «Индивидуальное принятие решений». В статье специально обсуждается различие между принятием решений, адаптацией и обучением. В тот же блок добавлен раздел «Гетерогенность».

В [Laatabi, 2018] предложено дальнейшее расширение ODD+D, названное ODD+2D. Этот вариант протокола ODD до-

полнен подробным описанием того, как именно входные данные используются для инициализации агентов в модели. Описание дается в виде специальной диаграммы.

В статье [Макаров и др., 2023] на базе ODD предложен специальный стандарт описания таких АОМ, которые предназначены для апробации управленческих решений. Там же можно найти детальный обзор различных стандартов описания, которые можно найти в литературе по агентному моделированию.

Другая существенная модификация протокола ODD – это «Далемские указания» [Wolf et al., 2013]¹. Данная модификация ориентирована на описание социально-экономических АОМ. Структура предложенных рекомендаций показана на рис. 9.



Рис. 9. Структура описания модели согласно Далемским указаниям

Источник: [Wolf et al., 2013, Table 1]

¹ По названию района г. Берлина Далема.

Разделы блока «Идеи замысла» лучше соответствуют особенностям экономических АОМ. В частности, обращает на себя внимание раздел «Предположения о поведении и принятие решений». Расписание процессов, происходящих в модели, обсуждается на концептуальном уровне не в блоке «Обзор» (в нем только кратко описывается деятельность агентов), а в блоке «Идеи замысла». Этому посвящен раздел «Время, шаблоны активности и схемы активации». Третий блок получил название «Функциональная детализация» (Functional Specification).

В целом Далемские указания направлены на то, чтобы разгрузить описание модели от множества деталей. Авторы их исходили из того, что экономические АОМ (как, например, EURACE) могут быть слишком сложными, чтобы их описать со всеми подробностями. Кроме того, в указаниях проведено различие между описанием модели и описанием имитационных экспериментов с ней. Предлагается описывать только модель с абстрактным описанием параметров и данных («в модели имеется N домохозяйств, где N задается пользователем»). Конкретные возможные реализации модели для целей экспериментов, включая значения параметров и другие входные данные, лучше описывать отдельно. Также, по замыслу авторов, отдельно должна описываться обработка результатов расчетов.

Л. Тесфатсион в [Tesfatsion, 2017] обращает внимание на негибкость протокола ODD и высказывается в пользу разработки нескольких стандартизированных протоколов для представления АОМ, адаптированных к целям моделирования и к конкретному этапу разработки модели. В частности, в описаниях институциональных и регулятивных моделей политики предлагается опираться на таксономию PRL (Policy Readiness Level) [Tesfatsion, 2017, Table 1].

Формализованное описание АОМ постепенно приобретает популярность. Приведем несколько примеров. В [Polhill et al., 2008] даны примеры трех моделей землепользования, описанные по шаблону ODD. В сборнике [Hokamp et al., 2018], посвященном агент-ориентированному моделированию уклонения от налогов, даны описания восьми моделей, следующих расширенному шаблону ODD+D. В монографии [Furtado, 2018]

глава 2 описывает модель PolicySpace с помощью ODD. В приложении к статье [Hunter, Mac Namee, Kelleher, 2018] сделана попытка описать эпидемиологическую модель с помощью ODD. Описание модели Lagom regiO в [Wolf et al., 2013] следует Далемским указаниям.

С одной стороны, использование формального протокола может существенно улучшить качество представления модели. С другой стороны, есть проблема с удобочитаемостью описания модели по требованиям, следующим ODD и его модификациям. Это скорее требование к достаточно полной документации, которую можно использовать как технический справочник по модели. Из-за этого формальный протокол может оказаться прокрустовым ложем, создающим сложности как для разработчиков, составляющих описание АОМ, так и для потенциальных читателей.

В то же время само по себе наличие таких протоколов облегчает написание документации и описаний в научных работах, предоставляя исследователям готовую схему, от которой можно отталкиваться. Можно смотреть на предлагаемые стандарты описания как на контрольный список. Вместо того, чтобы следовать стандарту буквально, можно просто пройти по всем разделам и проверить, какие аспекты пока не получили достаточного освещения в имеющемся описании.

Глава 2. ОБЗОР СУЩЕСТВУЮЩИХ АГЕНТ-ОРИЕНТИРОВАННЫХ МОДЕЛЕЙ

2.1. Введение

Агент-ориентированный подход до конца прошлого века был представлен отдельными пробными исследованиями. В нынешнем веке он развивается довольно быстрыми темпами. В целом можно сказать, что за последние десятилетия агент-ориентированное моделирование, как особый вид имитационного моделирования, прошло путь от отдельных пробных исследований [Hägerstrand, 1965; Schelling, 1971] до масштабных прикладных моделей, таких как Eurace@Unibi [Dawid, Harting, Neugart, 2014] и LAGOM RegIO [Wolf et al., 2013].

Эта глава не ставит целью обеспечить полноценный охват разработанных к настоящему времени агент-ориентированных моделей. Она содержит тематические обзоры по четырем направлениям. Это ранние АОМ, макроэкономические АОМ, представляющие экономику в целом, пространственные АОМ и АОМ, моделирующие государственную политику. Более полное представление о существующих моделях можно получить из обзоров [Tesfatsion, 2002; Ballot, Mandel, Vignes, 2015; Чекмарева, 2016; Turrell, 2016; Axtell, Farmer, 2022]. [Vriend, 2006] обсуждает ряд моделей с эндогенными взаимодействиями. В статье [Heath, Hill, Ciarallo, 2009] не рассматриваются конкретные АОМ, а приводится статистика по использованию разных практик в выбранном большом массиве статей (например, по целям проведения имитаций, по характеру валидации).

Помимо общих обзоров существуют также разнообразные обзоры, посвященные отдельным экономическим темам. Например, [LeBaron, 2006; Cristelli, 2013, ch. 3; Iori, Porter, 2018] – финансовые рынки, [Garcia, 2005; Dawid, 2006] – инновации и технологические изменения, [Rand, Rust, 2011; Negahban, Yilmaz, 2013; Bozanta, Nasir, 2014] – маркетинг, [Heckbert, Baynes, Reeson, 2010] – экономическая экология, [Zhou, Chan, Chow, 2007; Weidlich, Veit, 2008] – рынки электроэнергетики.

Кроме экономики АОМ используются во многих других областях науки и техники. Так в [Squazzoni, 2012; Bruch, Atwell, 2013] можно найти обзоры социальных исследований, в [Duan et al., 2015; Hunter, Mac Namee, Kelleher, 2017] – исследований в области эпидемиологии. [Macal, 2009] рассматривает ряд моделей в рамках направления «искусственной жизни» (ALife), то есть исследований самоорганизации в природе.

2.2. Некоторые ранние АОМ

Агентное моделирование имеет достаточно долгую историю. Фактически, ряд сконструированных в разное время в течение 20 века моделей можно назвать в полном смысле агент-ориентированными, хотя во время их создания этого такого термина еще не существовало. Также многие исследователи в самых разных научных областях выдвигали идеи, закладывавшие фундамент методологии агент-ориентированного моделирования¹. Широкую картину ранних исследований в этом русле можно найти в обзорах [Chen, 2016; Ballot, Mandel, Vignes, 2015]. Описание некоторых ранних моделей приведено в [Levy, 2009].

2.2.1. Микроимитационные модели Оркатта

Микроимитационные модели (англ. *microsimulation models*) – это вычислимые модели, которые работают на уровне отдельных поведенческих микроединиц (таких как индивидум, домохозяйство, фирма). В рамках такого подхода компьютерные имитации на больших репрезентативных совокупностях микроединиц используются, чтобы делать выводы относительно агрегированных показателей на более высоком уровне, например, макропоказателей для отдельных групп населения или страны в целом. Цель моделирования обычно состоит в том, чтобы просчитать воздействие на экономику и население экзогенных изменений и процес-

¹ В частности, здесь можно упомянуть эволюционную экономику, пионерами которой были Нельсон и Уинтер [Nelson, Winter, 1982]. Так, эти авторы ввели в рассмотрение «шаблонное поведение» (routine) для описания обычных и предсказуемых моделей поведения фирм.

сов, таких как осуществление определенных мероприятий государственной политики.

Если судить по даваемым определениям, то сложно понять, в чем конкретно заключается различие между микроимитационными моделями и АОМ. По-видимому, микроимитационное моделирование следует считать некоторой независимой школой, идущей от Г. Оркатта. Эта школа характеризуется своими традициями, методологическими особенностями, подходами к использованию данных, терминологией, а также исследовательскими вопросами. На сайте организации International Microsimulation Association¹, которая объединяет исследователей в области микроимитации, называются такие направления моделирования как, например, система налогов и социальных трансфертов, предложение труда, транспорт, здравоохранение и т. п. Кроме того, следует учитывать, что АОМ всегда имеют динамический характер, описывая развитие моделируемой системы по времени, в то время как микроимитационные модели могут быть чисто «арифметическими» и статическими.

Основополагающей для этого направления является статья Гая Оркатта [Orcutt, 1957] (см. также [Orcutt, 1960]). В ней он сформулировал свое видение социально-экономического имитационного моделирования на основе отдельных единиц, действующих на микроуровне. Статья описывала не какую-то конкретную модель, а общий подход к моделированию, то есть была программной.

Однако дело не ограничилось только концепциями. На основе сформулированных фундаментальных принципов Оркатт вместе с коллегами разработал демографическую микроимитационную модель сектора домашних хозяйств, опиравшуюся на доступные в то время демографические данные по США. Позже в 1970-х годах эта работа была продолжена, и Оркатт (также в сотрудничестве с коллегами) создал DYNASIM, модель динамического имитационного моделирования доходов по США. Объемное описание модели и ее приложений можно найти в монографии [Orcutt, Caldwell, Wertheimer, 1976]. Для формулировки поведения (в терминологии Оркатта, «рабочих характеристик») микроединиц была использована демографическая статистика, статистика оплаты труда, данные по трансфертам и налогам и т. д.

¹ <https://www.microsimulation.org/about/>. Дата доступа 2022-10-07.

В дальнейшем микроимитационное моделирование хотя и осталось нишевым направлением за пределами экономического мейнстрима, но на этой основе строилось и до сих пор строится большое количество моделей в разных странах и самых разных областях, причем работа по построению многих из этих моделей обеспечивается неплохим государственным финансированием.

В моделях Г. Оркатта ([Orcutt, 1957; Orcutt, 1960] и др.) можно отметить несколько фундаментальных новшеств. Во-первых, это были социально-экономические имитационные модели, запущавшиеся на компьютере. Во-вторых, в них использовалось много тысяч отдельных взаимодействующих микроединиц с гетерогенными характеристиками. В-третьих, это было сознательное использование метода Монте-Карло для получения экспериментальной статистики по модели с предполагавшейся последующей ее обработкой статистическими методами. В-четвертых, модели строились как блочно-рекурсивные, то есть если и предполагалось использовать решение системы уравнений, то только внутри данного блока (микроединицы). В-пятых, использовалась реальная статистика для формулировки алгоритмов поведения микроединиц (т. е. модель инициализировалась и калибровалась по реальным данным). В-шестых, результаты работы модели представлялись в виде агрегированных статистических показателей, подобных официальной статистике, использовалась визуализация и табулирование результатов. В-седьмых, проводился анализ чувствительности результатов к значениям отдельных параметров. В-восьмых, производились попытки валидации модели; см., напр., [Orcutt, Caldwell, Wertheimer, 1976, ch. 11].

Интересное развитие микроимитационное моделирование получило в исследованиях Барбары Бергманн в начале 1970-х гг.; см., напр., [Bergmann, 1974]. Эти исследования в дальнейшем были продолжены совместно с Р. Беннеттом. Результаты были обобщены в монографии [Bennett, Bergmann, 1986]. Отличие подхода Бергманн от традиционных микроимитационных моделей состоит в том, что в них экономика страны (более конкретно, экономика США) рассматривается как единая система в духе моделей общего равновесия. Похожий подход параллельно использовал Г. Элиассон при разработке модели MOSES для Швеции (см. пункт 2.3.1 на с. 71).

2.2.2. Модели Сакоды и Шеллинга

К наиболее ранним АОМ можно отнести схожие между собой модели Дж. Сакоды и Т. Шеллинга. Прежде всего следует упомянуть статью [Schelling, 1971] и книгу [Schelling, 1978, ch. 4]. Это один из первых опытов использования агент-ориентированного моделирования в социальных науках. Независимо и раньше похожие модели разработал Дж. Сакода – это диссертация [Sakoda, 1949] и статья [Sakoda, 1971]. Две похожие по тематике статьи вышли в одном и том же журнале *Journal of Mathematical Sociology* за 1971 год, но статья Шеллинга привлекла больше внимания, чем статья Сакоды. По конструкции модели Шеллинга и Сакоды являются так называемыми клеточными автоматами (как и известная игра «Жизнь»; см. Chen, 2016, гл. 4).

Оба исследователя моделировали расселение жителей внутри условного населенного пункта с помощью фишек двух цветов, расставленных на клетчатой доске. Клетки – это дома или участки. Некоторые из них могут быть пустыми, в остальных находится по одному агенту-фишке. Агенты могут перемещаться по клеткам, выбирая новое место проживания. Стимулом к перемещению является неудовлетворенность составом ближайшего окружения агента: количеством или пропорцией других агентов разного цвета в соседних клетках (например, в 8 прилегающих клетках). Хотя агенты действуют по простым правилам, но на уровне системы в целом проявляются эмерджентные эффекты. В частности, в широко цитируемых моделях Шеллинга (Томас Шеллинг – нобелевский лауреат в области экономики за 2005 г.) в стационарном состоянии наблюдается эффект сегрегации в соответствии с цветом агента; это можно интерпретировать как расовую сегрегацию. (Пример АОМ, основанный на модели сегрегации, рассмотрен в параграфе 4.1 на с. 267.)

Дж. Сакода в своих работах рассмотрел более широкий набор правил поведения в зависимости от пространственного соседства и описал другие интересные эмерджентные феномены. О Сакоде и Шеллинге можно почитать в подробной и увлекательной статье [Hegselmann, 2017].

2.2.3. Модели Хагерстранда

Торстен Хагерstrand (Torsten Hägerstrand, 1916–2004) – шведский географ, известный как основоположник научной дисциплины – хроногеографии. С точки зрения агент-ориентированного моделирования интересны его работы по пространственной диффузии инноваций; см., напр., [Hägerstrand, 1965], где в качестве фактического материала для построения модели взято распространение инноваций в сельском хозяйстве Швеции (см. рис. 10), а также монографию [Hägerstrand, 1967]. (Пример АОМ на основе [Hägerstrand, 1965] рассмотрен в параграфе 4.2 на с. 271.)

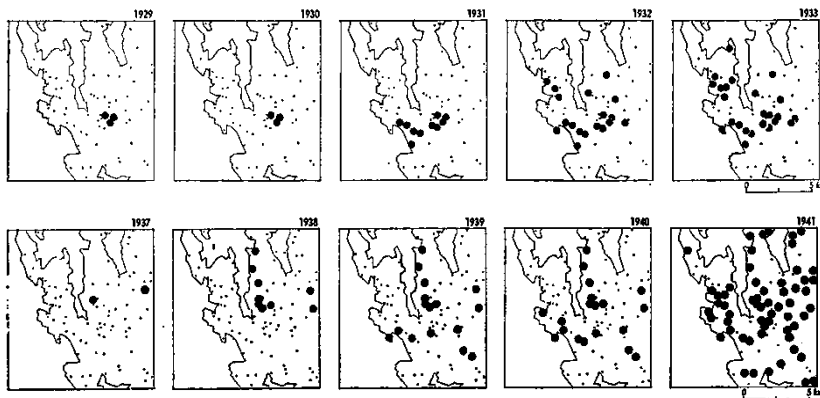


Рис. 10. Распространение инноваций в сельском хозяйстве Швеции из [Hägerstrand, 1965]

Сверху: субсидии на усовершенствованный выпас;
снизу: систематический контроль коровьего туберкулеза.

Модели Хагерstrandа, появившиеся в середине 20 века, можно отнести к ранним пространственным АОМ. Хагерstrand предвосхитил многие идеи агентного моделирования, такие как калибровка и эмпирическая валидация модели. Он первым представил пространство в виде клеток, населенных агентами. Для передачи инноваций требовался персональный контакт между агентами. Вероятность взаимодей-

ствия убывала с ростом расстояния между ними и в зависимости от географической анизотропии. Таким образом возникало «сопротивление пространства» распространению инноваций, причем процесс диффузии последовательно развивался в модельном времени.

2.2.4. Sugarscape

Широко известная серия пространственных агент-ориентированных моделей Sugarscape описана в книге «Растущие искусственные общества» Дж. Эпстейна и Р. Акстелла [Epstein, Axtell, 1996]. Агенты-жители помещаются в ячейках двумерной решетки. Ячейка содержит большее или меньшее количество воспроизводимых ресурсов – сахара или специй. Агенты следуют некоторым локальным правилам поведения и взаимодействия между собой и с окружающей средой. В частности, они пополняют свои запасы из ресурсов пройденных ячеек. Пользуясь зрением, агенты перемещаются в ячейки, богатые ресурсами. Запасы ресурсов потребляются агентами с интенсивностью, зависящей от их скорости метаболизма. Также агенты в разных вариантах модели могут размножаться, умирать, загрязнять окружающую среду, наследовать ресурсы, передавать культуру, торговать ресурсами, брать ресурсы займы, сражаться, передавать болезни, генерировать иммунитет и т. д. В одном и том же виртуальном обществе могут совмещаться и совместно изучаться генетико-эволюционные, демографические, экологические, эпидемиологические, культурные, экономические, социальные, военные аспекты.

Среди эмерджентных макро-эффектов, наблюдаемых в модели Sugarscape, интерес представляет распределение сахара по популяции агентов. Типичное распределение имеет асимметричную форму с длинным правым хвостом, похожую на известное распределение Парето, а также на распределение богатства по населению в реальных экономиках.

2.2.5. Эксперименты Арифович с генетическими алгоритмами в динамических моделях

Интерес Ясины Арифович к агентному моделированию можно объяснить ее поиском альтернатив теоретическим динамическим моделям с рациональными ожиданиями. Арифович провела серию исследований [Arifovic, 1994; Arifovic, 1995; Arifovic, 1996] на стыке агентного моделирования и экспериментальной экономики. В каждом из этих исследований в качестве основы использовалась некоторая стилизованная теоретическая модель, для которой известно равновесие в рациональных ожиданиях. Из теоретической модели конструировалась аналогичная агент-ориентированная модель. Результаты, полученные в АОМ, сравнивались с теоретическими равновесиями, а также с экспериментами с людьми, которых ставили в аналогичную игровую ситуацию.

Статья [Arifovic, 1994] посвящена поведению агентов в рамках классической паутинообразной модели, с которой началось развитие концепции рациональных ожиданий. В данной модели несколько фирм, производящих однородный товар, принимают решение об объеме производства. Цена устанавливается позже на таком уровне, чтобы спрос по заданной функции спроса был равен произведенному количеству товара.

В [Arifovic, 1995] аналогичным образом рассматривалась инфляционная динамика в рамках двухпериодной денежной модели экономики с перекрывающимися поколениями. Молодые агенты в данной модели делают выбор между потреблением и сбережением. В [Arifovic, 1996] рассматривалась динамика валютного курса в двухстрановой модели с перекрывающимися поколениями. Агенты в модели делают выбор между потреблением и вложениями в одну из двух валют.

В построенных Я. Арифович АОМ агенты использовали обучение на основе генетических алгоритмов в стиле Дж. Холланда [Holland, 1975]. Также рассматривались альтернативные алгоритмы обучения, например, по методу наименьших квадратов.

Параллельно с Арифович в начале 1990-х годов построением имитационных моделей с искусственными агентами, реализованными с помощью генетических алгоритмов, занимался ряд дру-

гих исследователей (напр., [Andreoni, Miller, 1995; Vriend, 1995; Miller, 1996; Arthur et al., 1997; Kirman, Vriend, 2001]). По-видимому, заметную роль как в популяризации генетических алгоритмов, так и в развитии агентного моделирования сыграл Институт Санта-Фе¹.

2.3. Агент-ориентированные модели экономики в целом

Поскольку основной результат данного исследования – это разработка АОМ российской экономики в целом, имеет смысл представить обзор моделей аналогичного класса, то есть таких, которые призваны имитировать в целом экономику отдельной страны или группы взаимосвязанных стран. Такие модели принципиально отличаются по своей конструкции от моделей отдельных секторов, рынков, территорий и отдельных экономических явлений, поскольку по природе моделируемого объекта должны характеризоваться целостностью и комплексностью. Конечно, любая модель будет только слабым отражением реальности, но модель экономики в целом должна быть достаточно проработанной, чтобы быть в основных чертах похожей на моделируемый объект. В следующем далее обзоре мы выделим те модели, которые достаточно серьезно проработаны, оказали заметное влияние на развитие данной области, а также те, которые представляют наибольший интерес с точки зрения тематики данного исследования.

Существующая литература демонстрирует разнообразные подходы к агент-ориентированному моделированию на уровне экономики в целом. Однако при всех отличиях в подходах в разных моделях можно выделить общие черты с точки зрения их строения и принципов взаимодействия агентов. В них представлены агенты нескольких типов (домохозяйства, фирмы, банки,

¹ Это независимый институт теоретических исследований, расположенный в г. Санта-Фе (Нью-Мексико, США), являющийся некоммерческой организацией и занимающийся междисциплинарными исследованиями фундаментальных свойств сложных адаптивных систем, включая физические, математические, биологические и социальные системы.

а также государственные органы), взаимодействующие на рынках разных типов, таких как рынки потребительских товаров, капитальных или инвестиционных товаров, труда, кредитов и ценных бумаг.

Следуя [Dawid, Delli Gatti, 2018], мы для краткости инвестиционные товары, соответствующий сектор и действующие в нем фирмы будем называть *К-товары*, *К-сектор* и *К-фирмы*. Потребительские товары, сектор и фирмы, соответственно, будут называться *С-товары*, *С-сектор* и *С-фирмы*. В описании моделей математические обозначения источников сохранены. Несмотря на существенные различия между моделями, в обзоре используется единая логика.

Большинство из описанных далее моделей позиционируются как *макроэкономические АОМ*. Этот термин требует пояснения. Дело в том, что в традиционном понимании макроэкономические модели – это модели, которые представляют экономику в целом и характеризуют взаимосвязи макроэкономических агрегатов. В связи с этим в названии «макроэкономическая АОМ» есть некоторая противоречивость. Если экономика в модели дезагрегирована и содержит большое число фирм и домохозяйств, действующих на микроуровне, то это скорее микроэкономическая модель. Возможно, именно по этой причине одна из рассмотренных моделей – MOSES – охарактеризована как «микро–макро модель».

Термин «макроэкономические АОМ» связан с тем, что в этих моделях подчеркиваются те аспекты, которые традиционно изучаются в макроэкономике, таких как денежная политика центрального банка, инфляция, экономические циклы, экономический рост и т. п. Макроэкономические аспекты подробно рассматриваются в обзорах [Fagiolo, Roventini, 2017; Di Guilmi, 2017; Dawid, Delli Gatti, 2018]. В представленном далее обзоре особый упор сделан на микроэкономические составляющие моделей и сравнительный анализ моделей с точки зрения представления в них инвестиций в основной капитал¹.

¹ Этот параграф основан на статье [Цыплаков., Мельникова, 2021].

2.3.1. Микро–макро модель MOSES

Инвестиции в основной капитал и макроэкономическое агент-ориентированное моделирование

Общая характеристика. Шведская микро–макро модель MOSES (англ. the Swedish micro-to-macro model) представляет собой имитационную модель, которая хотя и не называется агент-ориентированной, но по своей структуре таковой является [Albrecht et al., 1989; Eliasson, 1991; Eliasson, 2017]. Модель предназначена для анализа промышленного роста, поэтому производственный сектор является наиболее детально разработанным сектором в данной модели. Модель основана на 11-отраслевой структуре «затраты–выпуск». Соответствующие технологические коэффициенты задаются экзогенно. При этом только четыре отрасли моделируются на микроуровне: переработка сырья, полуфабрикаты, производство инвестиционных товаров и производство потребительских товаров кратковременного пользования. Каждая отрасль состоит из ряда фирм, часть из которых основана на фактических данных, а часть создана искусственно. Фирма может закупать товары на всех 11 рынках.

Производство. Производственные возможности фирмы описываются границей:

$$QFR(L) = QTOP \cdot (1 - \exp(-\gamma L)),$$

задающей множество возможных сочетаний объема производства Q и затрат труда L . Фирмы точно не знают расположение границы, а действуют при выборе Q и L методом проб и ошибок. Поэтому производственный потенциал фирм, как правило, задействован не полностью. Величина $QTOP$ определяет максимальный квартальный объем производства фирмы, достижимый при бесконечных затратах труда. Таким образом, в модели нет в явном виде показателя капитала, а есть некоторый показатель асимптотических производственных мощностей.

Другие рынки и секторы. В модели действует кредитный рынок, на котором поведение ставки процента r определяется механизмом нащупывания, основанным на относительной разнице между спросом и предложением. Процентная ставка r и предпринимательские способности фирм определяют рост инвестиций и производственных мощностей в экономике.

Инвестиции в основной капитал. Каждый квартал $QTOP$ уменьшается на величину $\rho \cdot QTOP$, где ρ – фиксированная норма амортизации. Также каждый квартал производственные мощности $QTOP$ увеличиваются благодаря инвестициям на некоторую величину $QSHQTOP$. Прирост $QTOP$ зависит, во-первых, от задаваемого экзогенно коэффициента производительности вновь введенного капитала α^* ($INVEFF$), а во-вторых, от размера осуществленных инвестиций $QINV$. Те же два фактора приводят к изменению коэффициента γ . В целом в результате инвестиций производственная граница QFR сдвигается вверх и изгибается.

Инвестиционные расходы фирмы в данном квартале определяются эндогенно через механизм капитализации прибыли (*profitlow-back mechanism*). Они складываются из чистого притока денежных средств фирмы и изменения в размере долга фирмы ΔBW за вычетом желаемого изменения в размере ликвидных активов. При этом из притока денежных средств вычитается сумма дивидендов, которая связана с корпоративными налогами экзогенно задаваемым постоянным коэффициентом. Планируемые инвестиции осуществляются только в том случае, если текущий процент загрузки производственных мощностей выше некоторой пороговой величины, иначе они временно откладываются.

Планируемое изменение долга ΔBW зависит от внутренне-внешней процентной маржи. Оно пропорционально имеющемуся долгу BW с коэффициентом:

$$\alpha_{BW} + \beta_{BW} \cdot \left(\frac{\Delta p^k}{p^k} + R^N - r_i \right),$$

где α_{BW} , β_{BW} – экзогенно устанавливаемые коэффициенты, $\Delta p^k / p^k$ – темп прироста цены капитального товара p^k , R^N – рентабельность по отношению к полной величине капитала, r_i – локальная ставка по банковским кредитам для фирмы, зависящая от рыночной ставки r . Эти планы корректируются в зависимости от предложения денег из остальной экономики.

Размер введенных в строй инвестиций в данном квартале $QINV$ зависит от инвестиционных расходов в предыдущие периоды и экзогенно заданного инвестиционного лага.

Вновь вводимый капитал, кроме собственной производительности, характеризуется также производительностью труда *МТЕС*. Этот показатель для всех фирм меняется экзогенно. Изменения в коэффициентах производительности для нового капитала моделируют производственные инновации.

2.3.2. Модель Гинтиса

В статье Г. Гинтиса [Gintis, 2007] содержатся две разные модели. Первая – это простая условная модель экономики обмена на основе примера Скарфа. Гинтис проанализировал последствия введения в модель частных цен. В отличие от примера Скарфа модель с частными ценами продемонстрировала быструю сходимость к стационарному состоянию. Вторая – это модель, названная автором агент-ориентированной вальрасовской экономикой. Ее мы здесь и рассмотрим.

Общая характеристика. Модель строится на базе стандартной модели общего равновесия Вальраса. К стандартной модели добавляются такие детали, как рынок труда и деньги.

Производство и рынок С-товаров. В модели имеется фиксированное количество (10) С-отраслей. Фирмы каждой отрасли производят однородный товар с использованием арендованного капитала и усилий работников. Производство задается функцией выпуска на единицу усилий:

$$q(k, K) = \sqrt{1 + 0.1K}k(2k^* - k)/(k^*)^2,$$

где k – число работников, k^* – число работников, дающее максимум выпуска, K – арендованный капитал. Фирма продает часть k своей продукции по выбранной цене p и получает прибыль $pkekq(k, K) - wk - rK$, где w – ставка заработной платы, r – цена аренды капитала. Непроданная продукция переносится в следующий период, но с потерей 10%. Фирма выбирает свои «рабочие характеристики»: цену продукции, предлагаемую ставку зарплаты, спрос на усилия, целевое число работников, а также коэффициенты корректировки для цены, ставки зарплаты и усилий. Операционные характеристики подвержены случайным мутациям, кроме того, с некоторой вероятностью неуспешная фирма копирует характеристики у случайно выбранной более успешной фирмы.

Спрос потребителей на С-товары определяется «гибридной» функцией типа CES. Оптимальный спрос на товары при данных ценах и доходе вычисляется аналитически. Каждый период потребитель обследует несколько фирм данной отрасли и выбирает из них одну с наименьшей ценой (при условии, что у нее есть достаточное количество товара в наличии и цена не очень высокая по сравнению с прошлым периодом). Доходы потребителя складываются из заработной платы и арендных платежей за капитал.

Рынок К-товаров. В каждой отрасли имеется фиксированное количество (100 единиц) невыбывающего капитала, которым владеют потребители в разных долях. Этот капитал арендуется фирмами. Положив $k = k^*$ и $\kappa = 1$ и выбрав остальные производственные параметры, фирма может оценить предельный продукт капитала, откуда находится функция спроса на капитал вида $K(r)$. Цена r выбирается такой, чтобы она уравнивала спрос и предложение.

В модели действует Монетарное управление (англ. Monetary Authority), которое финансирует создание новых фирм в отраслях с положительной средней прибылью. Операционные характеристики выбираются на среднем по отрасли уровне. Созданная фирма должна нанять работников. С другой стороны, если средняя прибыль в отрасли отрицательна, то 5% наименее успешных фирм банкротятся, а их работники становятся безработными.

Другие рынки и секторы. Агент Монетарное управление обладает некоторыми функциями правительства и центрального банка, создавая новые фирмы, собирая налоги, выплачивая пособия по безработице и меняя запас денег при несбалансированности бюджета.

Каждый потребитель является одновременно работником, трудовая функция полезности которого имеет вид:

$$u_i = \frac{w - a_i}{1 - e},$$

где w – заработная плата, e – уровень усилий, а a_i – параметр, отражающий тяжесть усилий. Усилия e устанавливаются в результате контракта с фирмой. Работник может рассчитать свою «резервную позицию» (англ. fallback position) на рынке труда,

которая зависит в числе прочего от характеристик рынка труда, параметра a_i и субъективного дисконтирующего множителя. Резервную позицию можно рассматривать как функцию от w и e , и от нее зависит выбор между занятостью на конкретной фирме и поиском работы.

2.3.3. Модель ASPEN

Общая характеристика. ASPEN – это имитационная модель экономики США, разработанная в Sandia National Laboratories Министерства энергетики США [Basu, Pryor, Quint, 1998]. Она во многом следует направлению микроимитационного моделирования, но расширяет его охват в духе работ Бергманн и Беннетта; см., напр., [Bennett, Bergmann, 1986]. Наряду с домашними хозяйствами и фирмами в модели выделены правительство, риелтор и агенты, относящиеся к финансовой сфере. Важная черта – использование генетических алгоритмов обучения агентов.

Производство и рынок С-товаров. С-фирмы относятся к одной из четырех отраслей: продукты питания, «прочие товары недлительного пользования», автомобили и строительство жилья. При производстве используются капитальное оборудование (K станков) и рабочая сила (L работников). Производственная функция имеет вид Кобба–Дугласа sK^aL^b , где $a = 1$, $b = 1$, а коэффициент s одинаковый для фирм данной отрасли.

При установлении цен на продукцию фирмы используют обучающуюся систему классификаторов с генетическим алгоритмом (GALCS). Тем самым моделируется процесс обучения фирм при разработке ими стратегии ценообразования.

Спрос на С-товары предъявляют агенты-домохозяйства, доходы которых складываются из заработной платы, пособия по безработице и социальных пособий. Спрос на продукты питания зависит только от размера домохозяйства. Остальной доход идет на прочие товары недлительного пользования. Вероятность, что домохозяйство купит товар недлительного пользования у фирмы f с ценой $p(f)$, пропорциональна величине $p(f)^{-q}$.

Спрос на автомобиль у домохозяйства возникает в случае необходимости и финансируется за счет накоплений или кре-

дита. В целом на этот спрос влияют доходы и сбережения домохозяйства, а также процентные ставки. Спрос на жилье формируется аналогичным образом, но рынок жилья устроен более сложно. Домохозяйство может быть арендатором или арендодателем жилья. Новое жилье предлагают фирмы-застройщики.

Инвестиции в оборудование. Производство и рынок К-товаров. С-фирма раз в год может купить единицу нового оборудования – станок, сравнивая выгоды от увеличения производства с издержками приобретения, включающими издержки по бизнес-кредиту. Имеется единственный производитель капитальных благ (оборудования), который затрачивает в производстве только труд. Он не выбирает цену продукции и спрос на труд.

Другие рынки и секторы. Кроме товарных рынков взаимодействие агентов происходит также посредством финансового рынка и рынка труда.

Домохозяйства предлагают свой труд в количестве 1 на рынке труда, отвечая на предложения работы со стороны фирм. На рынке труда заработная плата неизменна и одинакова для всех нанимателей. Спрос на труд предъявляют С-фирмы, К-производитель и другие агенты. Спрос на труд со стороны фирм зависит от размера запасов готовой продукции в отношении к спросу. Каждый период фирма может менять количество работников, увольняя их или рассылая предложения работы домохозяйствам.

Финансовый сектор включает частные банки, Федеральный резервный банк (ФРБ) и агента «Финансовый рынок». Банки ведут сберегательные счета домохозяйств, выдают потребительские и бизнес-кредиты и инвестируют в облигации. Спрос на кредиты предъявляют домохозяйства или фирмы. Например, если домохозяйство решает взять кредит на покупку автомобиля, то оно обращается в банк. Вероятность, что домохозяйство выберет данный банк, тем выше, чем ниже его процентная ставка. При установлении банками процентных ставок по кредитам используется алгоритм GALCS. Финансовый рынок балансирует спрос и предложение на государственных облигациях со стороны правительства, банков и домохозяйств.

2.3.4. Модель Eurace

Общая характеристика. Eurace – это крупномасштабная агент-ориентированная модель, разработка которой финансировалась Европейским союзом¹ [Deissenberg, Hoog, Dawid, 2008; Cincotti, Raberto, Teglio, 2012; Ponta et al., 2018; Mazzocchi et al., 2018; Raberto et al., 2019; Teglio et al., 2019].

Основной центр разработки – Университет Генуи. Поскольку разными исследователями разрабатывались разные варианты модели, отличающиеся многочисленными деталями, мы дадим некоторое обобщенное описание.

Модельные постановки в большинстве не имеют пространственного разреза, но одна из них [Petrović et al., 2017] реализована в многострановой структуре. Модель обладает свойством согласованности потоков и запасов (stock-flow consistency). В модели действуют С-фирмы, производящие однородную продукцию, и единственная К-фирма. Ожидания С-фирм относятся к спросу и инфляции, ожидания домохозяйств – к запасу облигаций и их доходности. Моделирование ожиданий осуществляется как адаптивное, на основе линейной регрессии по прошлым значениям. Вход новых агентов на рынок возможен после банкротства других, то есть представляет собой замещение.

Производство и рынок С-товаров. Имеется единственный С-сектор, в котором технологии фирм описываются производственными функциями Кобба–Дугласа. Если фирма f в момент времени t использует $N_{f,t}$ рабочей силы и обладает капиталом $K_{f,t}$, то ее выпуск равен:

$$q_{f,t} = \gamma N_{f,t}^{\alpha} K_{f,t}^{\beta},$$

где α – производительность труда, $\beta = 1 - \alpha$ – производительность капитала, γ – общая факторная производительность. Использование производственной функции, характеризующейся возможностью замещения труда и капитала, – это отличительная черта моделей Eurace.

¹ В 2006–2009 гг. по проекту EURACE программы FP6-IST, затем в 2013–2016 гг. по проекту SYMPHONY программы FP7-ICT.

Рассматривается однородный по производительности капитал. В версии модели из [Raberto et al., 2019] предусмотрена дифференциация капитала по энергоэффективности, которая зависит от среднего возраста капитала, определяемого композицией поколений капитала, принадлежащих фирме; С-фирма использует в производстве не только труд и капитал, но и электроэнергию с фиксированными технологическими коэффициентами.

Цена С-товара $p_{f,t}^C$ устанавливается через фиксированную наценку μ^C к полным удельным издержкам $c_{f,t}^u$ (взвешенному среднему удельных издержек на текущее производство и прошлое производство, складированное в запасах):

$$p_{f,t}^C = (1 + \mu^C)c_{f,t}^u.$$

В издержки $c_{f,t}^u$ входит фонд заработной платы, процентные платежи и амортизация капитала.

Для выбора объема производства сначала определяется желаемый уровень запасов $\hat{I}_{f,t}$, позволяющий удовлетворить ожидаемый спрос $q_{f,t}^{Ce}$, оцениваемый по регрессии за несколько прошлых периодов. Плановый выпуск $\hat{q}_{f,t}^C$ вычисляется на основе эвристического правила поддержания запасов. Это комбинация с коэффициентом $\lambda \in (0; 1)$ производственных потребностей для накопления желаемого уровня запасов $\bar{q}_{f,t}^C = \max[0, \hat{I}_{f,t} - I_{f,t}]$ и фактического выпуска прошлого периода:

$$\hat{q}_{f,t}^C = (1 - \lambda)\bar{q}_{f,t}^C + \lambda q_{f,t-1}^C.$$

Поскольку в модели допускается замещение между производственными факторами, то при выбранном желаемом выпуске $\hat{q}_{f,t}^C$ нужно выбрать также соотношение между трудом и капиталом. Решается задача минимизации издержек по труду и капиталу при данной ставке заработной плате $w_{f,t}$ и издержках на единицу капитала $c_{f,t}^K = (\bar{r}_{f,t} + \xi^K)p_t^K$, где $\bar{r}_{f,t}$ – средняя цена капитала, ξ^K – норма выбытия капитала за месяц, p_t^K – цена капитального блага. Для производственной функции Кобба–Дугласа решение нахо-

дится в явном виде. В частности, размер капитала, соответствующий желаемому выпуску $\hat{q}_{f,t}$, равен:

$$\hat{K}_{f,t} = \left(\frac{(1 - \alpha)w_{f,t}}{\alpha c_{f,t}^K} \right)^\alpha \frac{\hat{q}_{f,t}^C}{\gamma}.$$

Объем инвестиций в основной капитал определяется по выбранному производственному плану сравнением чистой приведенной стоимости ожидаемых в будущем денежных потоков (см. далее).

Потребление С-товаров осуществляется домохозяйствами. Взаимодействие потребителей и производителей происходит на рыночных платформах (моллах), где имеются запасы товаров и выставляются цены. Также домохозяйство регулярно производит выборку цен различных производителей С-товаров. Сначала домохозяйство h определяет потребительский бюджет, а затем решает, у какого производителя f покупать. Вероятности выбора производителей рассчитываются по стандартной в маркетинговой литературе модели мультиномиальный логит:

$$\frac{\exp(-\Lambda p_{f,t})}{\sum_j \exp(-\Lambda p_{j,t})}.$$

Коэффициент $\Lambda > 0$ отвечает за интенсивность рыночной конкуренции.

Производство и рынок К-товаров. К-товары производит одна монопольная фирма, которая сама не потребляет капитал. К-фирмы производят, затрачивая только энергию и импортируемое из-за рубежа сырье. Выпуск равен спросу, и поэтому выбора производственного плана и запасов продукции нет. Поставки осуществляются мгновенно. В целом у К-фирм нет потребностей в финансировании. Цена К-товаров p_t^K определяется через фиксированную надбавку к затратам на используемые факторы.

В варианте модели Eurace [Raberto et al., 2019] с поколениями капитала, различающимися по энергоэффективности, происходит технический прогресс с задаваемой экзогенно траекторией роста энергоэффективности.

Другие рынки и секторы. На рынке труда спрос на труд предъявляют С-фирмы исходя из минимизации затрат для вы-

бранного плана выпуска; К-фирмы труд не потребляют. На кредитном рынке спрос на внешнее финансирование предъявляют только С-фирмы; К-фирмы ссудами не пользуются. На рынке ценных бумаг со стороны предложения выступают К-фирмы и С-фирмы. Фирмы выплачивают в виде дивидендов переменную часть чистой выручки предыдущего месяца. Спрос домохозяйств на финансовые инвестиции распределяется между банковскими депозитами и акциями/облигациями всех фирм по алгоритму, основанному на теории перспектив.

Инвестиции в основной капитал. Планирование инвестиций в новые капитальные блага осуществляется С-фирмами в результате анализа потребности в расширении в рамках текущего производственного плана. Если текущий запас капитала в отсутствие инвестиций достаточен (больше желаемого капитала), то С-фирма увеличивает использование имеющихся мощностей. Если же нет, то С-фирма покупает новые К-товары, чтобы довести размер капитала до желаемого.

Планируемые инвестиции $\widehat{\Delta K}_{f,t}$ определяются путем максимизации величины:

$$-p_t^K \widehat{\Delta K}_{f,t} + \sum_m \frac{p_{t+m}^{ce} \Delta q_{f,t+m}}{(1+\tau)(1+\bar{r}_{f,t}/12)^m},$$

где τ – налог на добавленную стоимость в потреблении, $\bar{r}_{f,t}$ – среднегодовая стоимость капитала фирмы, $\Delta q_{f,t+m}$ – дополнительный объем производства за счет запланированных инвестиций. Указанная величина представляет собой текущую стоимость предполагаемых дополнительных доходов $p_{t+m}^{ce} \Delta q_{f,t+m}$, возникающих в будущем в месяце $t+m$ в результате инвестиций, за вычетом расходов на инвестиции по цене капитальных товаров p_t^K . Инвестиции $\widehat{\Delta K}_{f,t}$ ограничены сверху разницей $\bar{K}_{f,t} - K_{f,t}$.

В модели имеется асимметрия в способах определения спроса на капитал и рабочую силу. В то время как спрос на рабочую силу определяется ожиданиями спроса на продукцию, для спроса на инвестиции ожидания спроса на продукцию влияют только на верхнюю границу. Ниже данной границы происходит максимизация ожидаемых дисконтированных денежных потоков. Смысл

в том, что, как предполагается, изменить количество труда можно достаточно быстро, а созданные запасы физического капитала нельзя уменьшить из-за их специфичности.

2.3.5. Модель Eurace@Unibi

Общая характеристика. Семейство моделей Eurace@Unibi [Dawid et al., 2012; Dawid, Harting, Neugart, 2014; Harting, 2019; Dawid et al., 2018; Dawid, Harting, Neugart, 2018; Dawid et al., 2019] было создано как универсальный инструмент для макроэкономического анализа и экспериментов с экономической политикой. Основной центр разработки – Билефельдский университет в Германии. Модель обладает свойством согласованности потоков и запасов. В модели введены фирмы двух видов – С-фирмы, производящие потребительские товары, и К-фирмы, производящие капитальные товары. Интересной особенностью Eurace@Unibi является моделирование различных поколений К-товаров с разной производительностью. Вход новых агентов на рынок возможен после банкротства других, то есть представляет собой замещение. Модель реализована в многорегиональной структуре.

Производство и рынок С-товаров. Производство С-товаров представлено единственным сектором, причем возможна горизонтальная дифференциация товаров. Технология производства описывается леонтьевской производственной функцией, в которой используются К-товары разных поколений и труд, дифференцированный по навыкам; капиталовооруженность труда является фиксированной (здесь для простоты равна 1). Выпуск $Q_{i,t}$ фирмы i в период t зависит от запасов капитала $K_{i,t}^v$ разных поколений $v = 1, \dots, V$ и наличия труда $N_{i,t}^v$, обслуживающего капитал соответствующих поколений:

$$Q_{i,t} = \sum_{v=1}^V A_{i,t}^v \min\{K_{i,t}^v, N_{i,t}^v\},$$

где $A_{i,t}^v = \min\{A^v, B_{i,t}\}$ – производительность капитала поколения v A^v , ограниченная средним специфическим уровнем квалификации на фирме $B_{i,t}$. Здесь предусмотрено два вида комплементар-

ности: одна между трудовыми навыками и поколением капитала, а другая между трудом и капиталом.

Цена С-товара устанавливается исходя из максимизации прибыли на основании оцениваемого спроса. Выбор количества производимых товаров осуществляется решением задачи оптимизации запасов в условиях неопределённости спроса. Желаемый уровень выпуска $\tilde{Q}_{i,t}$ определяется оценками потребительского спроса в разных регионах и планируемыми поставками для удовлетворения этого спроса и пополнения запасов товаров в магазинах.

Спрос на С-товары предъявляется домохозяйствами, которые взаимодействуют с производителями через региональные рыночные платформы (торговые моллы), где имеются запасы товаров и выставляются цены. Видя предлагаемые цены, домохозяйства делают случайный выбор между производителями по модели логит. На потребительский спрос влияет также выбор между потреблением и накоплением. Он делается по эмпирическому правилу буферного запаса (buffer stock), согласно которому сумма, выделяемая на потребление, зависит от дохода за последние несколько периодов, совокупного богатства домохозяйства, а также от целевого отношения богатства к доходу.

Производство и рынок К-товаров. Инновации. Имеется одна монопольная К-фирма, которая сама не потребляет капитал и не ограничена в объеме производства. Технический прогресс моделируется таким образом, что новые, лучшие поколения К-товаров добавляются с течением времени к существующим как результат экзогенного стохастического процесса. При установлении цены К-товаров применяется комбинация стоимостного и расходного подходов с использованием ожидаемой отдачи на капитал усреднённой фирмы. Выпуск К-товаров зависит от поступающих заказов, выбора производственного плана нет. Поставки осуществляются мгновенно.

Другие рынки и секторы. На рынке труда спрос на труд предъявляют С-фирмы исходя из выбранного плана выпуска (К-фирмы труд не потребляют). На кредитном рынке спрос на внешнее финансирование предъявляют только С-фирмы; К-фирмы ссудами не пользуются. На рынке ценных бумаг со стороны предложения выступают К-фирмы и С-фирмы. До тех пор, пока

баланс расчетного счета находится ниже определенного уровня, фирмы выплачивают в виде дивидендов фиксированную часть прибыли (если она положительная). После того как пороговый уровень превышен, вся выручка распределяется в виде дивидендов между домохозяйствами. Финансовые инвестиции домохозяйств распределяется случайным образом между банковскими депозитами и индексными облигациями всех фирм.

Инвестиции в основной капитал. Решение об объеме инвестиций принимается на основе сравнения потенциального $\hat{Q}_{i,t}$ и желаемого $\tilde{Q}_{i,t}$ объемов выпуска. Под потенциальным понимается такой выпуск, который фирма i может обеспечить в данный период t , используя на полную мощность все имеющиеся к периоду t запасы капитала $K_{i,t-1}^v$ разных поколений $v = 1, \dots, V$, унаследованные из прошлого в отсутствие инвестиций:

$$\hat{Q}_{i,t} = \sum_{v=1}^V A_{i,t}^v (1 - \delta) K_{i,t-1}^v.$$

Здесь учитывается амортизация за период с нормой δ и коэффициенты производительности капитала разных поколений $A_{i,t}^v$.

Если накопленного капитала достаточно, т. е. $\hat{Q}_{i,t} > \tilde{Q}_{i,t}$, то инвестиции не производятся. Если же $\hat{Q}_{i,t} < \tilde{Q}_{i,t}$, то капитал фирмы недостаточен, и она принимает решение о его расширении, т. е. об инвестициях. При этом фирма по мультиномиальной модели логит случайно выбирает определенное поколение капитала v^* . Вероятность выбора поколения v задается формулой:

$$\rho_i^v = \frac{\exp\left(\gamma^v \log \frac{\hat{A}_{i,t}^v}{P_i^v}\right)}{\sum_{k=1}^V \exp\left(\gamma^k \log \frac{\hat{A}_{i,t}^k}{P_i^k}\right)},$$

где $\gamma^v > 0$ – коэффициент; $\hat{A}_{i,t}^v$ – оцениваемая фирмой будущая производительность данного поколения капитала, в ходе которой фирма учитывает, что навыки рабочих со временем разовьются и что эволюция навыков зависит от того поколения капитала, с которым они работают; P_i^v – цена оборудования поколения v ,

которая устанавливается К-фирмой на основе средневзвешенного компонентов цены, основанных на расходном и стоимостном методах. Для определения стоимостного компонента цены К-фирма оценивает будущую производительность каждого поколения для некоей фирмы, использующей рабочую силу, обладающую навыками, соответствующими средним для экономики в целом.

В результате при $\hat{Q}_{i,t} < \tilde{Q}_{i,t}$ будут произведены инвестиции в поколение капитала v^* в объеме:

$$I_{i,t}^{v^*} = \frac{\tilde{Q}_{i,t} - \hat{Q}_{i,t}}{A_{i,t}^{v^*}}.$$

Инвестиции меняют запас капитала данного поколения:

$$K_{v^*}^{i,t} = (1 - \delta)K_{v^*}^{i,t-1} + I_{i,t}^{v^*}.$$

Версия, использующая NPV. В целом, определение объема инвестиций в Eurase@Unibi как простое расширение в зависимости от текущего производственного плана без учета финансовых показателей можно охарактеризовать как «близорукое». Но существует версия модели, в которой объем инвестиций С-фирмы определяется путем прогнозирования будущих финансовых потоков при разных инвестиционных стратегиях [Harting, 2019].

Как и в основной модели Eurase@Unibi, фирма должна принять решение о поколении капитала $\tilde{v}$ и величине инвестиций $\tilde{I}$. Поколения отличаются производительностью и рыночной ценой. Однако, в отличие от основной модели, инвестиционное решение не определяется производственными планами. Рассматривается много различных вариантов инвестиционной стратегии $(\tilde{I}, \tilde{v})$, и для каждой рассчитывается прогнозный показатель чистой приведенной стоимости NPV на фиксированном горизонте T^{LT} . Показатель NPV складывается из трех составляющих. Это, во-первых, текущие затраты на инвестиции в момент t , во-вторых, суммарная ожидаемая прибыль будущих периодов, в-третьих, суммарная замена выбытия с нормой δ в предположении, что выбывший капитал будет заменяться в каждом будущем периоде равновеликим капиталом выбранного поколения $\tilde{v}$. Прогнозирование прибыли учитывает прогнозирование динами-

ки характеристик фирмы (цены, производительность и т. д.) и характеристик рынка (цены конкурентов, размера рынка и т. д.). Ожидания фирмы основываются на прошлом опыте и носят адаптивный характер.

Финансирование инвестиций может происходить с помощью заемных средств, но есть ограничения, связанные с сохранением финансовой устойчивости. Если финансовых ресурсов не хватает на выбранное инвестиционное решение, то в первую очередь корректируется это решение, а затем уже производственные планы.

Инвестиционное решение в постановке Хартинга может быть отложено. Решение о такой задержке принимается по модели капитального бюджетирования с использованием метода реальных опционов.

2.3.6. Модель СС-МABM

Общая характеристика. Модель СС-МABM (сокращение от Macroeconomic Agent-Based Model with Capital and Credit) [Assenza et al., 2015] следует идеологии Комплексных адаптивных тривиальных систем (Complex Adaptive Trivial Systems, CATS)¹. Основные конструктивные элементы модели используют работы, содержащиеся в монографии [Delli Gatti et al., 2011] и ряде последующих статей Делли Гатти, Галлегати и их соавторов. Как можно догадаться из названия модели, она сосредоточивается на аспектах, связанных с капиталом и кредитованием. Одна из целей модели – изучение процессов, происходящих во времена кризисов. Модель обладает свойством согласованности потоков и запасов. Пространственные аспекты не учитываются. Как и в ранее рассмотренных моделях семейства Eurace, в экономике действуют С-фирмы и К-фирмы; причем цепочка поставок идет только от С-фирм к К-фирмам.

Поведение фирм. У фирм обоих типов механизм ценообразования основан на реакции цен на вынужденный уровень запасов или на очередь из неудовлетворенных потребителей, а также на цены конкурентов. Запасы продукции в модели могут делать только К-фирмы. Каждый покупатель случайным образом обо-

¹ Подробнее о CATS см. [Dawid, Delli Gatti, 2018].

зревает некоторое подмножество фирм-производителей, сортирует их по цене и запрашивает товары, начиная с самого дешевого. Производители с низкими ценами, следовательно, имеют более высокий спрос, что создает конкуренцию между фирмами. При этом в силу ограниченности информации и невозможностью для покупателей взаимодействовать со всеми продавцами фирмы обладают определённой рыночной властью. Из-за ограниченной информации и транзакционных издержек фирмы ведут себя адаптивно, изменяя цены и выпуски $(P_{i,t}, Y_{i,t})$ в ограниченной области.

Производство С-товаров. Используется леонтьевская технология производства с затратами труда $(N_{i,t})$ и капитала $(K_{i,t})$. При уровне загрузки производственных мощностей $\omega_{i,t} \in [0,1]$ фирмы i в период времени t ее выпуск равен:

$$Y_{i,t} = \omega_{i,t} \min\{\alpha N_{i,t}, \kappa K_{i,t}\}.$$

Здесь α и κ – предельные производительности труда и капитала соответственно, которые предполагаются экзогенными, неизменными и едиными для всех фирм. В целом технический прогресс в данной модели не учитывается. Поскольку в модели труд всегда доступен в избытке, то выпуск С-фирм ограничен капиталом: $Y_{i,t} = \omega_{i,t} \kappa K_{i,t}$.

Желаемый уровень выпуска $Y_{i,t}^*$ определяется ожидаемым спросом. Спрос на С-товары определяется поведением домохозяйств, которые производят поиск наилучшего варианта в ходе посещения ограниченного количества С-фирм и ранжирования их цен. С другой стороны, спрос определяется выбранным потребительским бюджетом, который зависит от долгосрочного «человеческого богатства» $\bar{Y}_{c,t}$, являющегося оценкой будущих ожидаемых доходов, и прочего текущего богатства $D_{c,t}$.

В рамках каждого периода С-фирма осуществляет планирование инвестиций. Размер инвестиций $I_{i,t}$ определяет динамику запасов основного капитала $K_{i,t}$. Соответствующие алгоритмы рассмотрены далее.

Производство К-товаров. К-товары, идущие на инвестиции С-фирм, предлагаются К-фирмами. В производстве этих товаров

потребляется единственный фактор – труд, характеризующийся неизменной производительностью α . Главное отличие от С-фирм состоит в том, что К-товары могут храниться в запасах и переноситься в будущие периоды. Если предложение К-товаров превышает спрос, то они вынужденно складываются, в противном случае фирма может удовлетворить избыточный спрос, используя запасы, накопленные в прошлом.

Другие рынки и секторы. На рынке труда С-фирмы и К-фирмы предъявляют спрос на труд исходя из целевых объемов продаж на основании ожидаемого спроса. На кредитном рынке спрос на внешнее финансирование предъявляют С-фирмы и К-фирмы; финансирование осуществляется через банковские ссуды. Рынок ценных бумаг отсутствует. Владелец фирмы получает часть выручки.

Инвестиции в основной капитал. В каждом периоде С-фирма принимает решение об уровне использования мощности и об инвестициях. В модели есть однопериодный инвестиционный лаг – К-товары, купленные в текущий период, становятся доступными только в следующий период. Если в период t фирма i , имея запас капитала $K_{i,t}$, осуществит инвестиции $I_{i,t}$, то в период времени $t + 1$ запас капитала будет равен:

$$K_{i,t+1} = K_{i,t}(1 - \delta\omega_{i,t}) + I_{i,t},$$

где δ – норма амортизации капитала, а $\omega_{i,t}$ – уровень использования производственной мощности в периоде t .

Краткосрочные колебания спроса преодолеваются путем загрузки имеющихся мощностей, тогда как долгосрочные потребности производства удовлетворяются за счет инвестиций. Решение об объеме инвестиций основано на наличном запасе капитала, желаемом запасе капитала, потребностями возмещения выбытия и желаемом коэффициенте использования капитала $\bar{\omega}$. В свою очередь, желаемый запас капитала основан на адаптивной оценке среднего запаса капитала, который зависит от истории его загрузки в прошлом.

Пусть в период t С-фирма планирует произвести в следующем периоде объем $Y_{i,t+1}^*$. Если $Y_{i,t+1}^* < \kappa K_{i,t+1}$, где κ – производительность, то запас капитала $K_{i,t+1}$ достаточен и, выбрав неполный уровень загрузки $\omega_{i,t+1}^* = Y_{i,t+1}^* / \kappa K_{i,t+1} < 1$, фирма смо-

жет обеспечить желаемый выпуск. В противном случае фирма полностью задействует мощности ($\omega_{i,t+1}^* = 1$), но не выйдет на запланированный уровень выпуска $Y_{i,t+1}^*$, а произведет лишь $\kappa K_{i,t+1}$.

Фактически использованные в среднем запасы капитала $\bar{K}_{i,t-1}$ рассчитываются по адаптивной формуле:

$$\bar{K}_{i,t-1} = \nu \bar{K}_{i,t-2} + (1 - \nu) \omega_{i,t-1} K_{i,t-1},$$

где $\nu \in (0,1)$. Желаемый уровень капитала в период t для периода $t+1$ равен:

$$\bar{K}_{i,t-1} / \bar{\omega},$$

где $\bar{\omega}$ – целевой уровень долгосрочного использования мощностей. Для замещения выбывающих мощностей в соответствии с нормой δ требуется $\delta \bar{K}_{i,t-1}$ К-товара. Отсюда можно найти объем инвестиций:

$$I_{i,t} = \left(\frac{1}{\bar{\omega}} + \delta \right) \bar{K}_{i,t-1} - K_{i,t}.$$

Модель предусматривает издержки приспособления к изменению запаса капитала. Предполагается, что каждая С-фирма в данный период может приобрести новые К-товары только с некоторой вероятностью $\gamma < 1$. С-фирма должна учитывать, что инвестиции осуществляются нечасто, поэтому в указанной формуле для инвестиций δ заменяется на δ/γ .

Эталонная модель (a benchmark model), предложенная в [Caiani et al., 2016] коллективом исследователей из нескольких университетов, во многом следует вышеописанному подходу. Рассматриваются фирмы двух типов: К-фирмы и С-фирмы. Капитал однороден. Объем инвестиций потребительских фирм в данном периоде определяется желаемым темпом прироста производственных мощностей g_{ct}^D , который, в свою очередь, зависит от рентабельности в прошлый период $r_{c,t-1}$ и желаемого коэффициента использования мощностей u_{ct}^D :

$$g_{ct}^D = \gamma_1 \frac{r_{c,t-1} - \bar{r}}{\bar{r}} + \gamma_2 \frac{u_{ct}^D - \bar{u}}{\bar{u}},$$

Здесь $\bar{r}$, $\bar{u}$ – фиксированные «нормальные» значения рентабельности и использования мощностей, γ_1 , γ_2 – фиксированные коэффициенты. Желаемый коэффициент использования мощностей u_{ct}^D зависит от запаса капитала и желаемого объема производства. Выбранные физические объемы инвестиций умножаются на цены выбранных производителей капитальных благ, и тем самым определяется общий объем инвестиций в денежном выражении.

Авторы данной статьи целенаправленно следуют принципу согласованности потоков и запасов. Например, они считают критически важным для корректности модели, чтобы при создании новой фирмы соответствующие инвестиции не появлялись из ниоткуда, а были обеспечены соответствующими финансовыми ресурсами. Если отказаться от данного принципа, то можно столкнуться с неправдоподобной динамикой экономической системы, поскольку даже небольшие расхождения имеют тенденцию накапливаться в процессе работы модели [Caiani et al., 2016, p. 379].

2.3.7. Модели «Кейнс+Шумпетер»

Общая характеристика. Под названием «Кейнс+Шумпетер» (K+S) известна группа динамических агент-ориентированных моделей, воспроизводящих эндогенный цикл деловой активности с кейнсианскими особенностями [Dosi et al., 2006; Dosi et al., 2008; Dosi et al., 2010; Napoletano et al., 2012; Dosi et al., 2013; Dosi et al., 2015]. Центр разработки этих моделей – Высшая Школа св. Анны в г. Пиза, Италия. Название модели подчеркивает соединение кейнсианских теорий генерации спроса и шумпетерианских теорий экономического роста, основанного на технологиях. В модели действуют С-фирмы и К-фирмы, производящие машиностроительные товары. К сожалению, описание модели в статьях не всегда достаточно ясное. В частности, это относится к описанию технологий фирм.

Ожидания С-фирм относятся к будущему спросу. Ожидаемый спрос определяется по адаптивной схеме, как средневзвешенное в течение бесконечного числа периодов прошлых и текущего объемов спроса с экспоненциально убывающими весами. Ожидания наивные. Вход новых агентов на рынок происходит только как

замещение выбывших. Рассматриваемые модели не учитывают пространственные аспекты, но в 2017 г. была представлена многострановая постановка [Dosi et al., 2019].

Производство и рынок С-товаров. С-фирмы производят единственный конечный С-товар, используя труд и капитал. В основе производства лежат леонтьевские технологии, но фирмы одновременно используют капитал разных видов, которые различаются уровнями производительности труда при одинаковой единичной производительности капитала¹. Пусть A_i^τ – производительность труда для капитала поколения τ , произведенного на К-фирме i , а $g_{j,t}(A_i^\tau)$ – запас капитала вида A_i^τ на С-фирме j в период t . Суммарный запас капитала фирмы j в период t равен:

$$K_{j,t} = \sum_{A_i^\tau} g_{j,t}(A_i^\tau),$$

а средняя производительность труда²,

$$\pi_{j,t} = \sum_{A_i^\tau} A_i^\tau \frac{g_{j,t}(A_i^\tau)}{K_{j,t}}.$$

По сути, при единичной производительности $K_{j,t}$ – это максимально достижимый выпуск. Если весь капитал используется ($Q_{j,t} = K_{j,t}$), то при ставке заработной платы w_t удельные издержки производства, связанные с затратами труда, равны:

$$c_{j,t} = \frac{w_t}{\pi_{j,t}}.$$

Цена продукции устанавливается по формуле $p_{j,t} = (1 + \mu_{j,t}) c_{j,t}$, где $\mu_{j,t}$ – наценка, которая может меняться в зависимости от изменения рыночной доли фирмы.

Фирмы могут осуществлять замену используемого оборудования при его моральном устаревании. Объем инвестиций в капи-

¹ В статье [Dosi et al., 2019] вводится постоянная капиталоемкость B .

² Скорее всего, данная формула содержит ошибку. Как среднюю взвешенную с весами $g_j(A_i^\tau, t)$ следует рассчитывать среднюю трудоемкость, а не среднюю производительность труда.

тал на расширение производства основан на долгосрочной адаптивной оценке потребностей в капитале (см. далее).

Спрос на С-товары предъявляют домохозяйства, которые полностью тратят на них свой доход в течение каждого периода времени, создавая агрегированный спрос C_t . В явном виде выбор домохозяйства при покупке не моделируется, так как С-товар однородный, однако рыночная доля отдельной фирмы-поставщика $f_{j,t}$ зависит от ее относительной конкурентоспособности по сравнению с другими С-фирмами. При данной доле спрос на продукцию фирмы равен $D_{j,t} = C_t f_{j,t}$. В свою очередь конкурентоспособность фирмы отрицательно зависит от предлагаемой ею цены и объема неудовлетворенного спроса.

Производство и рынок К-товаров. В экономике представлены К-товары разных поколений с различающейся производительностью. Отдельная фирма выпускает последнее поколение своей продукции, характеризующееся коэффициентом производительности труда A_i^T . В производстве затрачивается только труд в соответствии с коэффициентом производительности B_i^T . Цены на К-товары устанавливаются по правилу фиксированной наценки $p_{j,t} = (1 + \mu) c_{j,t}$, где $c_{i,t} = w_t / B_i^T$ – удельные издержки.

Случайный технический прогресс приводит к изменениям в производительности выпускаемого К-фирмой оборудования A_i^T и в ее собственной производительности B_i^T . Данные коэффициенты могут меняться путем инноваций и имитации, причем на данный процесс влияет величина затрат на исследования и разработки (R&D, см. ниже).

Взаимодействие производителей и потребителей К-товаров характеризуется неполнотой информации. К-фирма рассылает некоторому подмножеству С-фирм рекламные буклеты, сообщая о цене и качестве своего оборудования. В рассылку включаются клиенты из прошлых периодов и случайная выборка потенциальных новых клиентов. С-фирмы на основе полученной информации сравнивают предлагаемые варианты оборудования $A_{i,t}^h$ по цене $P_{i,t}^h$ и удельным издержкам $c^h(A_{i,t}^h)$, ориентируясь на показатель $P_{i,t}^h + bc^h(A_{i,t}^h)$, где b – положительный параметр срока окупаемости для С-фирм, и посылают свои заказы вы-

бренным К-фирмам. Эти заказы формируют спрос на продукцию К-фирм. Поставки приходят в следующем периоде.

Другие рынки и секторы. Спрос фирм обоих типов на рынке труда определяется желаемыми объемами производства и коэффициентами производительности труда: $L_{j,t}^D = Q_{j,t}/\pi_{j,t}$ для С-фирм и $L_{i,t}^D = Q_{i,t}/B_i^\tau$ для К-фирм. На кредитном рынке спрос на внешнее финансирование предъявляют как С-фирмы, так и К-фирмы, если им не хватает собственных ресурсов от продаж. Финансирование осуществляется через банковские ссуды.

Инвестиции в основной капитал. В простом варианте алгоритма происходит выбытие капитала с нормой амортизации δ . Инвестиции в возмещение выбывающего капитала равны $I_{i,t}^{\text{repl}} = \delta K_{i,t}$.

В более сложном варианте валовые инвестиции каждой С-фирмы представляют собой сумму инвестиций в расширение и замену мощностей. Общий объем инвестиций основан на сравнении оценки потребностей в капитале $K_{j,t}^d$ с текущим запасом капитала $K_{j,t}$. Более конкретно, С-фирма рассчитывает адаптивную оценку ожидаемого спроса $D_{j,t}^e$ и желаемый уровень запасов готовой продукции $N_{j,t}^d$. При данных фактических запасах готовой продукции $N_{j,t}$ это дает желаемый план выпуска $Q_{j,t}^d$ и, тем самым, желаемый размер капитала, который при единичной капиталоемкости и полной загрузке мощностей определяется как $K_{i,t}^d = Q_{i,t}^d$. В случае недостатка мощностей фирма инвестирует в расширение. Объем инвестиций в расширение равен $I_{i,t}^{\text{exp}} = K_{i,t}^d - K_{j,t}$.

Валовые инвестиции каждой С-фирмы представляют собой сумму инвестиций в расширение и замену мощностей, при том, что расширение происходит, если желаемый уровень выпуска недостижим на базе текущего запаса капитала.

Инновации. К-фирмы инвестируют определенную долю выручки от прошлых продаж в R&D. Таким образом, в модели в конечном счете скорость технологического прогресса определяется агрегированным спросом домохозяйств. Выделенные средства распределяются между двумя направлениями: инновациями и имитациями. Вероятности осуществления фирмой инновации

(имитации) тем выше, чем больше она тратит на R&D по соответствующему направлению, т. е. прогресс технологий не бесплатен.

В случае инноваций сначала для данной фирмы по распределению Бернулли с рассчитанной вероятностью определяется, произойдет ли инновация, а затем происходит изменение технологических коэффициентов по сравнению с их текущим уровнем, где величина относительного изменения следует бета-распределению с заданными параметрами.

В случае имитаций тоже сначала схожим образом по распределению Бернулли определяется, готова ли в принципе фирма к имитации, а затем рассчитывается вероятность имитации, которая тем ниже, чем больше технологическое расстояние между каждой парой фирм.

Процесс инноваций и имитаций не всегда приводит к успеху, так что производительность нового К-продукта может и не превысить производительность имеющихся поколений, равно как и эффективность производства, измеряемая удельными издержками.

2.3.8. Модели Jamel

Общая характеристика. Модели Jamel (Java Agent-based Macro-Economic Laboratory) представляют собой агент-ориентированные макроэкономические многоотраслевые модели с эндогенными деловыми циклами. Автор характеризует ее как «децентрализованную модель, населенную многочисленными гетерогенными автономными конкурирующими агентами, которые взаимодействуют одновременно на реальном и монетарном уровнях» [Seppecher, 2012; Salle, Seppecher, 2018; Seppecher, Salle, Lang, 2019]. Схема взаимодействия агентов на этих двух уровнях дана на рис. 7 на с. 54. Модель обладает свойством согласованности потоков и запасов. В исходной постановке существует единственный сектор, который производит однородный С-товар, который можно при необходимости без издержек мгновенно трансформировать в К-товар.

Все фирмы строят свои ожидания относительно спроса. Используется правило наивных ожиданий. Они имеют свои представления о допустимой доле заемных средств в активах. В одной

из постановок модели эти представления определяют уровень оптимизма/пессимизма фирмы. Эти представления меняются в зависимости от фазы делового цикла, что может обратить оптимистов в пессимистов и наоборот. [Seppacher, Salle, 2015] Вход новых агентов на рынок возможен после банкротства других, то есть представляет собой замещение. Пространственной постановки модель не имеет.

Производство и товарный рынок. Технология производства у всех фирм описывается целочисленной леонтьевской производственной функцией, в которой используются в качестве факторов капитал и труд. А именно, фирма владеет целым числом $k_{j,t}$ идентичных станков, и на каждый станок требуется один работник. При наличии работника один станок производит pr^k единиц продукции. Станок действует d^p периодов, после чего выходит из строя. В пределах запасов капитала $k_{j,t}$ выпуск пропорционален числу рабочих, и любые изменения в производстве требуют их найма или увольнения. Произведенная продукция увеличивает запасы готовой продукции $in_{j,t}$. Желаемый уровень запасов продукции фирмы равен $in_{j,t}^T = d^m \cdot pr^k \cdot k_{j,t}$, где d^m – фиксированное число периодов (например, $d^m = 2$), а $pr^k \cdot k_{j,t}$ – объем производства при полной загрузке.

Фирма использует запасы продукции для сглаживания выпуска в условиях колебаний спроса. Желаемый уровень запасов $in_{j,t}^T$ играет ключевую роль в ценообразовании и выборе уровня выпуска. Запасы ниже желаемых говорят об избыточности спроса, и фирма стремится увеличить свою цену $P_{j,t}$ и спрос на труд $n_{j,t}^T$, а тем самым и выпуск. Запасы ниже желаемых говорят о недостаточности спроса и приводят к противоположному движению. Фирма делает небольшие случайные корректировки в соответствующем направлении. Спрос на труд $n_{j,t}^T$ адаптивно-случайно меняется по сравнению с уровнем прошлого периода. Для цены фирма адаптивно-случайно меняет минимальную $\underline{P}_{j,t}$ и максимальную $\bar{P}_{j,t}$ границы, а цена $P_{j,t}$ выбирается случайно из соответствующего равномерного распределения.

Спрос на продукцию фирмы могут предъявлять как домохозяйства, так и другие фирмы (для целей инвестиций). Таким обра-

зом, в зависимости от целей использования продукция может в конечном счете быть как С-товаром, так и К-товаром. В первую очередь удовлетворяются самые крупные заявки.

Спрос домохозяйства зависит от выбранного им потребительского бюджета, который определяется по правилу буферного запаса в зависимости от среднего дохода за последние периоды (избытки средств идут в сбережения). Домохозяйства наблюдают случайную выборку предложенных цен и выбирают самую низкую цену.

Фирма предъявляет спрос в рамках выбранного инвестиционного бюджета. Как и домохозяйство, фирма выбирает самую низкую цену из случайной выборки. Объем инвестиций в капитал выводится из прошлых продаж на основе расчета NPV и целевой доли заемных средств (см. далее).

Другие рынки и секторы. Спрос фирм на рынке труда описывается алгоритмом, о котором говорилось выше. На кредитном рынке ссуды предоставляются банками. Спрос на внешнее финансирование предъявляют все фирмы, которые нуждаются в ликвидности и не могут профинансировать ее за счет внутренних источников. Фирмы берут долгосрочные ссуды на инвестиционные цели, а краткосрочные ссуды – для выплаты заработной платы и для покрытия инвестиционных нужд при недостаточности текущих средств. Ставка по краткосрочным ссудам выше. Рынка ценных бумаг нет. Платежеспособные фирмы (у которых активы превышают пассивы) распределяют в виде дивидендов часть своей прибыли.

Инвестиции в основной капитал. При принятии инвестиционных решений фирмы исходят из двух целей. Это финансовая стратегическая цель, связанная с поддержанием определенного кредитного плеча, и цель, связанная с эффективным спросом и перспективами будущих продаж. Желаемое значение кредитного плеча меняется на основе адаптивного случайного механизма, отражающего давление рыночного отбора.

Решение о покупке новых машин принимается с целью обновления изношенного капитала и с целью расширения производства. Инвестиции финансируются как за счет собственных доходов от продаж, так и за счет банковских ссуд. При выборе инвестиционного бюджета фирмы руководствуются целевой долей за-

емных средств в активах. Решение об инвестициях принимается, только если фактическая доля заемных средств оказывается ниже целевого уровня. В рамках выбранного инвестиционного бюджета при данной цене количество покупаемых станков выбирается максимизацией расчетной NPV. При вычислении соответствующих денежных потоков используются текущие цена на продукцию фирмы и ставка заработной платы. Границу сверху на число приобретаемых станков $m_{j,t}$ задает целевой уровень продаж $s_{j,t}^e$, который вычисляется умножением средних продаж за последние несколько периодов $\bar{s}_{j,t}$ на фиксированный коэффициент расширения $\beta > 1$. В качестве ставки дисконтирования используется безрисковая процентная ставка, скорректированная на среднюю инфляцию за последние периоды.

Многосекторная постановка. В постановке, рассмотренной в [Seppecher et al., 2018], три сектора: потребительских, промежуточных и инвестиционных товаров. Соответственно, действуют фирмы трех видов: С-фирмы, производящие потребительские товары, I-фирмы, производящие промежуточные товары, и К-фирмы, производящие капитальные товары. С-фирмы являются поставщиками для домохозяйств и потребителями для I-фирм и К-фирм. I-фирмы являются поставщиками для С-фирм и потребителями для К-фирм. К-фирмы являются поставщиками для фирм всех трех типов.

Производственная функция С-фирм отличается тем, что они потребляют промежуточную продукцию I-фирм. В трехсекторной постановке модели значения капиталовооруженности труда различаются по секторам. Также в данной постановке моделируются экзогенные технологические шоки, и вводится правило эволюционного изменения наценки К-товаров.

2.3.9. Модели Lagom

Общая характеристика. Модели Lagom [Mandel et al., 2009; Mandel et al., 2010; Mandel, 2012; Wolf et al., 2013], исходно начавшиеся разрабатываться в Потсдамском институте исследований воздействия на климат, представляют собой макроэкономические мультиагентные модели, построенные с целью улучшения понимания достижения равновесия и определения взаимовыгод-

ных видов климатической политики. Модель обладает свойством согласованности потоков и запасов.

Товары и фирмы сгруппированы в сектора. Фирма производит товар соответствующего сектора. Производимая продукция потенциально может использоваться в качестве С-товара, К-товара или I-товара, но могут быть сектора, специализирующиеся на производстве только С-товаров или только К-товаров.

Фирмы выстраивают свои ожидания относительно спроса, а домохозяйства – относительно доходов. Ожидания формируются с помощью простых моделей линейной экстраполяции. Агенты в модели используют мутации и имитации (обучение от других агентов), чтобы корректировать свои планы в соответствии со своими целевыми функциями. Вход новых фирм в сектор происходит в случае, если средняя норма прибыли превышает среднюю процентную ставку с премией за риск. Выход фирм происходит в обратном случае. Пространственной постановки модели нет, хотя в [Wolf et al., 2013] в качестве таковой представлена многорегиональная модель, но в ней пространственная принадлежность является простым маркером агента.

Производство и товарный рынок. Технология производства у всех фирм в отдельный период описывается леонтьевской производственной функцией. Технология описывается параметрами ι , κ , λ , где ι – вектор удельных затрат I-товаров, κ – вектор капиталоемкостей для разных видов капитала (основного и оборотного), λ – трудоемкость. (В случае мутации технологии становятся случайным образом доступны функции разных типов: леонтьевская, Кобба–Дугласа и функция CES с постоянной эластичностью замещения.) Выпуск равен желаемому выпуску, но ограничен имеющимися запасами I-товаров, капитала и имеющимися трудовыми ресурсами. Производственный процесс длится один период, в течение которого оборотный капитал полностью истрачивается, а основной капитал и запасы I-товаров уменьшаются в соответствии с фиксированными коэффициентами выбытия. Например, для основного капитала величина выбытия равна $\bar{\delta}_s k_s^u$, где k_s^u – капитал, использованный фирмой из сектора s в данный период в производстве, а $\bar{\delta}_s$ – норма выбытия в данном секторе.

Ценообразование происходит по принципу наценки сверх издержек. Величина наценки следует эволюционной динамике. Об-

новление цены происходит по алгоритму, подобному описанному ниже для актуализации целевого объема производства.

Показатель желаемого объема производства меняется адаптивно в зависимости от размера капитала, уровня производственных запасов и ожидаемом спросе.

Спрос в зависимости от сектора составляется из спроса домохозяйств, спроса фирм на I-товары и спроса фирм на К-товары. Спрос домохозяйства на С-товары определяется его потребительским бюджетом по правилу Дитона: домохозяйство сберегает, если доход оказывается выше ожидаемого, и тратит в противном случае. Потребительский бюджет распределяется между секторами в соответствии с долями, которые эволюционируют за счет мутации и имитации. Спрос фирмы на I-товары зависит от имеющихся у нее запасов I-товаров, желаемого объема производства и соответствующих технологических коэффициентов ι . Спрос на К-товары аналогичным образом выводится из имеющихся запасов капитала, желаемого выпуска и коэффициентов капиталоемкости. Фирма инвестирует в соответствии с фиксированным нормативом, если уровень использования производственной мощности превысит пороговое значение. Выбор продавца происходит в ходе рейтингования производителей покупателями в соответствии с ценами. Выбирается товар с самой низкой ценой.

Другие рынки и секторы. На рынке труда спрос на труд предъявляют все фирмы исходя из ожидаемого спроса и минимального соотношения между трудом и капиталом. На кредитном рынке спрос на внешнее финансирование предъявляют все фирмы, которые нуждаются в ликвидности и не могут профинансировать ее за счет внутренних источников. Ссуды предоставляются банками. Рынка ценных бумаг нет. Фирмы выплачивают фиксированные дивиденды, если не отягощены долгами.

Инвестиции в основной капитал. Сначала фирмы суммируют запасы фирм-поставщиков. Отсюда они рассчитывают максимально возможный объем производства, распределяя доступный в каждом секторе объем поставок между оборотным и основным капиталом таким образом, чтобы обеспечить максимальный объем производства. Рассчитанное значение максимального выпуска фирма сравнивает с желаемым выпуском. Если первое превышает второе, то фирма принимает решение

реализовать желаемый производственный план. Она подсчитывает необходимое количество оборотного капитала и, если выполняются условия для инвестирования, требуемое количество основного капитала.

Условия для инвестиций в основной капитал возникают, если основной капитал фирмы недостаточен для того, чтобы произвести желаемый объем выпуска, при условии возмещения выбытия основного капитала и с учетом целевого темпа расширения производства.

2.3.10. Гибридная АОМ ЦЭМИ РАН

В России в Центральном экономико-математическом институте РАН агент-ориентированными моделями активно занимается целый ряд исследователей. Это В.Л. Макаров, А.Р. Бахтизин, Е.Д. Сушко и другие. С точки зрения моделирования экономики страны как целостной системы из моделей ЦЭМИ РАН следует упомянуть гибридную агент-ориентированную модель (ГАОМ), комбинирующую подходы АОМ, вычислимых моделей общего равновесия и нейронных сетей. Данная модель описывается в монографии А. Р. Бахтизина [Бахтизин, 2008]. См. также работу, посвященную в целом агент-ориентированному моделированию [Макаров, Бахтизин, 2013].

Основа для ГАОМ была заложена вычислимой моделью общего равновесия (англ. computable general equilibrium model, CGE) для российской экономики RUSEC, разработка которой началась в ЦЭМИ РАН в 1997 г. Класс моделей общего равновесия называют так потому, что такого рода модели отражают функционирование экономики в целом, включая все рынки, а не какие-то отдельные секторы экономики или отдельные явления, и потому, что достижение равновесного состояния в модели в целом подразумевает уравнивание каждого из рынков. Поскольку все рынки в модели общего равновесия взаимосвязаны, изменения в деятельности одного агента или в характеристиках одного рынка, вообще говоря, сказываются на всей экономике. CGE-модели называют вычислимыми, поскольку равновесие в подобной модели – это набор конкретных чисел, характеризующих состояние экономики.

Общая характеристика. ГАОМ условно можно разделить на микро- и макроуровень. За макроуровень отвечает CGE-модель. Это равновесная модель, в которой равновесные цены на рынках находятся итеративно.

В модели действуют пять агентов верхнего уровня. Это 1) совокупный производитель товаров и услуг, 2) агенты микроуровня (домохозяйства), объединенные в искусственные общества, 3) правительство, объединяющее разные уровни государственной власти и некоммерческие организации, 4) банковский сектор, объединяющий ЦБ и коммерческие банки, и 5) внешний мир с экзогенно задаваемыми показателями.

Макроуровень задает общие рамки, в которых действуют агенты микроуровня – домашние хозяйства. В свою очередь решения агентов микроуровня, входящих в искусственные сообщества, агрегируются и передаются на макроуровень. В работе [Бахтизин, 2008] рассматривается два варианта ГАОМ. В первом варианте моделируются решения, относящиеся к рынку труда (поиску работы, работе на предприятиях, занятости в теневом секторе), во втором варианте моделируются решения по распределению потребительского бюджета. Мы рассмотрим здесь второй вариант; см. [Бахтизин, 2008, разд. 3.2].

Действия агентов микроуровня выбираются с использованием набора нейросетей, которые обучаются на реальных данных опросов населения (обследование домохозяйств РМЭЗ НИУ ВШЭ).

Производство и товарные рынки. Всего в модели 4 вида товара: конечный продукт для домохозяйств, промежуточные товары, инвестиционные товары и экспортные товары.

Технологические возможности агента-производителя задаются функциями Кобба–Дугласа, показывающими зависимость продукта Y_1 от затраченного основного капитала, труда 5 видов и затраченного промежуточного продукта.

Предложение конечных, инвестиционных, промежуточных и экспортных товаров задается как доли E_{1c}^p , E_{1i}^p , E_{1z}^p и E_{1ex}^p от общего продукта Y_1 .

Запас основного капитала $K_{1(t)}$ меняется по формуле:

$$K_{1(t)} = (1 - R_{1(t-1)})K_{1(t-1)} + D_{1i(t)}^p,$$

где в первом слагаемом учитывается выбытие, а второе слагаемое – это инвестиции, рассчитываемые как заданная доля O_{1i}^p бюджета B_1 производителя при данной цене инвестиционных товаров P_i :

$$D_{1i}^p = (O_{1i}^p B_1) / P_i.$$

Динамика товарных цен задается на макроуровне (в CGE-модели). На шаге Q цена товара s меняется по правилу:

$$P[Q + 1] = P[Q] + (D_{[Q]} - S_{[Q]}) / C,$$

где $P[Q]$ – текущая цена рассматриваемого товара, $D_{[Q]}$ – суммарный спрос на него, $S_{[Q]}$ – суммарное предложение, C – константа, определяющая скорость сходимости к равновесию.

Другие рынки и секторы. Агенты микроуровня (домохозяйства) поделены на 5 доходных групп от низкодоходной к высокодоходной, собранных в 5 искусственных обществ. Каждое искусственное общество получает доходы от сбережений в банках, заработной платы и различных трансфертов от агента-правительства. Имеющийся бюджет идет на покупку конечных товаров, налоговые платежи в правительственный бюджет и нераспределенную часть (поступающая на счет в банке).

Решения микроуровня здесь по сути состоят в распределении имеющихся у домохозяйств после уплаты налогов средств между конечным потреблением и накоплением. Данный выбор осуществляется нейросетями, по одной на каждое искусственное общество.

Кроме товарных рынков в модели имеется также 5 рынков труда, по числу искусственных обществ. Спрос на труд каждого вида $g = 1, \dots, 5$ задается долей O_{1l}^{pg} от бюджета производителя B_1 при данной цене труда P_l :

$$D_{1l}^{pg} = (O_{1l}^{pg} B_1) / P_l.$$

Банковский сектор осуществляет эмиссию и устанавливает ставки по депозитам. Его роль в модели заключается в балансировании денежных потоков.

2.3.11. Некоторые общие выводы

Многие из рассмотренных моделей, следуя за общей тенденцией в макроэкономическом моделировании, реализуют свойство согласованности потоков и запасов (stock-flow consistency). Это подразумевает замкнутость модели в том смысле, что по каждой транзакции сумма финансовых потоков всех вовлеченных в нее агентов равна нулю, следовательно, нет скрытых притоков или оттоков. Данное свойство следует признать очень важным для моделей, в которых представлена экономика одной страны (или нескольких стран) целиком.

Число секторов варьирует от двух до множества, но все же преобладающей структурой является разбиение экономики на два сектора, один из которых является сектором капитальных товаров (К-сектор), а другой – сектором потребительских товаров (С-сектор). Фирмы С-сектора используют в производстве К-товары и труд, а фирмы К-сектора затрачивают только труд.

В типичной модели на рынке С-товаров фирмы представляют сторону предложения, домохозяйства – сторону спроса. На рынке К-товаров фирмы действуют и со стороны спроса, и со стороны предложения. На рынке труда фирмы формируют спрос, а домохозяйства обеспечивают предложение. На рынке займов фирмы представляют спрос, а банки – предложение. На рынке ценных бумаг домохозяйства предъявляют спрос, а фирмы формируют предложение.

Потребность фирмы в труде и капитале определяется, как правило, на основе планируемого масштаба производства, который, в свою очередь, выводится из наблюдаемых исторических объемов спроса на продукт фирмы. Таким образом, основным определяющим фактором при решениях об инвестициях С-фирм является спрос при текущих ценах, а потенциальная доходность инвестиций обычно не принимается во внимание. Соответственно, соображения долгосрочного планирования – а капитал будет использоваться в течение продолжительного периода времени – не оказывают воздействия на инвестиционные решения.

В рассмотренных моделях рынок инвестиционных товаров обычно имеет более простую структуру по сравнению с рынком потребительских товаров. Как правило, действует предпосылка

о том, что К-фирмы не планируют самостоятельно объем выпуска К-товаров, а просто выполняют полученные заказы. Типичным для большинства моделей является отсутствие конкуренции между К-фирмами.

В случае, если в модели рассматривается капитал разных поколений и вводится эндогенный выбор фирмами покупаемого поколения капитала, появляется возможность эндогенного объяснения экономического роста и технического прогресса. Есть модели, где новые поколения капитала возникают в результате случайного процесса, а есть такие, где явным образом моделируются инновации в К-секторе, причем вероятность осуществить инновации зависит от уровня затрат фирмы на исследования и разработки.

Пространственные постановки АОМ в разрезе регионов и стран постановки остаются немногочисленными (об этом см. в п. 2.4.2).

В целом можно резюмировать, что в течение последнего десятилетия произошел значительный прогресс в агент-ориентированном макроэкономическом моделировании. Появились стандартизированные подходы к моделированию таких аспектов, как ценообразование, краткосрочное планирование производства, формирование ожиданий, взаимодействие агентов, технические изменения в производстве. Вместе с тем адекватное представление структурных изменений в многоотраслевой экономике в рамках агент-ориентированных моделей пока представляет собой нерешенную задачу.

2.4. Моделирование пространства в существующих АОМ

Проблемы моделирования пространства в АОМ служат предметом специальных обзоров [Ausloos, Dawid, Merlone, 2015; Dibble, 2006; Stanilov, 2012]. Темы пространства затрагиваются и в обзорах АОМ по более узким темам: [Parker et al., 2003; Matthews et al., 2007] – землепользование, [Crooks et al., 2021] – городские системы, [Kagho, Balac, Axhausen, 2020] – транспортное планирование, [Davidsson et al., 2005] – транспортная логис-

стика, [Huang et al., 2013] – выбор места жительства, [An, 2012] – экология, [Heckbert, Baynes, Reeson, 2010] – экономическая экология, [Alam, Geller, 2012] – сети, [Rand, Rust, 2011] – маркетинг, [Squazzoni, 2012] – социология. В критических обзорах обсуждаются перспективы социально-экологических АОМ [Filatova et al., 2013] и географических АОМ [Heppenstall et al., 2021].

Предлагаемый обзор современного состояния агентного моделирования пространства сфокусирован прежде всего на имитации пространственных экономических систем, что обусловлено направленностью исследования на создание пространственной АОМ российской экономики¹.

2.4.1. Разнообразие пространственных АОМ

Как видно из обзора ранних АОМ, пространственное агентное моделирование имеет достаточно долгую историю. Еще в середине 20 века шведским географом Т. Хагерстрандом [Hägerstrand, 1965; Hägerstrand, 1967] были предложены модели диффузии инноваций, предвосхитившие некоторые идеи пространственных АОМ. Также к ранним пространственным АОМ относятся модели Дж. Сакоды и Т. Шеллинга [Sakoda, 1949; Sakoda, 1971; Schelling, 1971; Schelling, 1978, ch. 4] и модель Sugarscape [Epstein, Axtell, 1996].

Ранние модели использовали условное пространство в виде клеток на плоскости. В областях, для которых важно явное представление пространства, таких как транспортное планирование или городское землепользование, моделируемое в АОМ пространство стало усложняться и приближаться к реальным очертаниям объектов. Рассмотрим несколько подобных неэкономических АОМ.

Эпидемиология. В эпидемиологической АОМ [Hunter, Mac Namee, Kelleher, 2018] агентами являются жители небольшого города, представленного в виде решетки. Агент характеризуется большим набором показателей, таких как возраст или социальный класс. Работающим агентам сопоставляется место работы, что определяет их перемещение в будние дни. Для привязки агентов

¹ Этот параграф основан на статье [Tsyplakov, Melnikova, Ibragimov, 2021]

к узлам используются статистические данные по небольшим районам города (такие как количество жителей, наличие рабочих мест, мест учебы). Перемещения по городу зависят от времени суток, дня недели и номера недели. Когда восприимчивый агент оказывается в одном узле с заразным агентом, он может заразиться. Модель позволяет изучать динамику вспышек заболеваний, в частности зависимость параметров такой динамики от пространственных характеристик города. В [Bian, 2013] дан обзор пространственных моделей в эпидемиологии, в том числе АОМ и индивидуально-ориентированных моделей.

Демография. [Benenson, Omer, Hatna, 2002] использовали агент-ориентированное моделирование для анализа этнического расселения (ethnic residential distribution) в Яффо, Израиль. Их модель хорошо показала хорошее соответствие наблюдаемой динамики в 1955–1995 гг.

Экологические АОМ. [Mathevet et al., 2003] исследовали с помощью АОМ экологические проблемы природного парка на юге Франции. Пространство в этой модели разбито на клетки по 2 га. Клетки имеют различные свойства, такие как способ использования (земледелие, пастбище, природная зона), рельеф, наличие общественных путей передвижения. По клеткам была размещена популяция уток, и динамика этой популяции изучалась во взаимосвязи с показателями сельскохозяйственной деятельности и охоты.

[Heckbert, 2011] моделировал торговлю правами на загрязнение водных ресурсов на побережье Австралии. Агенты представлены земельными участками в виде многоугольников. В статье исследуется вопрос о влиянии характера землепользования и ограничений на выбросы на характеристики рынка. В модели реализована динамическая 3D визуализация.

Транспортные АОМ. В модели [Zhang, Levinson, Zhu, 2008] действуют гетерогенные путешествующие агенты с различными оценками затрат времени на дорогу. Пространство построено из агентов-узлов и агентов-дуг на базе популярной тестовой сети г. Су-Фолс в США. Дуги, то есть отрезки дорог между узлами, характеризуются пропускной способностью, временем пути в незагруженном состоянии, платой за проезд и статусом (общественные или частные). Узлы служат местами проживания и местами

деятельности. Они хранят некоторый объем информации о кратчайших маршрутах и обмениваются этой информацией с путешествующими. В модели имеет место пространственная конкуренция между частными дорогами за счет изменения платы и инвестиций в расширение пропускной способности.

[Aziz et al., 2018] разработали модель для поддержки транспортных инвестиционных решений, которая позволяет оценивать влияние изменений в пешеходной и велосипедной инфраструктуре (расширения тротуаров и строительства новых велосипедных дорожек) на структуру транспорта по видам. АОМ использовалась для сценарного анализа в контексте поездок между домом и работой в Нью-Йорке. В модели использованы данные по Нью-Йорку. АОМ была откалибрована по показателям обследования American Community Survey.

Модели землепользования. Работы в области городского и сельскохозяйственного землепользования [Parker et al., 2003; Matthews et al., 2007] – это, пожалуй, наиболее многочисленный вид исследований, посвященных агентному моделированию.

Модель RHEA [Filatova, 2015] – это модель рынка жилья в небольших прибрежных городах. Акцент делается на экономические микрооснования, эндогенное формирование и пространственное распределение цен на жилую недвижимость. Пространство представлено участками земли. При инициализации модели используются геоинформационные данные о расположении и свойствах этих участков (например, о расстоянии до центрального делового района). Агенты-домохозяйства при принятии решений ориентируются на функции полезности, зависящие от жилищных услуг и природных качеств участка, а также от размера остаточного дохода («составного блага») после оплаты жилья и транспортных расходов. В модели учитывается также риск, связанный с наводнениями.

Модели городского развития. В моделях отдельных городов пространство неизбежно становится полностью географическим. В [Haase, Lautenbach, Seppelt, 2010] предложена АОМ городского землепользования RESMOBcity. На базе общей модели и данных Лейпцига построена модель сжимающегося города. В рамках трех сценариев (рост населения, стагнация и сокращение) авторы прогнозируют стабилизацию численности населения в ближай-

шие годы и дальнейшее увеличение количества домохозяйств. Сценарные имитации подтвердили, что модель может воспроизводить наблюдаемую структуру расселения, внутригородской миграции и незанятого жилья в пространственном разрезе.

Еще один пример подобного рода – проект моделирования городского пространства Торонто–Гамильтон (Онтарио, Канада) ILUTE¹ [Miller et al., 2011], охватывающий широкий круг вопросов: землепользование, домовладение, владение транспортными объектами (автомобили, автобусы и т. п.), выбор местоположения, перемещение агентов в пространстве, демография (рождение, смерть, иммиграция, отношения). Используя близкий к агент-ориентированному подход микроимитационного моделирования система моделей ILUTE может давать прогнозы развития городских агломераций на горизонте нескольких десятилетий. При этом большинство аспектов производства и распределения реальной экономики остаются за кадром.

В целом такие модели решают скорее не общеэкономические, а инженерные, в частности, логистические задачи, хотя и имеют экономические аспекты. Например, Комплексная агенто-ориентированная модель социально-экономического развития Москвы CABMUD [Фаттахов, 2013] по сути представляет собой модель городской транспортной системы и внутригородской миграции. Например, поведение агентов-людей в этой модели описывается такими действиями, как смена места жительства или работы, покупка или продажа машины. В то же время модель отражает распределение доходов и занятость населения.

По-видимому, на текущий момент не существует моделей на уровне территорий городов, которые бы одновременно были привязаны к конкретному городскому ландшафту и достаточно глубоко отражали экономическую проблематику. Например, [Tsekeris, Vogiatzoglou, 2011] описывают модель крупной городской агломерации (системы из нескольких городов). В этой модели решения о перемещении производства или смене места работы или проживания основываются на учете транспортных издержек, как внутри города, так и между городами. Решения агентов по по-

¹ Открытый программный код на C# можно найти на сайте <https://github.com/TravelModellingGroup/ILUTE>.

воду размещения в пространстве зависят также и от эффектов агломерации. Помимо принципов новой экономической географии, используется линейная модель Тюнена, так что агенты располагаются в концентрических зонах вокруг городов. Имеется центральное и региональные правительства, которые через инвестиции и налоги могут способствовать изменению транспортных издержек и оказывать, таким образом, влияние на решения агентов о размещении. С одной стороны, эта АОМ наряду с пространственным аспектом отражает экономическое поведение домохозяйств, фирм и органов власти. С другой стороны, в ней не моделируются товарные рынки и торговые потоки, и в целом модель осталась на уровне концепции.

Пространственная диффузия инноваций. Модели пространственной диффузии инноваций, предложенные еще в середине 20 в. шведским географом Т. Хагерстрандом, не потеряли актуальности и в наши дни. Например, в [Günther et al., 2011] предложена модель распространения нового типа топлива из биомассы. В этой модели агенты-потребители встроены в социальную сеть. Вероятность для пары агентов быть соединенными зависит от географической близости и принадлежности к одному и тому же типу. Дуги в сети имеют веса, которые определяют вероятность передачи информации. Авторы провели на своей модели сценарный анализ различных маркетинговых стратегий. В частности, результаты расчетов позволили сравнить распространение инновации в разных географических областях – больших и малых городах.

Геомаркетинг. В [Birkin, Heppenstall, 2011] рассмотрена условная модель продажи горючего, в которой агентами являются районы города, населенные некоторым числом домохозяйств, и бензозаправки. В модели бензозаправки конкурируют между собой, меняя цены и торговые площади. Пространство в модели сформировано по данным о муниципальном районе западного Йоркшира. В [Sturley, Newing, Heppenstall, 2017] построена пробная модель розничного спроса для города Лидс, в которой использованы данные о сделках по картам лояльности крупной британской розничной сети. Модель продемонстрировала способность отражать наблюдаемое поведение покупателей с точки зрения выбора магазина, расстояний поездок и других

характеристик. В указанных моделях за образец взяты так называемые модели пространственного взаимодействия (spatial interaction models, SIM); см. [Roy, Thill, 2004].

[Balać, Ciari, 2014] построили модель размещения магазинов с учетом цены земли, встроив агент-ориентированный модуль, отвечающий за соответствующие решения розничной сети, в транспортную имитационную платформу MATSim. Модель протестирована на пространстве, соответствующем муниципальному району Цюриха.

2.4.2. Моделирование пространства в экономических АОМ

Построение чисто экономических АОМ, с необходимым набором макроэкономических переменных и взаимосвязей, обычно вынуждает исследователя пожертвовать детализацией пространства. В модели «центр–периферия» [Fowler, 2011], построенной в традиции новой экономической географии, агенты действуют в абстрактном пространстве из нескольких городов-точек с известными расстояниями между ними. Следуя канонам НЭГ, эта модель учитывает «айсберговые» транспортные издержки и возрастающую отдачу от масштаба. Однако в отличие от моделей НЭГ в ней нет явного использования равновесного подхода: состояние, напоминающее равновесие, может возникнуть как результат адаптивного поведения агентов (фирм и работников).

Масштаб и степень детализации пространства в АОМ зависит от интересов исследователя. Выбор пространственного разрешения должен обеспечить наилучшее соответствие масштабам изучаемого явления, возможность обнаружить изучаемый процесс на данном уровне, а также доступность данных и возможность верификации. В моделях землепользования, транспортных систем и маркетинговых стратегий, рассмотренных выше, использовался уровень городских и сельских пространств. В то же время проблемы эволюции пространственных пропорций экономики и межрегионального неравенства логично рассматривать на уровне субнациональных территориальных единиц – регионов. Это тем более важно, что потенциал агент-ориентированного подхода делает возможным моделирование неочевидных последствий от реализации разных вариантов региональной политики.

Число АОМ, относящихся к пространству одной или нескольких стран или регионов, невелико. Можно, в частности, назвать макроэкономические модели из семейств Eurace, CATS, K+S, JAMEL, LAGOM. Как правило, подобные модели сначала разрабатываются в точечной постановке и по мере развития приобретают пространственные версии. Поэтому, несмотря на бесспорные преимущества агент-ориентированного подхода в моделировании пространственных структур и возникновения региональной дифференциации характеристик агентов, существует не так много макроэкономических АОМ в многорегиональной или многострановой постановке.

К числу последних относятся многорегиональные АОМ Eurace@Unibi, LAGOM Regio; многострановые Eurace Open, AB-SFC и K+S. Основные характеристики названных моделей обобщены в табл. 1. Как правило, в подобных моделях действуют фирмы, производящие потребительские и капитальные товары, они далее называются С-фирмы и К-фирмы.

Макроэкономическая многорегиональная АОМ **Eurace@Unibi** создана как универсальный инструмент для макроэкономического анализа в разрезе регионов и экспериментов с экономической политикой [Dawid, Harting, Neugart, 2014; Dawid et al., 2019]. Регионы могут различаться с точки зрения численности населения, качества человеческого и производственного капитала. Фирмы и рабочие расположены в конкретных регионах, рабочие могут ездить на работу в соседний регион, но транспортные затраты ограничивают эту возможность.

Рынки действуют в разном пространственном масштабе. Капитальный и финансовый рынки присутствуют в масштабе всей страны во всех регионах. На рынке С-товаров предложение формируется глобально (во всех регионах), а спрос – локально (на региональных торговых площадках – моллах). Моллы являются посредниками между потребителями и С-фирмами. В случае превышения фактического спроса над ожидаемым моллы не могут удовлетворить его полностью. Таким образом, локализация спроса в пространстве снижает эффективность рынка С-товаров¹.

¹ В одной из постановок модели авторы идут дальше и вводят склонность потреблять местные товары.

На рынке труда, напротив, спрос формируется глобально, но затраты на поездки уменьшают возможные заработки, так что при прочих равных условиях рабочие соглашаются на те рабочие места, которые расположены в их регионе. Следовательно, «эффективное предложение» труда оказывается локальным в силу его низкой мобильности. Таким образом моделируется «сопротивление пространства», которое затрудняет адаптацию и уравнивание рынков.

Если фирма имеет преимущество более высокой производительности по отношению к фирме из другого региона, то, наращивая выпуск, вскоре сталкивается с ограничением по труду, что подталкивает вверх заработные платы, стимулируя приток рабочих из другого региона, и побуждает к решениям об инвестициях.

Многорегиональная макроэкономическая AOM **LAGOM Regio** [Wolf et al., 2013] предназначена для имитации экономического роста взаимодействующих регионов. Модель населена фирмами 5 отраслей (сельское хозяйство, энергетика, строительство, обработка и услуги), домохозяйствами, внешнеторговыми агентами, региональными правительствами; также присутствует единая финансовая система. Фирмы относятся к секторам потребительских, промежуточных и инвестиционных товаров. Побочным продуктом энергетических фирм являются выбросы CO₂.

Фирмы фиксированы в пространстве, т. е. имеют постоянный маркер принадлежности к своему региону, а домохозяйства могут мигрировать. «Сопротивление пространства» в данной модели проявляется в том, что на рынках товаров и труда вероятность выбрать контрагента из своего региона выше, чем из чужого. Таким образом, пространство возникает как сеть горизонтальных контактов между агентами. Этот механизм обеспечивает локализацию взаимодействий между агентами, но не навсегда, так как в силу ограниченной памяти агентов сеть не остается постоянной.

Eurace Open является многострановым развитием модели Eurace [Petrović et al., 2017]. В модели реализована гибкая схема задания связности стран: страны могут образовывать кластеры с точки зрения единства тех или иных рынков (товарного, трудового, финансового). В базовой конфигурации модели две страны образуют полноценный союз, а еще две страны являются изолированными и используются для сопоставлений.

Таблица 3

Пространственные аспекты в экономических АОМ

Название модели	Eurase@UNIBI	LAGOM Regio	Eurasec Open	AB-SFC	K+S	PolicySpace
1	2	3	4	5	6	7
Деление	2 региона	5 регионов, представляющих Германию и европейские макрорегионы	страны	страны, представляющие регионы Европы	страны	46 городских агломераций и 333 муниципалитета Бразилии
Мобильность и барьеры	фирмы: н труд: т товары: м финансы: м	товары: мв фирмы: н труд: м финансы: м	товары: м/н труд: м/н финансы: м/н валюта: союз	товары: м+н труд: н финансы: м инвестиции: н валюта: союз	товары: и валюта: обм	товары: м фирмы: н труд: м
Различия между регионами (странами)	величина населения, квалификация работников, технологии	производительность труда, ставки налогов, пособие по безработице	технологии, ставки налогов	технологии, ставки налогов	технологии	размеры, качество жизни

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5	6	7
Агенты	С-фирмы, К-фирмы, домохозяйства, региональные правительства	Фирмы 5 отраслей, домохозяйства, региональные правительства	С-фирмы, домохозяйства, банки, центральные банки, правительства	С-фирмы, домохозяйства, банки, правительства	С-фирмы, К-секторы	С-фирмы, граждане, объединенные в семьи, муниципалитеты
Моделируемые явления	конвергенция и дивергенция по производительности и распределению доходов	различия в региональных траекториях эндогенного роста	выгоды от объединения стран в валютный союз	долгосрочная динамика в валютном союзе	рост взаимозависимых экономик, дивергенция и поляризация	миграция населения и дифференциация регионов по качеству жизни
Анализ политики	фискальная политика, выравнивание через инвестиции в технологии и в человеческий капитал	климатическая политика	монетарная и фискальная политика в валютном союзе	различные фискальные режимы в валютном союзе	—	эффективность административно-территориального деления с точки зрения производства общественных благ

Используемые в таблице обозначения: м – мобильные, н – немобильные, м/н – мобильные или немобильные в зависимости от варианта модели, м+н – частично мобильные, частично нет, мв – мобильные, но с меньшими вероятностями, т – мобильные с транспортными издержками, т – мобильные с дополнительными издержками, обм – меняющиеся обменные курсы.

В модели **AB-SFC** (агент-ориентированная модель, согласованная по потокам и запасам) в полностью многострановой постановке различные рынки характеризуются различной степенью связности [Caiani, Catullo, Gallegati, 2018]. В частности, труд не перемещается между странами и домохозяйства работают только на внутреннем рынке, в то время как кредитный рынок является общим для всех стран. С-товары делятся на «торгуемые» и «не-торгуемые». Расстояние в модели не географическое, а абстрактное расстояние в пространстве потребительских характеристик для учета товарной дифференциации.

Группа динамических моделей **K+S (Кейнс+Шумпетер)** также обрела многострановую версию [Dosi, Roventini, Russo, 2019]. В модели сочетается шумпетерианский взгляд на экономический рост с кейнсианским взглядом на роль спроса. Фирмы конкурируют между собой на международных рынках в условиях эндогенной специализации, являющейся результатом накопления у них технологических знаний. Для моделирования технологий и процесса технологической имитации используется пространство технологических коэффициентов и расстояние в этом пространстве, но географическое пространство отсутствует.

Рассмотренные макроэкономические АОМ схожи в том, что регионы или страны в них в пространственном отношении представляют собой точки и не детализируются. Исключением здесь является только Eurace@Unibi, но и в этой модели детализация пространства проявляется слабо. Страны или регионы в таких моделях разделены границами, и в зависимости от постановки модели мобильность данного товара или ресурса между двумя разными странами может быть полной, частичной или отсутствовать.

Модель отдельной области страны **PolicySpace** [Furtado, 2018] занимает промежуточное положение между моделями городов и макроэкономическими моделями. Агентами моделируемой области страны являются муниципалитеты, фирмы и граждане, объединенные в семьи. Муниципалитеты обладают географической формой, семьи занимают жилье, жилье и фирмы характеризуются географическими координатами, т. е. модель реализует

принцип явного учета пространства. Семьи могут менять место жительства, что привносит в модель пространственную динамику. В модели действуют три рынка: С-товаров, недвижимости и труда. Муниципалитеты собирают налоги и инвестируют в свои территории, что локально повышает качество жизни (но может проводиться политика выравнивания качества жизни между регионами).

Прямой расчет расстояния в модели связывает в пространстве все три рынка. Фирма выбирает работника на основании либо его квалификации, либо расстояния до его жилья. Семья выбирает товар на рынке на основании либо цены, либо расстояния до фирмы. Выбор критерия происходит стохастически. Если работник теряет (тоже стохастически) или находит работу, доходы семьи меняются, и она ищет новое жилье. Поскольку часть семей всегда находится в процессе миграции, расстояния постоянно пересчитываются, что влияет на решения о покупках и о найме работников. Цена жилья зависит от его размера и местного индекса качества жизни. Значение индекса качества жизни зависит от правительственных инвестиций в расчете на душу населения и регулярно обновляется. Отсюда меняются цены жилья в муниципалитетах, что влияет на решения о переезде, а изменение численности населения влияет на решения о покупках и о найме, и далее на значение местного индекса качества жизни. Все рынки оказываются взаимно связанными в пространстве.

2.5. Моделирование государства в существующих АОМ

2.5.1. Роль государства в АОМ

В некотором смысле государство должно неявно присутствовать в экономических АОМ, поскольку во всех таких моделях агенты действуют и взаимодействуют в определенных институциональных рамках, которые в реальной жизни, как правило, задаются государственными органами. Однако существуют модели, в которых явно присутствуют те или иные инструменты государ-

ственной политики, такие как налоги, а также такие, в которых государство реализовано в виде агентов, представляющих конкретные государственные органы, такие как правительство или центральный банк. Например, правительства могут взимать налоги с экономической деятельности агентов (фирм, домохозяйств) и использовать собранные средства на те или иные цели, такие как выплата пособий, предоставление бесплатных услуг, инвестиции в инфраструктуру. Наибольший интерес для нас представляют такие АОМ, в которых моделируется в целом экономика страны, учитывается широкий круг государственных функций, соответствующий реалиям современной смешанной экономики, а государственные расходы в том или ином виде используются для финансирования производственной деятельности, требующей затрат ресурсов.

С точки зрения моделирования государства в АОМ картина наблюдается довольно пестрая. Понятно, что если модель посвящена конкретному узкому экономическому явлению, то в ней вполне могут быть только частные агенты. Например, государство отсутствует в таких АОМ, как модель фондового рынка [Arthur et al., 1997] или модель рыбного рынка города Марселя [Kirman, Vriend, 2001]. В модели инфляционной динамики [Arifovic, 1995] есть правительство, вся роль которого сводится к тому, что оно может эмитировать деньги для финансирования некоего «дефицита», природа и назначение которого не раскрывается. В модели СС-МABM [Assenza, Delli Gatti, Grazzini, 2015] правительство как таковое отсутствует, но при этом в экономике обращаются гособлигации. Предполагается, что один из экзогенных параметров этой АОМ – безрисковая процентная ставка – может выступать инструментом денежно-кредитной политики.

Наличие и роль государства в конкретной агент-ориентированной модели зависит от круга решаемых задач и предпочтений разработчика. В условной модели рыночного обмена ACE Trading World Л. Тесфатсион [Tefatsion, 2006] государство отсутствует, а в похожей по замыслу вальрасовской модели Г. Гинтиса [Gintis, 2007] есть некий государственный орган Монетарное управление (Monetary Authority), который, в частности, собирает налоги и выполняет другие функции.

Особый разряд моделей – это так называемые микроимитационные модели; см. [Figari, Paulus, Sutherland, 2015; Ballot, Mandel, Vignes, 2015]. С одной стороны, они традиционно используются для прогнозирования последствий государственной политики на микроуровне (см. далее), но, с другой стороны, они могут иметь чисто «арифметический» и статический характер, а экономическое содержание в этих моделях традиционно довольно ограничено (например, эффектами перераспределительной и социальной политики).

Также свои особенности есть у такого класса моделей, как макроэкономические АОМ [Fagiolo, Roventini, 2017; Dawid, Delli Gatti, 2018]. С одной стороны, практически во всех подобных моделях присутствует в том или ином виде государственная экономическая политика. С другой стороны, это в основном макроэкономическая политика, в особенности денежно-кредитная, так что область социальных вопросов, решаемых государством, обычно ограничивается выплатой пособий по безработице. Это отражает высокую социальную значимость данного вида расходов, но никак не может рассматриваться как адекватное представление расходной части бюджета.

Далее мы рассмотрим детали некоторых моделей, включающих государство, и попытаемся охарактеризовать в целом имеющуюся ситуацию. Представленный обзор довольно разнороден, что связано с разнородностью имеющихся АОМ в вопросах моделирования государства, а также с различием подходов авторов к описаниям моделей и достаточно частым отсутствием в описаниях существенных деталей.

2.5.2. Микроимитационные модели

Как уже обсуждалось, хотя микроимитационные модели не называют агент-ориентированными, но принципиальных причин не считать их разновидностью АОМ нет. Правда, следует иметь в виду, что в микроимитационных моделях может отсутствовать динамика. Микроимитационное моделирование происходит на микроуровне и учитывает разнообразие состояний и характеристик отдельных агентов. При этом среди АОМ, включающих в том или ином виде государство, микроимитационные модели

выделяются интенсивным использованием в качестве исходных данных реальной микроуровневой информации.

Характерной особенностью данного подхода является то, что он с самого своего возникновения был нацелен в первую очередь на поддержку принятия решений государственными органами, на оценку последствий тех или иных изменений в правительственных программах и параметрах экономической политики. Притягательность микроимитационного подхода для изучения вопросов, связанных с государственной экономической и социальной политикой, состоит в том, что для оценки тех или иных изменений (таких как реформа налоговой системы, осуществление программы в области здравоохранения и т. п.) желательно изучение не только общих выгод и издержек, но и индивидуальных последствий, ведь выгоды и издержки могут быть неравномерно распределены по населению.

По-видимому, наиболее близкими к практическому использованию являются так называемые статические микроимитационные модели. Это такие модели, которые представляют один момент времени или же несколько моментов времени, но изолированно, без рассмотрения взаимосвязей между ними. Обычно такого рода модели характеризуют как «арифметические» или «бухгалтерские». В них не рассматривается поведенческие реакции микроединиц на те или иные внешние изменения. Например, если рассматриваются изменения в экономической политике в области налогов и пособий, то арифметические модели ограничиваются вычислением непосредственных эффектов с точки зрения величины и распределения индивидуальных доходов, которые вытекают из действующих правил взимания налогов и назначения пособий. Анализ дальнейшего влияния на поведение микроединиц или обратных связей через изменение ситуации в целом по экономике не проводится. В терминах микроимитационного подхода это уже «эффекты второго круга».

Динамические микроимитационные модели рассматривают состояние микроединиц в несколько взаимосвязанных моментов времени и предусматривают возможность того, что микроединицы со временем меняют свои характеристики. Примерами динамических моделей могут служить микроимитационные модели пенсионной системы. В частности, это модели *Destinie 2* для

Франции [Buffeteau et al., 2011], разрабатываемая в INSEE, MOSART для Норвегии [Andreassen et al., 2020], разрабатываемая в Центральном статистическом бюро, Pensim 2 для Великобритании, разрабатываемая Министерством труда и пенсий [Emmerson, Reed, Shephard, 2004]. Подробнее о различных динамических микроимитационных моделях см. [Li, O'Donoghue, 2013].

2.5.3. EUROMOD

EUROMOD – это микроимитационная модель налогов и пособий для Европейского союза (ЕС), которая позволяет сопоставимым образом анализировать влияние налогов и пособий на доходы населения и другие показатели для каждой страны-участницы и ЕС в целом [Immervoll, O'Donoghue, 2009; Sutherland, Figari, 2013; Atkinson et al., 2017]¹. Модель статическая и отражает только непосредственные эффекты (эффекты «первого круга») проводимой экономической политики.

Важной особенностью данной модели являются стандартизированные по всем странам расчеты располагаемого дохода домохозяйств и его отдельных составляющих, что обеспечивает общую основу для прогнозирования изменений в показателях распределения, перераспределения, неравенства и бедности. Кроме эффектов, связанных с доходами, с помощью данной модели можно изучать также изменения в показателях государственного бюджета, в стимулах к труду и т. д.

В модели EUROMOD унифицированы требования к основным этапам работы с моделью. Это сопоставимые по странам требования к входной базе данных, к способам описания воздействия инструментов политики на микроуровне, структурирование, обработка, визуализация и табулирование выходных данных. Модель предоставляет пользователям интерфейс для работы на всех этих этапах.

Информационной основой являются обследования населения по домохозяйствам и индивидуумам. Наиболее важным видом входных данных в этой модели является информация о валовых доходах по источникам. Также используется инфор-

¹ <https://euromod-web.jrc.ec.europa.eu/>.

мация по статусу и характеристикам домохозяйств и индивидуумов. Недостающие сведения восполняются с помощью процедуры импутации. Для каждой страны выбирается наиболее подходящий статистический источник. На основе собранной информации формируется входная база данных модели. В такую базу могут входить десятки тысяч домохозяйств. Имеется дополнительный инструмент для создания искусственно сгенерированной выборки из «гипотетических домохозяйств» с заданными характеристиками.

Переменные в EUROMOD, как и в любой модели, можно условно разделить на экзогенные (заданные) и эндогенные (моделируемые). При моделировании ставится цель по возможности сократить набор переменных, которые фиксируются экзогенно. Как правило, эндогенно вычисляются подоходный налог, взносы на социальное страхование, различные связанные с доходом пособия и льготы (семейные, по бедности и т. п.). Экзогенные переменные берутся из входной базы данных. Как правило, к этой категории относятся пенсии по старости и нетрудоспособности, налоги на недвижимость и т. п.

Эндогенные переменные получают на основе экзогенных и ранее вычисленных эндогенных с помощью особой иерархически построенной системы алгоритмов, формализующей существующие правила начисления налогов и пособий. На нижнем уровне алгоритмы структурируются в виде «модулей», которые непосредственно организует вычисления по модели, используя те или иные параметры, такие как ставки налогов или границы для налогов и пособий. Для производимых операций определяются списки подвергающихся им единиц (например, домохозяйств определенного типа), а также списки коэффициентов, применяемых к тем или иным доходам. Из модулей составляются «политики» (например, отдельные виды налогов и пособий), а из политик, выстроенных в определенном порядке – «позвоночники политик» (policy spines).

На выходе пользователь получает переменные микроуровня (уровня домохозяйств, членов домохозяйств) в соответствии с указанными им самим требованиями. Это может быть как основная выходная переменная – располагаемый доход, так и переменная с любого этапа расчетов. Модель позволяет с помощью

программы обработки выходных данных вычислять сводные описательные статистики, показатели неравенства и бедности, производить разбиение на квантильные группы и табулирование для любой переменной в выходной базе данных.

Универсальность и гибкость модели имеет много преимуществ с точки зрения сопоставимости результатов, направлений использования модели и ее долговечности. Тем не менее, это имеет некоторые издержки с точки зрения простоты использования модели. Чтобы просто запустить EUROMOD, нужно задать многие тысячи параметров.

Программное обеспечение EUROMOD используется в моделях для отдельных стран мира. В частности, на этой основе развивается модель RUSMOD для России; см. [Matytsin, Popova, Freije, 2019]. Расчеты по модели RUSMOD помогли, например, проанализировать влияние экономической политики в период эпидемии COVID-19 на распределение доходов [Фрейхе, Матцын, Попова, 2023].

2.5.4. Микро–макро модель MOSES

В модели MOSES доходы правительства формируются за счет 4 налогов: подоходного, на прибыль (корпоративного), на заработную плату и НДС. В расходы бюджета входят заработные платы в правительственном секторе, правительственные закупки товаров, трансферты домохозяйствам, инвестиции и субсидии фирмам. Складывающийся дефицит или профицит бюджета погашается посредством различных займов и изменения денежной массы. См. [Albrecht et al., 1989; Eliasson, 1991; Eliasson, 2017].

Общественный сектор осуществляет наем на рынке труда, государственные закупки товаров и услуг и государственные инвестиции. Государственные закупки в модели MOSES предполагаются пропорциональными количеству занятых в правительственном секторе, с заданными экзогенно коэффициентами для каждого сектора. Сумма трансфертов задается как фиксированная доля бюджетных расходов.

Схема финансов общественного сектора для модели MOSES показана на рис. 11.

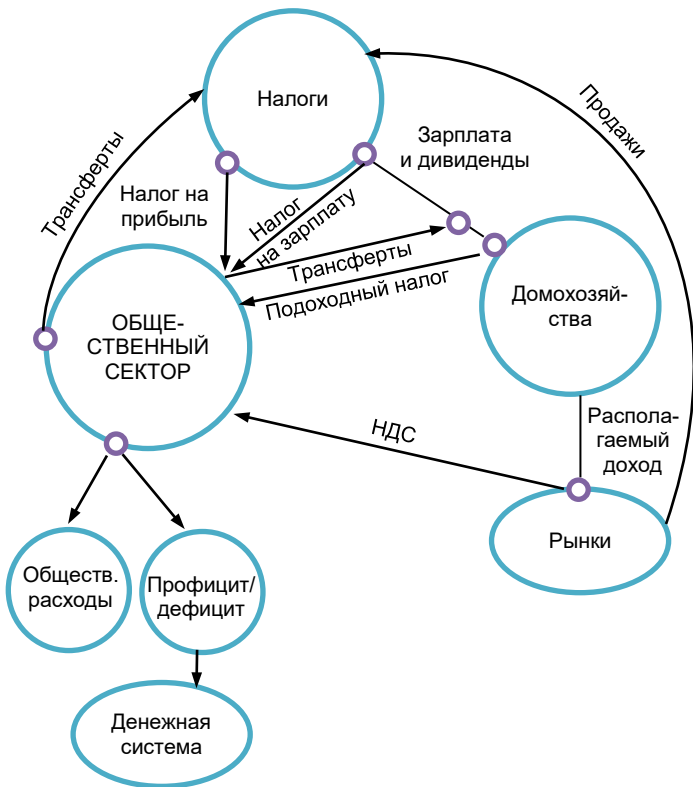


Рис. 11. Схема налоговой системы в модели MOSES [Albrecht et al., 1989]

2.5.5. EURACE

В EURACE используется три вида налогов [Cincotti, Raberto, Teglio, 2012]. Это подоходные налоги (на доход от труда и капитала), а также налог на прибыль. Ставки налогов на доход от труда (τ_N) и на доход от капитала (τ_K) различаются, так что чистый доход домохозяйства равен:

$$y_{h,net} = (1 - \tau_N)y_{Lh} + (1 - \tau_K)(y_{Eh} + y_{Bh}),$$

где Y_{Lh} – доход от труда (заработная плата или пособие по безработице), Y_{Eh} – дивидендные доходы, Y_{Bh} – купонные доходы с облигаций. В дальнейшем в модель был добавлен НДС [Mazzocchi et al., 2018; Teglio et al., 2019].

Расходная часть бюджета складывается из пособий по безработице и процентов по госдолгу. Размер пособия по безработице равен фиксированной доле от последней полученной зарплаты. В дальнейшем в модель введены выплаты заработной платы домохозяйствам, занятым в госсекторе [Mazzocchi et al., 2018; Teglio et al., 2019]. Такие домохозяйства составляют фиксированную долю всех домохозяйств. В различных модификациях набор правительственных инструментов дополняется теми или иными направлениями расходов. Так, в [Teglio et al., 2019] дополнительно рассматриваются трансферты домохозяйствам, равные по величине заданной доле от средней заработной платы, а в [Ponta et al., 2018] – субсидии на «зеленые» инвестиции.

Исходя из цели сбалансированности бюджета налоговые ставки ежегодно корректируются. Государственный дефицит финансируется за счет выпуска бессрочных облигаций. При возникновении профицита остаток средств хранится на депозите в Центральном банке.

В многострановой модификации модели [Petrović et al., 2017] каждая из стран имеет свое правительство, а Центральный банк единый для всех стран. Кроме того, в качестве отдельного агента в этой модели выделено Статистическое бюро.

2.5.6. EURACE@Unibi

В модели EURACE@Unibi к агентам, представляющим государственные органы, можно отнести правительство, Центральный банк, осуществляющий денежно-кредитную политику, а также Евростат, который собирает данные на микроуровне и агрегирует из них макропоказатели [Dawid et al., 2019].

Правительство обеспечивает поступление средств в бюджет из двух источников: корпоративного налога (налога на прибыль), уплачиваемого фирмами, и подоходного налога, уплачиваемого домохозяйствами. Подоходный налог составляет фиксированную долю от общих доходов. Выплаты корпоративного налога имеют

вид $\vartheta \max\{0, \pi_i\}$, где ϑ – ставка налога, π_i – полученная в прошлом прибыль. В ранних описаниях модели упоминаются также страховые взносы (social security contributions) [Dawid et al., 2012], но никаких подробностей не приводится.

Основной вид бюджетных расходов в EURACE@Unibi – это выплата пособий по безработице. Как и в EURACE, размер пособия по безработице определяется фиксированным коэффициентом замещения u : выплаты составляют долю u от последней полученной зарплаты. В то же время предусмотрены другие трансферты и субсидии, зависящие от разновидности модели. В качестве примера приводятся субсидии на повышение квалификации работников [Dawid et al., 2019].

Также с помощью EURACE@Unibi проводились исследования субсидирования инвестиций фирм в новый, более совершенный основной капитал [Dawid, Harting, Neugart, 2014]. При этом отмечается, что субсидии фирмам могут быть универсальными для всех регионов либо выплачиваться только агентам, расположенным в определенных регионах. Тем самым появляется возможность анализировать с помощью модели варианты промышленной и региональной политики. В работе [Dawid, Harting, Neugart, 2018] наряду с субсидиями фирмам учитываются трансферты домашним хозяйствам, и в этом случае позитивный эффект от технологической политики усиливается.

В начале года правительство формирует прогнозы темпов прироста доходов и расходов, а затем получает прогнозы доходов и расходов на текущий год на основе прошлогодних значений. Дефицит рассчитывается раз в месяц. Он финансируется за счет эмиссии. При профиците правительство депонирует средства в ЦБ.

В варианте модели [Dawid, Harting, Neugart, 2018] рассматриваются два региона, каждый из которых имеет свое правительство. В базовом сценарии каждое из правительств стремится поддерживать сбалансированный бюджет. Это достигается при помощи корректировки ставок налогов. А именно, налоговая ставка в регионе r в период t устанавливается на уровне:

$$tax_{r,t} = \frac{\sum_{\tau=1}^{T^G} G_{r,t-\tau}}{\sum_{\tau=1}^{T^G} Y_{r,t-\tau}^G},$$

где $G_{r,t-\tau}$ – бюджетные расходы в период $t - \tau$, $Y_{r,t-\tau}^G$ – база налога в тот же период, T^G – горизонт планирования в периодах. В свою очередь база налога в период $t - \tau$ равна:

$$Y_{r,t-\tau}^G = TR_{r,t-\tau} / \text{tax}_{r,t-\tau},$$

где $TR_{r,t-\tau}$ – налоговые поступления в этот период. В статье рассматривается несколько альтернативных вариантов фискальной политики в рамках союза регионов, при которых дополнительные расходы финансируются из общего союзного бюджета, пополняемого регионами в долях, пропорциональных вкладам регионов в общесоюзный ВВП.

2.5.7. Lagom

Упрощенный подход к моделированию государства используется в группе моделей Lagom [Mandel et al., 2010]. В этой модели каждое домохозяйство h платит правительству подоходный налог по ставке τ из своего совокупного дохода gi_h . Домохозяйство имеет единицу труда, может работать на нескольких фирмах и может быть частично занятым. Если $\mathcal{L}(f, h)$ – труд домохозяйства h на фирме f , а N_F – число фирм, то показатель его незанятости равен $1 - \sum_{f=1}^{N_F} \mathcal{L}(f, h)$. На указанную величину домохозяйство получает от правительства пособие по безработице, ставка которого равна фиксированной доле α от средней зарплаты w_a . Ставка налога устанавливается такой, чтобы полностью покрыть расходы на пособия по безработице $vN_H\alpha w_a$:

$$\tau = \frac{vN_H\alpha w_a}{\sum_{h=1}^{N_H} gi_h},$$

где N_H – число домохозяйств, а

$$v = 1 - \frac{\sum_{h=1}^{N_H} \sum_{f=1}^{N_F} \mathcal{L}(f, h)}{N_H} -$$

уровень безработицы. Таким образом, в модели Lagom бюджет всегда сбалансирован.

Кроме правительства в модели Lagom есть также финансовая система, которая отвечает за денежно-кредитную политику, то есть выполняет функции центрального банка.

В модели Lagom regiO [Wolf et al., 2013] вместо одного правительства имеется несколько региональных правительств, и та же процедура применяется для каждого из регионов по отдельности.

2.5.8. Модели, разработанные в ЦЭМИ РАН

В работах группы исследователей ЦЭМИ РАН государство представлено развернуто, с выделением нескольких основных налогов, разнообразных трансфертов, организаций социальной сферы и расширенного правительства, осуществляющих социальную политику на различных уровнях бюджетной системы.

В одной из первых работ по рассматриваемой проблематике [Бахтизин, 2007] рассмотрена АОМ экономики России, включающая государственный, рыночный и теневой производственные секторы, совокупного потребителя, правительство, банковский сектор и внешний мир. С этой моделью проведена серия экспериментов по снижению ставки единого социального налога, НДС и налога на прибыль. Показано, что при некоторых вариантах снижения с подключением компенсирующих механизмов реформы оказывают положительное влияние на экономику. Интерес представляет предложенное выделение групп домохозяйств по размерам доходов, хотя этот аспект и не получил в статье дальнейшего развития в сторону анализа неравенства.

Проблемы учета общественных благ в АОМ рассматриваются через призму взаимодействия между агентами в работе Макарова В. Л. [Макаров, 2007] (см. тж. раздел 4.2 монографии [Макаров, Бахтизин, 2013]) на упрощенном примере коллективного блага, состоящего в совместном проведении времени агентами (расчеты проводились для 50 участников). В результате взаимодействия агентов, максимизирующих функции полезности с включением параметра склонности к одиночеству и определяющих количество времени на совместные действия, образуются пары. В дальнейшем данный подход был использован в модели образования

иерархических систем в [Макаров, Бахтизин, 2013, раздел 4.3]. В ней рассматриваются три коллективных блага и исследуется образование групп агентов на разных иерархических уровнях, объединяющихся для производства соответствующих благ.

В гибридной модели (ГАОМ), объединяющая агентное моделирование, вычислимые модели общего равновесия и нейронные сети [Бахтизин, 2008] в качестве одного из агентов вводится объединенное правительство. Этот агент включает правительства разных уровней и внебюджетные фонды. Бюджет формируется за счет налога на добавленную стоимость, налога на прибыль, налога на имущество и подоходного налога. Средства бюджета расходуются, в частности, на покупку конечных товаров, образование, инновационные товары, субсидии производителям, социальные трансферты. С помощью ГАОМ можно, среди прочего, изучать влияние на экономику различных налогов, социальных трансфертов, инвестиций в основные фонды государственных и частных предприятий.

В работе [Макарова, Бахтизин, Сушко, 2013] агентный подход используется для исследования проблем муниципальных образований в составе региона. Организации сферы образования, здравоохранения, науки и государственного управления выделены в качестве отдельных агентов и финансируются из муниципального бюджета в соответствии с нормативами бюджетной обеспеченности. Для этих агентов задаются особые целевые функции, зависящие от масштабов деятельности и уровня квалификации работников. Два вида налогов (на объемы продукции предприятий и подоходный с заработной платы) распределяются между региональными и муниципальными бюджетами. На региональном уровне образуются фонд финансовой поддержки и фонд компенсаций, направляемые на выравнивание бюджетной обеспеченности муниципальных образований.

2.5.9. Изучение кредитно-денежной политики с помощью АОМ

В целом ряде активно разрабатываемых семейств АОМ делается акцент на макроэкономическую политику, но социальная деятельность государства сводится в основном к выплате пособия

по безработице (как в моделях как ASPEN [Basu, Pryor, Quint, 1998], Lagom [Wolf et al., 2013], [Dosi et al., 2013]), а предоставление общественных благ не рассматривается. Основными макроэкономическими инструментами служат государственный долг и политика центрального банка.

Государство в модели Jamel присутствует только в виде центрального банка, устанавливающего безрисковую процентную ставку. В исследовании [Salle, Seppacher, 2018] в рамках модели Jamel анализируются различные варианты денежно-кредитной политики по правилу Тейлора формата «дуть против ветра» (англ. *lean against the wind*, повышать ставку при высокой ожидаемой инфляции и наоборот). Анализ продемонстрировал, что в модели возникают эндогенные кредитные циклы, даже когда ЦБ прибегает к «благоразумным регулирующим правилам».

В модели ASPEN [Basu, Pryor, Quint, 1998] кроме частных банков и агента «Финансовый рынок» присутствует Федеральный резервный банк (ФРБ), представляющий федеральную резервную систему. ФРБ проводит денежно-кредитную политику, экспансионистскую или ограничительную, продавая и выкупая облигации. В целом, деятельность государства на финансовом рынке разработана в рассматриваемой модели достаточно детально. Доходы государства формируются за счет трех налогов: на заработную плату, с продаж и подоходного (что позволяет учесть важную часть бюджетных поступлений), а расходы связаны с выплатой пособий по безработице, пенсий по старости и заработной платы. В режиме экспансионистской денежно-кредитной политики осуществляются выплаты всем домохозяйствам (по-видимому, имеется в виду безусловный базовый доход). Правительство дает работу фиксированной доле населения (25%), но при этом никаких полезных товаров и услуг не производит¹. Бюджетный дефицит финансируется за счет выпуска облигаций. Авторы провели расчеты по нескольким вариантам денежно-кредитной политики и получили результаты, которые согласуются с экономической теорией и практикой.

¹ В схеме взаимодействия агентов на рис. 1 [Basu, Pryor, Quint, 1998] упомянуты общественные блага.

В модели серии «Кейнс+Шумпетер» (K+S) [Dosi et al., 2013] собирается только налог на прибыль и выплачивается только пособие по безработице. Среди агентов есть банк, Центральный банк и общественный сектор («Правительство»). Банк хранит средства фирм и кредитует их. Среди инструментов денежно-кредитной политики Центрального банка процентная ставка, резервные требования и кредитный мультипликатор, ограничивающий доступные кредитные средства. Параметры фискальной политики – это ставка налога и размер пособия по безработице. Исследовались взаимосвязи неравенства в доходах и финансовой нестабильности. Оказалось, что различные варианты распределения дохода (между прибылью и заработной платой) существенно влияют на макроэкономические показатели: экономики с большим неравенством характеризуются более глубокими колебаниями в циклах деловой активности, более высоким уровнем безработицы и более высокой вероятностью кризисов.

Про инструменты фискальной политики в модели Eurase написано выше. Кроме агента-правительства в государственный сектор модели входит также Центральный банк, проводящий кредитно-денежную политику. В частности, ЦБ устанавливает (по правилу Тейлора) базовую процентную ставку, по которой он финансирует коммерческие банки. Также ЦБ устанавливает пороговый уровень для кредитного плеча, который разрешено иметь коммерческим банкам (параметр α модели). Кроме того, ЦБ также может покупать и продавать государственные облигации. В режиме количественного смягчения (QE, англ. quantitative easing) ЦБ покупает гособлигации, увеличивая тем самым денежную базу. В [Cincotti, Raberto, Teglioni, 2012] проведены эксперименты с различными значениями параметра α и двумя значениями QE (да/нет). Оказалось, что режим QE, запускаемый при низких процентных ставках и высоком уровне безработицы, не улучшает макроэкономическую ситуацию. В модельной динамике также проявились эндогенные циклы деловой активности.

2.5.10. Другие модели

Как уже обсуждалось, модель PolicySpace [Furtado, 2018] описывает отдельную область страны. Она калибрована по данным о муниципалитетах бразильских городских агломераций. Один из типов агентов в модели – это муниципалитеты. Они собирают налоги пяти видов: на потребление, на заработную плату, на прибыль, на жилую недвижимость и на передачу собственности. Эти налоги выбраны по принципу сходства с действующей в Бразилии налоговой системой. Собранные налоги идут на финансирование локального общественного блага – качества жизни. Модель позволяет проводить исследования сбора налогов, пространственного распределения налогов по муниципалитетам и влияния налогов на распределение качества жизни. Автор провел расчеты с целью валидации суммы собранных налогов по отношению к ВВП.

В работе [Tsekeris, Vogiatzoglou, 2011] правительства рассматриваются на центральном и местном уровнях. Правительства устанавливают НДС и налоги на доходы домохозяйств и фирм. Деятельность правительств эндогенизируется за счет принятия решений в соответствии с максимизацией функций благосостояния. Для центрального правительства это функция, взвешивающая критерии общей эффективности и территориального равенства городов, расположенных на соответствующей территории. Для каждого местного правительства это только его собственная функция благосостояния, зависящая от эффективности, экономического роста и процветания местных жителей и возрастающая за счет привлечения в город большего числа фирм и роста дохода домохозяйств.

Отдельное направление в экономических АОМ образуют исследования эффективности государственной политики в условиях незаконопослушного поведения агентов, в частности, уклонения от налогов; см., напр., сборник [Hokamp et al., 2018]. К традиционным работам этого направления относится изучение последствий того, что агенты могут использовать легальные или нелегальные возможности уменьшения своих налоговых обязательств. Например, в работе [Hashimzade et al., 2015] изучается роль выбора профессии в соблюдении требо-

ваний по уплате налогов. В предложенной авторами АОМ учитывается ряд важных аспектов данной проблемы: разнородность агентов, отношение агентов к соблюдению требований, ожидания агентов по поводу стратегии налоговых проверок, имеющиеся возможности для уклонения от налогов и социальные сетевые взаимодействия. Агент-ориентированное моделирование используется здесь для исследования поведенческих и социальных аспектов в моделировании государственного вмешательства в экономику.

В табл. 4 и 5 сопоставляются различные АОМ с точки зрения моделирования государства.

Таблица 4

Государство в различных АОМ

Название модели	MOSES	Eurace	Eurace@UNIBI
Гос. органы	правительство	правительство, ЦБ	правительство, ЦБ
Налоги	на зарплату, подоходный, НДС, корпоративный	подоходный (2 ставки), на прибыль, НДС	подоходный, корпоративный
Пособия и другие трансферты	трансферты домохозяйствам, субсидирование бизнеса	по безработице, «зеленые» субсидии ^о , выплаты всем домохозяйствам ^о	по безработице, субсидии на обучение ^о
Межбюдж. отношения	—	союзный бюджет с долями регионов ^о	союзный бюджет с долями регионов ^о
Гос. закупки, инвестиции и наем	товары, инвестиции, труд	труд	—
Дефицит/профицит	займы, монетизация	облигации, депозит в ЦБ	монетизация, депозит в ЦБ

^о – присутствует в некоторых вариантах модели, корпоративный налог – вариант налога на прибыль, ЦБ – центральный банк.

Таблица 5

Государство в различных АОМ (продолжение)

Название модели	LAGOM	ASPEN	PolicySpace
Гос. органы	правительство, фин. система	правительство, ФРБ	муниципалитеты
Налоги	подоходный	на зарплату, подоходный, с продаж	на потребление, на зарплату, на прибыль, на жилую недвижимость, на передачу собственности
Пособия и другие трансферты	по безработице	по безработице, по старости, выплаты всем домохозяйствам ^о	—
Межбюдж. отношения	—	—	фонд для выравнивания качества жизни ^о
Гос. закупки, инвестиции и наем	—	труд	качество жизни
Дефицит/профицит	отсутствует	облигации	отсутствует

^о – присутствует в некоторых вариантах модели, ФРБ – федеральный резервный банк.

Глава 3. ИНСТРУМЕНТАЛЬНАЯ И ПРОГРАММНАЯ ПОДДЕРЖКА АГЕНТ-ОРИЕНТИРОВАННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

3.1. Метод Монте-Карло, получение выборок и имитационное моделирование

3.1.1. Генерация псевдослучайных чисел

Агент-ориентированное моделирование (см. обсуждение в [Tsfatsion, 2017]) и имитационное моделирование в целом в значительной степени основано на генерации случайных чисел с помощью специальных программ – датчиков. При этом получаемые в практических компьютерных расчетах числа не являются, строго говоря, случайными. Их называют псевдослучайными. На самом деле *датчики псевдослучайных чисел* – это некоторые детерминированные алгоритмы, которые только имитируют случайность, независимость и принадлежность целевому распределению.

Самые распространенные датчики псевдослучайных чисел нацелены на имитацию последовательности независимых случайных чисел из равномерного распределения $U_{[0;1]}$. Если требуется получить числа из какого-то другого распределения, то, как правило, за основу все равно берется датчик для $U_{[0;1]}$.

Последовательность псевдослучайных чисел, полученных по какому-то алгоритму, зависит от «затравки», переменной инициализации, называемой *семенем*. Как правило, семя датчика – это некоторое действительное число. Если зафиксировать семя, то датчик должен всегда выдавать одну и ту же последовательность. Благодаря этому имитационные эксперименты, проведенные на основе псевдослучайных чисел, обладают свойством точной воспроизводимости. При каждом запуске имитационной модели с заданным семенем (семенами) результаты работы модели должны быть идентичными. Чтобы получать разные результаты, надо инициализировать датчики разными семенами (например, использовать какую-то функцию от времени запуска и т. п.).

Любой датчик псевдослучайных чисел после получения некоторой достаточно длинной последовательности закидывается и начинает выдавать ту же самую последовательность. У качественных датчиков период цикла должен быть очень длинным, чтобы не привести к нежелательным результатам. Кроме того, датчик псевдослучайных чисел должен проходить проверку на соответствие целевому распределению ($U_{[0;1]}$) и на случайность. Разработаны соответствующие тестовые процедуры для всестороннего испытания датчиков на пригодность.

Если требуется получить (псевдо)случайные числа из некоторого непрерывного распределения с функцией распределения F , являющейся строго возрастающей на своем носителе, то иногда можно воспользоваться достаточно простым методом обратного преобразования. Известно, что если F^{-1} – квантильная функция, соответствующая F (т. е. обратное преобразование), и u имеет распределение $U_{[0;1]}$, то $F^{-1}(u)$ будет иметь распределение F . Таким способом, в частности, можно получать числа из экспоненциального распределения E_λ , которое имеет функцию распределения $F(y) = 1 - e^{-\lambda y}$. Если $u \sim U_{[0;1]}$, то $-\frac{1}{\lambda} \ln(1 - u) \sim E_\lambda$ (а также $-\frac{1}{\lambda} \ln(u) \sim E_\lambda$).

Числа из нормального распределения $N(\mu, \sigma^2)$ можно получать из чисел, подчиняющихся стандартному нормальному распределению $N(0,1)$. А именно, если $z \sim N(0,1)$, то $\mu + \sigma z \sim N(\mu, \sigma^2)$. Также на основе стандартного нормального распределения можно получать числа из логнормального распределения, многомерного нормального распределения.

Использовать метод обратного преобразования для получения чисел из стандартного нормального распределения не рекомендуется по нескольким причинам. Одна из причин – слишком медленное вычисление квантильной функции нормального распределения. Для стандартного нормального распределения предложены различные альтернативные алгоритмы.

Например, можно использовать сравнительно простой полярный метод Марсальи, работающий по принципу выборки с отклонением. Сначала генерируются независимые пары чисел из равномерного распределения $u \sim U_{[-1;1]}$ и $v \sim U_{[-1;1]}$

(другими словами, случайные точки в квадрате $[-1; 1] \times [-1; 1]$). Цикл получения пар останавливается, когда будет найдена пара, для которой $0 < u^2 + v^2 < 1$. Далее пара независимых чисел, имеющих стандартное нормальное распределение, получается по формуле:

$$u\sqrt{-2\ln(s)/s}, \quad v\sqrt{-2\ln(s)/s},$$

где $s = u^2 + v^2$.

3.1.2. Получение случайных величин из категориального распределения

Рассмотрим *категориальное распределение*, т. е. дискретное распределение, в котором случайная величина принимает конечное число значений (категорий) $j = 1, \dots, m$. Пусть $p_j \in [0; 1]$ – вероятность, соответствующая категории j ($\sum_{j=1}^m p_j = 1$).

Один из простейших методов генерирования случайных величин из категориального распределения основан на генерировании одного случайного числа u из равномерного распределения $U_{[0;1]}$. Ищется такое значение j , чтобы:

$$P_{j-1} \leq u < P_j,$$

где $P_j = \sum_{s=1}^j p_s$ – накопленные вероятности, $P_0 = 0$. Можно представить это так, что величина j в цикле увеличивается от 1 до m с шагом 1. Цикл прерывается, когда накопленная сумма $P_j = \sum_{s=1}^j p_s$ превышает u .

На практике достаточно часто даны не вероятности, сумма которых равна 1, а некоторые неотрицательные веса w_j , которые пропорциональны вероятностям, т. е. $w_j = W_m p_j$, где $W_m = \sum_{j=1}^m w_j$ – положительный коэффициент, сумма всех весов. Тогда условие для выбора категории j принимает несколько иной вид:

$$W_{j-1} \leq uW_m < W_j,$$

где $W_j = \sum_{s=1}^j w_s$ – накопленные суммы весов, $W_0 = 0$.

Рис. 12 иллюстрирует описанный алгоритм.

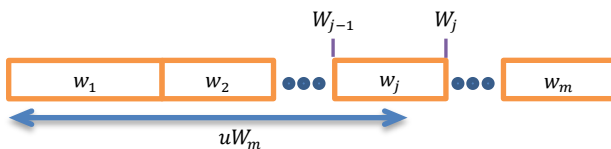


Рис. 12. Алгоритм генерации из категориального распределения

Если имеется только две категории ($m = 2$), то мы, фактически, имеем дело с *распределением Бернулли*. При $p_1 \leq u$ (или $w_1 \leq u(w_1 + w_2)$) метод выдаст $j = 1$, а в противном случае $j = 2$.

3.1.3. Метод систематической выборки

Под случайной выборкой длиной n из распределения F подразумевают набор n случайных величин $x_1, \dots, x_n$, такой что эти величины в совокупности независимы и каждый элемент x_i имеет распределение F ($x_i \sim F$).

Проблема с простой случайной выборкой может состоять в том, что из-за случайности сгенерированные числа могут распределиться неравномерно по соответствующей области значений (см. на рис. 14 две верхних оси), образуя сгущения и «разреженные» области.

Случайную выборку из равномерного распределения часто заменяют более простым и «равношаговым» способом получения выборки – систематической выборкой. При таком способе получения выборки только начальная точка выбирается случайно, а все последующие точки отбираются с фиксированным шагом по области значений.

Проще всего объяснить данный метод в случае категориального равномерного распределения. Для этого распределения вероятности всех категорий $j = 1, \dots, m$ одинаковы: $p_j = \frac{1}{m}$. Если требуется получить выборку размера n , где m делится на n , то сначала выбирается случайная начальная категория s из $1, \dots, h$ с одинаковыми вероятностями, где $h = \frac{m}{n}$ – шаг. Затем выбирается каждая h -я категория. Получается выборка $j = s, s + h, \dots, s + (n - 1)h$.

Например, для получения выборки размера 5 из 15 возможных значений сначала случайно выбирается 1-й, 2-й или 3-й элемент, а затем значения выбираются с шагом 3 (рис. 13).

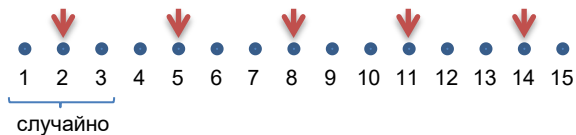


Рис. 13. Пример систематической выборки 5 элементов из 15

По аналогии для получения систематической выборки размера n из непрерывного равномерного распределения $U_{[0;1]}$ сначала генерируется случайное начальное значение $s \sim U_{[0;h]}$, а потом значения идут с шагом $h = \frac{1}{n}$. Получается набор чисел $s, s + h, \dots, s + (n - 1)h$ (см. на рис. 14 нижнюю ось), где i -й элемент равен $x_i = s + (i - 1)h$. Наугад взятое число из такого набора будет иметь случайное распределение $U_{[0;1]}$, но в целом это не случайная выборка и элементы здесь однозначно взаимосвязаны.

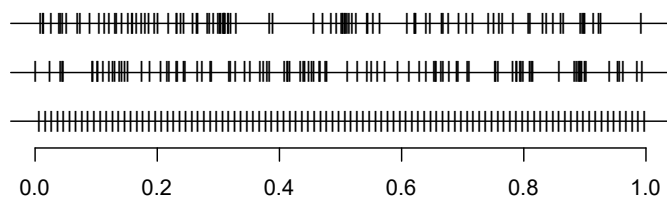


Рис. 14. Две случайные выборки из $U_{[0;1]}$ и систематическая выборка

Для получения систематической выборки из непрерывного распределения со строго возрастающей функцией распределения F можно воспользоваться методом обратного преобразования, подвергнув систематическую выборку из $U_{[0;1]}$ преобразованию квантильной функцией F^{-1} .

Тот же метод применим к получению выборки размера n из категориального распределения с весами $w_j, j = 1, \dots, m$. Сначала генерируется случайное начальное значение $s \sim U_{[0;h]}$, где $h = \frac{1}{n}$.

Тогда значение i -го элемента (x_i) выбирается равным j , если

$$W_{j-1} \leq (s + (i - 1)h)W_m < W_j,$$

где, как и ранее, $W_j = \sum_{s=1}^j w_s$ – накопленные суммы весов. Рис. 15 иллюстрирует соответствующий метод.

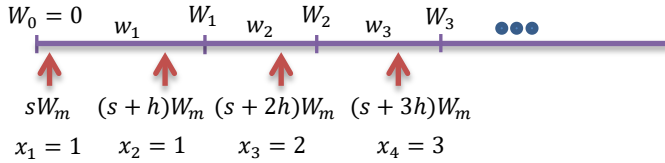


Рис. 15. Систематическая выборка из категориального распределения

3.1.4. Получение выборок из мультиномиального распределения

Согласно определению, вектор X имеет *мультиномиальное распределение* $Mult(N, p_1, \dots, p_m)$, где N – положительное целое число, а $p_1, \dots, p_m$ – вероятности ($\sum_{j=1}^m p_j = 1$), если вероятность того, что он равен вектору $(k_1, \dots, k_m)$, где $\sum_{j=1}^m k_j = N$, равна:

$$\frac{N!}{k_1! k_2! \dots k_m!} \prod_{j=1}^m p_j^{k_j}.$$

Мультиномиальное распределение можно интерпретировать как обобщение категориального распределения с теми же вероятностями. Если N раз независимо выбирать одну из m категорий с вероятностями $p_1, \dots, p_m$, рассчитать, сколько раз была выбрана каждая из категорий, то вектор, составленный из соответствующих чисел, будет иметь мультиномиальное распределение.

Частный случай мультиномиального распределения – это *биномиальное распределение*. Это случай, когда категорий только две ($m = 2$). Биномиальное распределение имеет в основе распределение Бернулли в том же смысле, как мультиномиальное распределение имеет в основе категориальное распределение. Здесь одна из категорий, например, 2, берется за базовую. Ее ве-

роятность можно обозначить $p = p_2$. Согласно определению, случайная величина имеет биномиальное распределение с параметрами (N, p) , если вероятность того, что она принимает значение k , где k – целое число из $\{0, \dots, N\}$, равна p^k .

Достаточно эффективно генерировать числа из биномиального распределения можно только с помощью специально разработанного для этой цели алгоритма. Например, существует алгоритм BRUS [Stadlober, 1991], использующий отношение равномерно распределенных величин. (Мы не будем его здесь описывать.)

Для получения чисел из мультиномиального распределения можно использовать декомпозиционный (англ. divide-and-conquer) алгоритм, основанный на том, что разбиение мультиномиального распределения дает опять мультиномиальные распределения. А именно, разделим категории $j = 1, \dots, m$ на две части: $1, \dots, r$ и $r + 1, \dots, m$, где $r \in \{1, m - 1\}$. Получим случайное целое число N_1 из биномиального распределения с параметрами $(N, \sum_{j=1}^r p_j)$ и дополнительное к нему число $N_2 = N - N_1$. Далее генерируем число из мультиномиального распределения с параметрами $(N_1, p_1, \dots, p_r)$ для первой части и число из мультиномиального распределения с параметрами $(N_2, p_{r+1}, \dots, p_m)$ для второй части. Соединив два числа, получим число из требуемого мультиномиального распределения. Разбиение проводится рекуррентно, и в конечном итоге задача сведется к более простым подзадачам – генерации чисел из биномиальных распределений.

3.1.5. Алгоритм размещения агентов по территории

Пусть имеется плоская территория, заданная системой полигонов (многоугольников) в двумерном евклидовом пространстве. Требуется разместить заданное число агентов (N) на этой территории. Если какой-либо дополнительной информации по поводу принципа размещения агентов нет, то можно исходить из того, что плотность населения на данной территории постоянна, и использовать для размещения агентов равномерное по территории распределение.

Сначала все полигоны следует подвергнуть разбиению на систему треугольников. Этот процесс называется *триангуляцией*.

Для триангуляции полигона существуют специальные алгоритмы, которые мы здесь не будем обсуждать¹. На рис. 16 показан пример триангуляции территории.

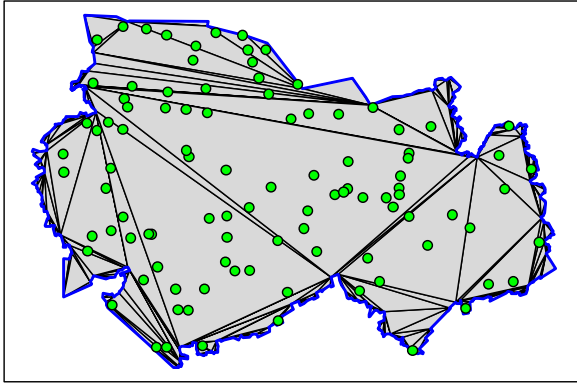


Рис. 16. Триангуляция территории и полученное с помощью нее равномерное размещение агентов

Далее используется алгоритм генерации чисел из мультиномиального распределения $Mult(N, p_1, \dots, p_m)$, где N – общее число агентов, m – число треугольников, а p_j – вероятность для треугольника с номером j . Вероятности p_j выбираются пропорциональными площадям треугольников. Результатом будет набор случайных чисел $(k_1, \dots, k_m)$, таких что $\sum_{j=1}^m k_j = N$, где $k_j \geq 0$ – число агентов, размещаемых в треугольнике j .

После этого внутри всех треугольников с ненулевыми k_j размещаются агенты. Для каждого из k_j агентов треугольника j выбирается точка в соответствии с равномерным распределением на этом треугольнике. Если P_1, P_2, P_3 – вершины треугольника, а u_1, u_2 – два независимых случайных числа из $U_{[0,1]}$, то точка

$$(1 - \sqrt{u_1})P_1 + \sqrt{u_1} \cdot ((1 - u_2)P_2 + u_2P_3)$$

имеет равномерное распределение внутри треугольника.

¹ Например, сравнительно простой, но медленный ушной метод (англ. ear clipping).

Описанный алгоритм размещения агентов может быть уточнен за счет привлечения дополнительной информации. Если данная территория состоит из нескольких областей полигональной формы, для каждой из которых известна относительная плотность населения, то можно провести триангуляцию с учетом разбиения на области, а вероятность выбора треугольника взять пропорциональной его площади, умноженной на коэффициент плотности. При таком подходе более точно учитывается плотность населения с учетом имеющейся информации.

В частности, если внутри данной территории находятся населенные пункты, то можно разбить территорию на области населенных пунктов и всю остальную территорию. Далее для каждой из выделенных областей рассчитать относительную плотность и применить описанный алгоритм.

Если агенты расселяются не на условной плоской территории, а на территории, для которой есть реальный аналог на поверхности Земли, то указанный алгоритм может потребовать модификации. Во-первых, триангуляцию надо провести таким образом, чтобы полученные треугольники были достаточно малыми, и для вычисления их площади не требовалось учитывать кривизну поверхности Земли. Во-вторых, координаты полигонов в реальности исходно выражаются в градусах широты и долготы, а их надо преобразовать в прямоугольные координаты в единицах расстояния (метрах или километрах). Здесь опять-таки требуется, чтобы кривизна поверхности была пренебрежимо малой.

3.1.6. Алгоритм задания размеров объектов по степенному закону

Эмпирические исследования показывают, что население городов, размеры фирм, доходы, частота слов в языке, количество юзеров сайта неплохо описываются степенным законом; см., напр., [Axtell, 2006]. А именно, если по вертикальной оси отложить логарифм размера, а по горизонтальной – логарифм ранга в порядке убывания, то получается примерно прямая линия. При этом наклон линии (и, соответственно, показатель степени у степенного закона) оказывается близким к единице. В теории вероятностей степенному закону среди непрерывных распределений соответствует рас-

пределение Парето. В популярной литературе часто упоминают «закон Ципфа», связанный с дискретным аналогом распределения Парето – так называемым дзета-распределением.

Переменная S имеет распределение Парето с параметрами $S_{\min}$, α ($S_{\min} > 0$, $\alpha > 0$), если ее носитель $[S_{\min}, \infty)$, а кумулятивная функция распределения имеет вид:

$$F_S(x) = 1 - \left(\frac{S_{\min}}{x} \right)^\alpha.$$

Квантильная функция распределения Парето имеет вид:

$$q_p = F_S^{-1}(p) = (1 - p)^{-1/\alpha} S_{\min}.$$

Зависимость между квантилем распределения и дополнительной вероятностью $(1 - p)$ имеет логлинейную форму:

$$\ln q_p = \ln S_{\min} - \frac{1}{\alpha} \ln(1 - p).$$

Наклон этой линии – это $\frac{1}{\alpha}$ со знаком минус. Если случайная величина u имеет равномерное распределение $U_{[0;1]}$, то величина

$$S = (1 - U)^{-1/\alpha} S_{\min}$$

имеет распределение Парето с параметрами $S_{\min}$, α .

Для задания размера нескольких объектов по степенному закону можно использовать упрощенный алгоритм систематической выборки (не использующий первоначальный случайный сдвиг). Пусть n – общее количество объектов, S_i – размер объекта i . Размеры объектов S_i должны быть квантилями распределения Парето, соответствующие следующим через равные интервалы вероятностям. Пусть p_1 – самая нижняя вероятность, h – шаг для вероятностей. Тогда:

$$S_i = (1 - p_1 - (i - 1)h)^{-1/\alpha} S_{\min}.$$

Можно взять $h = 1/n$, $p_1 = 1/(2n)$. Тогда:

$$S_i = \left(\frac{n}{n - i + 1/2} \right)^{1/\alpha} S_{\min}.$$

При использовании данного алгоритма связь между количеством объектов n , суммарным размером всех объектов S_Σ , параметром минимального размера $S_{\min}$ и параметром степени α задается уравнением:

$$\frac{S_\Sigma}{S_{\min}} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{n}{n-i+1/2} \right)^{1/\alpha}.$$

Задавая три из этих четырех величин, можно из указанного уравнения вычислить четвертую величину. Например, задав n , S_Σ и $S_{\min}$, можем подобрать параметр α численными методами.

3.2. Формальное представление агент-ориентированной модели

3.2.1. Формальное представление экспериментов с имитационной моделью

Достаточно общее формальное представление выполняемой на компьютере имитационной модели в дискретном времени можно задать следующим образом (ср. [Grazzini, Richiardi, 2015] и обсуждение рекурсивности в [Epstein, 2006]):

$$S_t = F(S_{t-1}, \xi_t), \quad t = 1, \dots, T.$$

Здесь S_t – состояние системы в период t , ξ_t – случайные переменные периода t . Случайные переменные берутся в элементарном виде (из равномерного распределения $U_{[0;1]}$, стандартного нормального распределения и т. п.), так что их распределение не зависит от состояния. Эти формулы описывают этап активности модели. Рекурсия начинается с начального состояния системы, формируемого на этапе инициализации:

$$S_0 = F_0(\xi_0),$$

где ξ_t – случайные переменные этапа инициализации.

Один прогон модели с данными значениями случайных переменных $\xi = (\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_T)$ эквивалентен рекурсивному вычис-

лению состояния:

$$\begin{aligned} S_1 &= F(F_0(\xi_0), \xi_1), \\ S_2 &= F(F(F_0(\xi_0), \xi_1), \xi_2), \\ &\vdots \\ S_T &= F(\dots F(F(F_0(\xi_0), \xi_1), \xi_2), \dots, \xi_T). \end{aligned}$$

Траектория модели в данном прогоне $S = (S_0, S_1, \dots, S_T)$ однозначно определяется значениями случайных переменных ξ в этом прогоне. Обозначим соответствующую функцию $F^T(\xi)$.

На практике используются датчики псевдослучайных чисел, для которых последовательность выдаваемых чисел однозначно определяется некоторым исходным значением – семенем Σ . Пусть $\xi = R(\Sigma)$ будет последовательностью псевдослучайных переменных, полученных с помощью некоторого выбранного датчика в эксперименте с семенем Σ . Тогда $S = F^T(R(\Sigma))$ будет соответствующей траекторией модели. Здесь $F^T(R(\Sigma))$ – однозначная функция от Σ , поэтому имитационные эксперименты, проведенные на основе псевдослучайных чисел, обладают свойством точной воспроизводимости.

3.2.2. Формализации АОМ

В предыдущем разделе мы описали формально имитационную модель, но в этом описании нет агентов и их поведения, поэтому оно не конкретизировано под специфику АОМ.

Описание работы микроимитационной модели (т. е., фактически, АОМ) на концептуальном уровне дал Г. Оркатт [Orcutt, 1957]. Согласно разработанной Г. Оркаттом схеме в каждый период микроединицы (т. е. в нашей терминологии агенты) получают некоторые входные данные (input). Затем микроединицы согласно своим операционным характеристикам с использованием случайных чисел выдают выходные данные (output). Операционная характеристика (в нашей терминологии она соответствует алгоритму поведения) задает в зависимости от полученных входных данных распределение вероятностей на возможных значениях выходных данных. Описание работы такой схемы носит у Оркатта неформальный характер. В [Orcutt, 1960] дополнительно введены переменные статуса, которые отражают внутреннее состояние

микроединицы, а операционная характеристика учитывает не только входные данные, но и статус.

В схеме, предложенной в работе [Leombruni, Richiardi, 2005], у каждого из агентов $i = 1, \dots, N$ есть собственное состояние S_{it} , которое меняется во времени в соответствии с индивидуальной функцией F_i , определяющей поведение агента:

$$S_{i,t+1} = F_i(S_{it}, S_{-i,t}, \theta_i).$$

Поведение агента в период t и, тем самым, его состояние в период $t + 1$, зависит от S_{it} – его состояния в период t , от $S_{-i,t}$ – состояния остальных агентов и от θ_i – его индивидуальных параметров. Такая схема не включает детали, относящиеся к поведению агента в собственном смысле, поскольку тут не рассматриваются действия агента. Кроме того, здесь не хватает элемента случайности или стохастичности (но его несложно добавить, как отметили сами авторы).

[Laubenbacher et al., 2012] приводят обзор некоторых возможных формализаций простых АОМ, в частности в виде клеточных автоматов. Сами авторы статьи предлагают рассматривать АОМ как конечную динамическую систему. Такая система представляет собой набор переменных состояния $S_1, \dots, S_N$, каждая из которых принимает значения из одного и того же конечного множества $\mathcal{S}$. Каждой переменной S_i сопоставлена локальная функция обновления $F_i: \mathcal{S}^N \rightarrow \mathcal{S}^N$, которая меняет только эту переменную. Локальная она потому, что в нее в качестве аргументов входят только переменные из некоторой «окрестности» S_i . Функции действуют на состояния либо в параллельном режиме, либо в последовательном, где последовательность применения функций задается перестановкой π на $\{1, \dots, N\}$. Для конечной динамической системы авторами получен ряд теоретических результатов.

В рассматриваемой статье указано также, как можно добавить в конечную динамическую систему стохастичу. Во-первых, вместо одной функции F_i для переменной S_i можно ввести несколько функций, выбираемых случайно с заданными вероятностями. Во-вторых, перестановку π тоже можно выбирать случайно из нескольких вариантов с заданными вероятностями. Такую систему можно рассматривать как цепь Маркова.

3.2.3. Пошаговая формализация АОМ с действиями

Желательно иметь более детальную формализацию АОМ, учитывающую то, что агенты выбирают свои действия в соответствии с алгоритмами поведения и что один агент может производить выбор тех или иных действий несколько раз в течение одного периода.

Кроме того, требуется учесть, что, как указано в работе [Tesauro, 1997], АОМ представляют собой последовательные игры (англ. sequential games). Агенты осуществляют выбор действий по очереди, причем сделанный ранее выбор может влиять на состояния всех агентов и АО системы в будущем. Последовательность совершения действий может зависеть от переменных состояния или от случайных событий [Fagiolo, Roventini, 2017].

Рассмотрим формализацию, которая принимает во внимание указанные особенности.

Пусть на шаге r система находится в состоянии S_r , и пусть на этом шаге осуществляет свой выбор агент i . Этот агент выбирает свои действия X_{ir} в соответствии с индивидуальным алгоритмом поведения H_i :

$$X_{ir} = H_i(S_r, \xi_r, \theta),$$

где ξ_r – случайные переменные, которые добавляют случайность в поведение агента, θ – параметры. Далее действия X_{ir} влияют на состояние на следующем шаге в соответствии с алгоритмом $F(\cdot)$:

$$S_{r+1} = F(S_r, X_{ir}, \theta).$$

В этой формуле изменения состояния уже нет элемента случайности.

Если АОМ формализуется таким способом, то следует в число агентов включить АО систему (например, как агента с индексом $i = 1$). При этом в векторе состояния АО системы будет в числе прочего сохраняться информация, необходимая для определения порядка событий в модели. Одна из глобальных переменных состояния будет содержать индекс агента, который осуществляет выбор на очередном шаге t . Например, это может быть переменная состояния АО системы с индексом 1.

Хотя при такой формализации в явном виде не фигурирует номер периода, а только номер шага, но номер периода может храниться в одной из глобальных переменных состояния. При наступлении определенного события, означающего окончание одного периода и наступление следующего, соответствующий шаг осуществляет АО система: она увеличивает номер периода на 1.

Если требуется произвести случайное изменение в глобальных переменных, то соответствующий шаг также осуществляет АО система. Такой случайный выбор соответствует так называемому «ходу природы» в теории игр.

Чтобы соответствовать структуре АОМ, вектор переменных состояния S_r должен члениться на состояния отдельных агентов и состояние АО системы, т. е.

$$S_r = (S_{1r}, S_{2r}, \dots, S_{Nr}),$$

где, например, S_{1r} – состояние АО системы на шаге r , а S_{ir} , $i = 2, \dots, N$ – состояния агентов. Можно дополнительно ввести ограничение, что алгоритм, описывающий действия агента i , будет задаваться функцией H_i , в которой в качестве аргумента входит не весь вектор состояния S_r , а только состояние этого агента S_{ir} :

$$X_{ir} = H_i(S_{ir}, \xi_r, \theta).$$

При введении такого ограничения требуется дополнить поведение агента особым шагом *сбора информации*, когда информация о состоянии системы в целом S_r обрабатывается и влияет на состояние данного агента $S_{i,r+1}$. Шаг сбора информации может быть формализован с помощью особых действий X_{ir} , которые можно назвать *запросом информации*, а следующее за этим изменение состояния $S_{r+1} = F(S_r, X_{ir}, \theta)$ будет затрагивать только состояние агента i , т. е. $S_{i,r+1}$.

Смысл введения в формализацию АОМ действий агента X_{ir} и алгоритма поведения H_i состоит в том, что при таком подходе мы можем заменить один алгоритм поведения на другой без изменения общих «правил игры», действующих в модели (за них отвечает алгоритм F). Чтобы такое разделение на алгорит-

мы поведения и правила игры было четким, следует дополнительно разделить переменные состояния агента на приватные и публичные. Тогда приватные переменные состояния касаются только поведения агента, а публичные – общих «правил игры» или «законов природы».

3.2.4. Пример формализации АОМ – метод фиктивного разыгрывания в теории игр

В качестве иллюстрации использования предложенной формализации возьмем метод фиктивного разыгрывания (англ. fictitious play, также метод Брауна–Робинсон) поиска решения в матричных антагонистических играх [Robinson, 1951]. Это итеративный алгоритм поиска решения. В этом алгоритме каждый игрок считает, что его противник использует смешанную стратегию, вероятности в которой равны частотам использования чистых стратегий в предыдущих эпизодах игры. Исходя из этого предположения, игрок выбирает чистую стратегию, являющуюся наилучшим откликом на предполагаемую смешанную стратегию.

У игрока i ($i = 1, 2$) имеется m_i чистых стратегий. Выигрыши задаются платежной матрицей Π размерности $m_1 \times m_2$. Игрок 1 выбирает строки матрицы, а игрок 2 – столбцы. Выигрыш игрока 1 берется из соответствующего элемента матрицы, а выигрыш игрока 2 равен тому же числу, только с противоположным знаком. Таким образом, если игрок 1 выберет стратегию j_1 , а игрок 2 – стратегию j_2 , то выигрыш игрока 1 будет равен $\Pi_{j_1 j_2}$, а выигрыш игрока 2 будет равен $-\Pi_{j_1 j_2}$. В качестве примера в табл. 6 дана платежная матрица популярной игры «Камень, ножницы, бумага».

Таблица 6

Платежная матрица игры «Камень, ножницы, бумага»

	К	Н	Б
К	0	1	-1
Н	-1	0	1
Б	1	-1	0

Если игрок 1 исходит из того, что игрок 2 будет играть смешанную стратегию $\mu_2 = (\mu_{21}, \dots, \mu_{2m_2})$, где μ_{2j_2} – вероятность, с которой выбирается чистая стратегия j_2 , то он выберет такую чистую стратегию j_1 , чтобы она давала ему наибольший ожидаемый выигрыш, т. е. будет решать задачу:

$$\sum_{j_2=1}^{m_2} \mu_{2j_2} \Pi_{j_1 j_2} \rightarrow \max_{j_1}.$$

Такая стратегия j_1 будет наилучшим откликом на μ_2 . Аналогично, для игрока 2 наилучшим откликом на смешанную стратегию противника $\mu_1 = (\mu_{21}, \dots, \mu_{2m_2})$ будет чистая стратегия j_2 , являющаяся решением задачи:

$$- \sum_{j_1=1}^{m_1} \mu_{1j_1} \Pi_{j_1 j_2} \rightarrow \max_{j_2}.$$

Теперь опишем соответствующую АОМ. В модели агент 1 – это первый игрок, агент 2 – второй игрок, а агент 3 – это АО система (sys). Состояния агентов-игроков $S_i = (S_{i1}, \dots, S_{im_i})$ ($i = 1, 2$) – это частоты, с которыми противник $\bar{i}$ выбирал свои чистые стратегии в прошлом. Состояние АО системы – это $S_{\text{sys}} = (S_{\text{sys}1}, \dots, S_{\text{sys}6})$ – где $S_{\text{sys}1}$ – номер периода t , $S_{\text{sys}2}$ – состояние игры, A , B или C , $S_{\text{sys}3}$ – стратегия, выбранная игроком 1, $S_{\text{sys}4}$ – стратегия, выбранная игроком 2, $S_{\text{sys}5}$ – выигрыш игрока 1, $S_{\text{sys}6}$ – выигрыш игрока 2. Состояние A – это «выбор делает игрок 1», состояние B – «выбор делает игрок 2», а состояние C – «окончание периода». Действия X_i агента-игрока i – это выбранная им чистая стратегия. Здесь не используется индекс номера шага r , чтобы разгрузить обозначения. Переменные состояния $S_{\text{sys}3}, \dots, S_{\text{sys}6}$ для удобства отнесены к АО системе, а не к игрокам.

В состоянии A агент 1 решает задачу:

$$\sum_{j_2=1}^{m_2} S_{1j_2} \Pi_{j_1 j_2} \rightarrow \max_{j_1}$$

и выбирает действия X_1 равными соответствующей стратегии j_1 . Это алгоритм поведения H_1 агента 1.

В состоянии A алгоритм F делает $S_{\text{sys}3}$ равной выбранным действиям X_1 , увеличивает S_{2X_1} на единицу и делает $S_{\text{sys}2}$ равным состоянию B .

В состоянии B агент 2 решает задачу:

$$-\sum_{j_1=1}^{m_1} S_{2j_1} \Pi_{j_1 j_2} \rightarrow \max_{j_2}$$

и выбирает действия X_2 равными соответствующей стратегии j_2 . Это алгоритм поведения H_2 агента 2.

В состоянии A алгоритм F делает $S_{\text{sys}4}$ равной выбранным действиям X_2 , увеличивает S_{1X_2} на единицу и делает $S_{\text{sys}2}$ равным состоянию C .

В состоянии C (в конце периода) агент-система не производит никаких действий, а алгоритм F увеличивает $S_{\text{sys}1}$ на единицу, делает $S_{\text{sys}5}$ и $S_{\text{sys}6}$ равными $\Pi_{j_1 j_2}$ и $-\Pi_{j_1 j_2}$ соответственно, где $j_1 = S_{\text{sys}3}$, $j_2 = S_{\text{sys}4}$, и делает $S_{\text{sys}2}$ равным состоянию A .

Заметим, что метод фиктивного разыгрывания здесь содержит простой алгоритм обучения агента-игрока. Агент-игрок на основании собранной статистики о действиях противника в прошлом рассчитывает предполагаемую смешанную стратегию противника и выбирает действия, оптимальные при этих предположениях. Заменяв в H_1 и H_2 алгоритмы обучения или алгоритмы выбора стратегий, получим другую модель, которая вместо воспроизведения метода фиктивного разыгрывания будет делать что-то другое.

На рис. 17 показаны временные ряды ($T = 1000$) относительных частот $S_{1j_2} / \sum_{j=1}^3 S_{1j}$, рассчитанных по состоянию S_1 агента 1, для рассмотренной модели с платежной матрицей игры «Камень, ножницы, бумага». Это частоты применения трех стратегий агентом 2. Для сравнения добавлена линия на уровне $1/3$, что соответствует вероятностям стратегий в теоретическом решении указанной игры. Похожий результат получается для состояния S_2 . Результаты по модели подтверждают, что происходит правильное

обучение агентов и что имеет место сходимость к теоретическому равновесию.

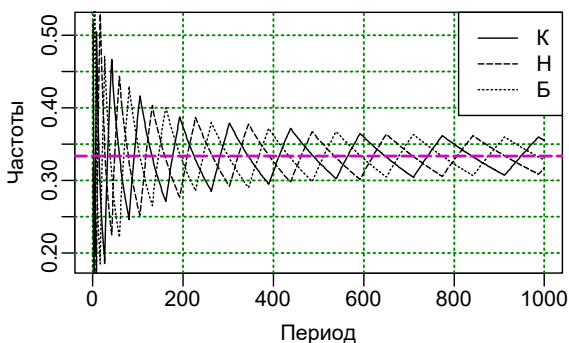


Рис. 17. Относительные частоты применения трех стратегий в игре «Камень, ножницы, бумага» при использовании метода фиктивного разыгрывания

Рассмотренный пример формализации АОМ продемонстрировал, что достаточно полное формальное описание даже простой модели оказывается неоправданно громоздким. Ясно, что ту же модель можно описать более компактно, если использовать более вольный подход к описанию. Причем, что немаловажно, из примера видно, что излишняя формализация может помешать восприятию описания модели.

3.3. Сбор статистики

3.3.1. Особенности сбора статистики в АОМ

Для отслеживания процессов, происходящих в реальной экономике, аналитик использует разного рода статистическую информацию, предоставляемую обычно государственным статистическим ведомством. Статистический орган собирает информацию у различных агентов экономики и рассчитывает некоторые обобщающие показатели, например, объемы производства по отраслям, средние цены на товары некоторой категории и т. п. Аналогичный подход следует применить и в рамках АОМ.

Сбор и обработка информации в вычислимой модели имеет ряд особенностей. В отличие от реальной статистики информация о процессах в искусственной экономике:

1) достоверна (агенты реализуются в виде компьютерных алгоритмов, которые могут аккуратно собирать и передавать нужную информацию, в то время как в жизни агенты могут намеренно или ненамеренно искажать информацию),

2) полна (при желании можно отслеживать любой количественный социально-экономический показатель, даже такой, который в реальной жизни не может быть рассчитан государственным статистическим ведомством),

3) ее сравнительно несложно обработать.

Кроме того, как правило, в модели делаются различные модельные упрощения, которые одновременно упрощают обработку статистической информации. Например, товары в модели, как правило, однородны, что снимает проблему несопоставимости.

При всех удобствах сбора информации, предоставляемых исследователю имитационной моделью, остается еще много других проблем. В частности, это ограничения, которые относятся к хранению и времени обработки информации по модели. Если объем информации слишком большой, то это может существенно замедлить время расчетов по модели или такая информация может не поместиться в имеющейся компьютерной памяти. В целом перед разработчиками АОМ стоит задача извлечения в компактном виде значимой информации из выходных данных, получаемых в прогонах модели.

Кроме того, при использовании результатов моделирования следует учитывать их стохастическую природу. Один прогон модели может быть недостаточно репрезентативным для получения надежных выводов. Таким образом, следует изучить степень случайности в собираемой статистике и при необходимости провести усреднение по многим прогонам или применить какие-то другие процедуры в рамках методов Монте-Карло.

3.3.2. Сбор экспериментальной статистики в отдельном прогоне

Здесь, как и ранее, мы исходим из того, что используется дискретное время $t = 1, \dots, T$. Если нас интересует отдельная переменная y_t , которая принадлежит вектору состояния отдельного агента или системы в целом, то мы просто собираем данные по этой переменной за все периоды и получаем временной ряд.

Если нас интересует отдельная переменная y_t , которая принадлежит вектору состояния отдельного агента или системы в целом, то мы просто собираем данные по этой переменной за все периоды и получаем временной ряд $(y_1, \dots, y_T)$. Бывает, что для целей эксперимента не требуется знать весь ряд, а нужна только некоторая статистика, вычисляемая на его основе. Простой пример – это среднее значение данного ряда:

$$\bar{y} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t.$$

Если нас интересует не отдельный агент, а группа агентов Γ , то мы собираем временной ряд интересующей нас переменной для каждого агента $i \in \Gamma$. Собранные таким образом данные имеют вид так называемых панельных данных $(y_{ti})_{t=1, \dots, T, i \in \Gamma}$. Если рассматривать эту структуру по агентам, то она представляет собой набор временных рядов, а если по периодам, то одноперiodные выборки $y_{t\Gamma} = (y_{ti})_{i \in \Gamma}$.

Так же, как и с отдельным агентом, можно собрать обобщающие показатели по всем рядам (например, средние $\bar{y}_i$) и получить выборку по агентам из группы Γ . Это бывает особенно полезно, когда общий размер данных $T \times N_\Gamma$ слишком большой (где N_Γ – число агентов в группе Γ): вместо полных панельных данных получим тогда выборку размера N_Γ .

На основе данных по отдельным агентам могут формироваться разного рода агрегированные показатели на мезо- и макроуровне.

Пусть $\mathcal{A}(y_{t\Gamma})$ – функция, которая по выборке $y_{t\Gamma}$ за отдельный период t выдает агрегированный показатель Y_t . Простой пример такого агрегированного показателя – это сумма по группе:

$$\mathcal{A}(y_{t\Gamma}) = \sum_{i \in \Gamma} y_{ti}.$$

Собирая значения для каждого периода $Y_t = \mathcal{A}(y_{t\Gamma})$, получим временной ряд требуемого агрегированного показателя $(Y_1, \dots, Y_T)$. Например, Γ может быть группой, состоящей из всех домохозяйств в виртуальной экономике, а y_{ti} – потребительскими расходами данного домохозяйства в период t . Если функция $\mathcal{A}(\cdot)$ – это сумма по группе, то $(Y_1, \dots, Y_T)$ – это ряд совокупных потребительских расходов в данной экономике.

Далее, нас может интересовать агрегированная статистика показателя y_{ti} по нескольким группам агентов Γ_k , $k = 1, \dots, K$. Например, это могут быть домохозяйства из нескольких разных регионов. Вычислив агрегированные показатели $Y_{tk} = \mathcal{A}(y_{t\Gamma_k})$ для каждой группы Γ_k в каждый период t , получим структуру, имеющую вид панельных данных:

$$(Y_{tk})_{k=1, \dots, K, t=1, \dots, T}.$$

Здесь опять можно посылать в выдачу не полностью панельные данные, а выборку обобщающих показателей для каждого временного ряда, например выборку средних $(\bar{Y}_1, \dots, \bar{Y}_K)$.

Кроме использования обобщающих показателей по времени, таких как средние значения, для уменьшения объема выходных данных используются также выборки по агентам малого размера. Можно отслеживать данную небольшую выборку и собирать для агентов из нее широкий диапазон разных показателей в виде временных рядов. (Такую выборку можно формировать, например, как случайную выборку без повторения.)

3.3.3. Вычисление статистических показателей по серии прогонов

Ранее мы обсудили формальное представление экспериментов с имитационной моделью. На основе датчика псевдослучайных чисел, инициализированного семенем Σ , в отдельном прогоне модели генерируется последовательность псевдослучайных переменных $\xi = R(\Sigma)$, которая определяет траекторию модели

в данном прогоне $S = F^T(\xi) = F^T(R(\Sigma))$. Предположим теперь, что по данной траектории модели S функция $G(S)$ вычисляет нужную нам статистику в виде действительного вектора Y :

$$Y = G(S).$$

Для проведения эксперимента по методу Монте-Карло надо выбрать число прогонов B и сформировать набор несовпадающих семян $(\Sigma_1, \dots, \Sigma_B)$. (На практике семя можно выбирать в зависимости от времени прогона и номера эксперимента.) Эксперименты с выбранными семенами дадут монте-карловскую выборку траекторий модели:

$$(S^1, \dots, S^B),$$

где $S^b = F^T(R(\Sigma_b))$, и монте-карловскую выборку собираемой статистики Y :

$$(Y^1, \dots, Y^B),$$

где $Y^b = G(S^b)$. Полученную выборку можно изучать статистическими методами. В частности, среднее

$$\frac{1}{B} \sum_{b=1}^B Y^b$$

будет оценкой по методу Монте-Карло для математического ожидания величины $Y = G(S)$ по случайной траектории S .

Чтобы формально представить эксперименты с параметром имитационной модели, введем в функцию $F^T(\cdot)$ дополнительный аргумент θ , представляющий вектор всех параметров модели. Предполагается, что параметры случайных распределений, используемых в модели, тоже входят в θ . По-прежнему мы считаем, что случайные переменные ξ_t , $t = 0, \dots, T$, являются элементарными (например, распределенными как $U_{[0;1]}$), так что их распределения не зависят не только от состояния, но и от параметров.

Рассмотрим проведение однотипных экспериментов с L разными значениями параметров θ : $(\theta^1, \dots, \theta^L)$. Пусть в экспериментах с каждым значением параметров θ^l используется B прогонов

с семенами датчика случайных чисел $(\Sigma_{l1}, \dots, \Sigma_{lB})^1$. Например, если нас интересует среднее по прогонам, то можно рассчитать средние для каждого из значений параметров θ^l :

$$\bar{Y}^l = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B G \left(F^T(R(\Sigma_{lb}), \theta^l) \right).$$

Если в таком эксперименте меняется только один действительный параметр с индексом j , то можно представить результаты эксперимента в виде точечного графика с точками $(\theta_j^l, \bar{Y}^l)$, $l = 1, \dots, L$. Зачастую зависимость математического ожидания Y от параметра θ_j будет довольно гладкой, а случайная ошибка от имитации Y не очень большой. Тогда кривая на графике будет довольно гладкой даже при малом значении B (например, при $B = 1$), и можно оценить зависимость Y от θ_j с помощью подходящей модели регрессии [Kleijnen, 1998].

В качестве иллюстрации рассмотрим простую эконометрическую модель ($t = 1, \dots, T$)

$$S_t = \theta_1 + \theta_2 S_{t-1} + \theta_3 \xi_t, \quad \xi_t \sim N(0,1),$$

с инициализацией $S_0 = 0$. Это авторегрессия первого порядка с константой. Возьмем для нее среднее значение по траектории в качестве статистики Y :

$$Y = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T S_t.$$

На рис. 18 показаны результаты экспериментов при $\theta_1 = 1$, $\theta_3 = 1$, $T = 500$, $B = 1$, $L = 33$ и $\theta_2^l = (l - 1)/40$, $l = 1, \dots, L$. Также показана оцененная по точкам линия регрессии

$$\bar{Y}^l = \beta_0 + \frac{\beta_1}{1 - \theta_2^l} + \varepsilon_l.$$

¹ Можно использовать один и тот же набор семян $(\Sigma_1, \dots, \Sigma_B)$ для всех параметров. Для некоторых моделей это повысит точность оценок по методу Монте-Карло.

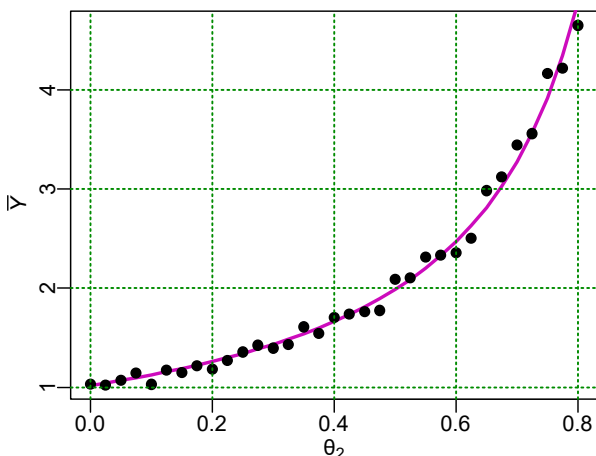


Рис. 18. Иллюстрация имитационного эксперимента по изучению влияния параметра на статистику

Если значения $(\theta_j^1, \dots, \theta_j^L)$ выбираются в небольшой окрестности некоторого базового значения θ_j , то подобные эксперименты будут представлять собой *анализ чувствительности* Y по параметру θ_j .

Также для целей валидации модели имеет смысл формировать набор $(\theta^1, \dots, \theta^L)$ случайно по некоторому подходящему распределению с целью выявления каких-то аномалий при некоторых значениях параметров.

3.4. Согласованность.

Таблицы потоков и запасов

3.4.1. Согласованность в АОМ

При моделировании важным принципом является соблюдение различного рода естественных ограничений, которые можно условно назвать *законами природы*. В экономических моделях с этой точки зрения важно следить, чтобы количества ресурсов, которыми обладают те или иные агенты, изменялись правильным

образом в соответствии с логикой и структурой модели. В частности, в равновесных моделях рынков, таких как модели общего равновесия, как правило, вводятся балансы по всем товарам: потребление данного товара должно быть равно его предложению.

Если в экономической модели имеет место ресурсная несогласованность, то в ней можно получить неправдоподобные результаты. Например, если общее количество денег в модели не подчиняется определенным правилам, то можно получить неконтролируемый рост денежной массы и сопутствующий рост цен. В этой связи в макроэкономике получило распространение согласованное по потокам и запасам моделирование или SFC-моделирование (англ. stock-flow-consistent), которое основывается на принципе «всё приходит откуда-нибудь и всё уходит куда-нибудь», который также описывают как «отсутствие черных дыр» [Godley, Lavoie, 2007].

В агент-ориентированных моделях каждый агент действует автономно. Следует следить, чтобы те действия, которые выбирают агенты, не противоречили логике модели. Это может быть сложной задачей, если в модели много разных типов агентов и много различных переменных, в изменении которых может быть допущена ошибка.

В п. 3.2.3 на с. 146 была рассмотрена формализация АОМ. Используем эту формализацию модели для формулировки требований по согласованности в АОМ. Пусть на шаге r система находилась в состоянии S_r , затем агент i , который осуществлял выбор действий на этом шаге, выбрал X_{ir} . В результате система перешла в новое состояние S_{r+1} . Требование по согласованности может принимать вид тождества

$$\lambda(S_r, X_{ir}, S_{r+1}) = 0,$$

где λ – некоторая функция, формализующая «законы природы» в данной модели.

Например, если на шаге r агент i купил у агента j количество q какого-то товара и заплатил за товар по указанной цене p , то различие между состояниями S_r и S_{r+1} будет заключаться в запасах данного товара и запасах денег у агентов i и j . Запас данного

товара у агента i вырастет на q , а запасы денег уменьшатся на pq . Для агента j изменение запасов будет противоположным. В целом по модели должно быть выполнено соответствующее тождество для запасов до сделки и после нее.

Проверка согласованности может заключаться в вычислении значения функции $\lambda(S_r, X_{ir}, S_{r+1})$ и сравнении ее с нулем (с точностью до возможной вычислительной погрешности). Ведение соответствующего модельного счетоводства может помочь обнаруживать возможные ошибки и несостыковки в АОМ.

Перечислим некоторые возможные типы тождеств, которые могут иметь место в экономических моделях:

- По имеющейся производственной технологии, если затратить определенные количества производственных факторов, то будет произведено определенное количество продукции,
- Запас какого-то ресурса в следующем периоде равен запасу в текущем периоде минус израсходованное количество плюс вновь созданное количество.
- Для изменения возрастной структуры населения существуют тождества, связывающие рождения, смерти и размеры возрастных групп.

Особая разновидность тождеств связана с использованием группировок и агрегирования. Пусть, например, для каждого агента $i = 1, \dots, N$ имеется некоторый числовой показатель y_i . Пусть множество всех агентов разбито на K групп: $k = 1, \dots, K$. Если Y_k – сумма показателя y_i по группе k , то должно выполняться очевидное тождество:

$$\sum_{k=1}^K Y_k = Y_{\Sigma},$$

где

$$Y_{\Sigma} = \sum_{i=1}^N y_i,$$

т. е. если суммировать сначала внутри групп, а потом сложить полученные суммы, то результат должен быть таким же, как при непосредственном суммировании по агентам.

Более сложную проверку можно осуществить, если есть классификация агентов по двум признакам: $k = 1, \dots, K$ и $l = 1, \dots, L$. Здесь должно выполняться тождество:

$$\sum_{k=1}^K Y_{k*} = \sum_{l=1}^L Y_{*l} (= Y_{\Sigma}),$$

где Y_{k*} – суммы по группам $k = 1, \dots, K$, а Y_{*l} – суммы по группам $l = 1, \dots, L$.

Хотя здесь мы говорили о разбиении агентов на группы, ту же идею можно использовать и во многих других случаях. Например, это может быть классификация по двум признакам населения или денежных транзакций. Само по себе подобное тождество кажется тривиальным, но при валидации модели суммирование может происходить в разных местах программного кода модели и следовать разной логике. За счет этого можно обнаруживать ошибки в используемых формулах. Примером тождества на основе классификации по двум признакам являются различные способы вычисления ВВП – по доходам и по расходам.

Соблюдение некоторых из подобных тождеств может быть заложено в программную архитектуру АОМ. В частности, модель может содержать реестр ресурсов, в котором для каждого агента для каждого вида ресурсов указано принадлежащее агенту количество. Каждое изменение состояния модели должно сопровождаться соответствующими изменениями реестра. Например, в модели ASPEN [Basu, Pryor, Quint, 1998] используется модельное счетоводство, и каждая дебетовая проводка балансируется соответствующей кредитовой проводкой (принцип двойной записи); см. тж. [Bergmann, 1974].

Можно отметить, что при использовании классификаций по одному или двум признакам можно агрегированные величины по группам расположить в виде таблицы. Такие таблицы могут служить не только для проверки тождеств, но и для анализа общей структуры модельной системы.

При анализе, калибровке и валидации экономических моделей важную роль играют экономические операции (транзакции), которые происходят между двумя или более агентами.

В результате таких трансакций происходит передача различных ресурсов, в том числе денежных, между агентами. Взгляд на экономику с точки зрения кругооборотов и потоков ресурсов и связанных с этими потоками тождеств имеет долгую традицию в экономической науке. Можно составить длинный список экономистов, которые этим занимались. Назовем только таких классиков, как Уильям Петти, Ричард Кантильон, Франсуа Кенэ, Жан-Батист Сэй.

Заметим, что с самого начала у многих исследователей взгляд на экономику с точки зрения потоков не сводился только к констатации тождеств, имеющих характер тавтологии, а сопровождался модельными рассуждениями (не всегда строго формальными). А именно, если сделать достаточно сильные предположения, то можно проводить анализ того, как изменения в одних переменных, трактуемых как экзогенные, влияют на другие переменные, трактуемые как эндогенные. В частности, это мультипликаторы у Дж. М. Кейнса и В. В. Леонтьева. Далее мы рассмотрим несколько подходов к представлению потоков в виде таблиц, но не станем сколько-нибудь глубоко затрагивать сопутствующие модели.

Для представления кругооборота ресурсов в экономике можно сопоставить некоторые денежные величины всем трансакциям, перемещениям ресурсов, запасам и т. д. При этом каждая трансакция между агентами может быть отнесена к тому или иному классу. Соответствующие агрегированные потоки и запасы за определенный период времени можно представить в табличном виде. Ниже мы кратко обсудим несколько таких таблиц. Подобные таблицы можно использовать в агентном моделировании. Сбалансированная таблица определенного вида будет описана в пункте 3.4.6 на с. 172 и будет использована в дальнейшем в параграфе 5.10.2.

Заметим, что таблицы потоков и запасов в денежной форме получили выражение в признанной на международном уровне Системе национальных счетов (СНС). В СНС используется не классификация по группам агентов, а система условных агрегированных бухгалтерских счетов. То, что приходит на один счет, должно уходить с другого счета по принципу двойной записи. Если смотреть глубже, то речь здесь может идти о принципе четверной записи (об этом ниже).

3.4.2. Условный пример S12HG

В качестве примера, на котором можно проиллюстрировать составление таблиц для денежных потоков, мы возьмем условную экономику с сильно упрощенной структурой (назовем ее S12HG). Действующие в ней агенты – это фирмы двух отраслей (S1 и S2), домохозяйства (Hh) и правительство (Gv). Фирмы отрасли S1 производят продукт P1, а фирмы отрасли S2 – продукт P2. P1 и P2 производятся с помощью затрат тех же товаров P1, P2, а также труда. Экономика является замкнутой. Основной капитал отсутствует, запасов сырья и готовой продукции также нет. Нет банков, кредитов и депозитов, но в экономике циркулирует фиксированное количество фиатных (т. е. необеспеченных правительственными) денег повышенной эффективности. Получаемая фирмами прибыль поступает домохозяйствам в виде дивидендов (в общей сумме D) и правительству в виде налога на прибыль (в общей сумме T). Домохозяйства обеспечивают предложение труда фирмам, за что получают заработную плату (в общей сумме W). Также они являются покупателями С-товаров двух отраслей (на суммы C_1 и C_2 соответственно). Правительство взимает налог на прибыль и на полученные деньги закупает для своих нужд у фирм отрасли S2 товар P2 (на сумму G) и выплачивает домохозяйствам пособия (в общей сумме B).

На рис. 19 изображена схема кругооборота денежных средств в экономике S12HG. На диаграмме Z_{ij} обозначает потребление в производстве отрасли S_j товара P_i . S1, S2 и Hh – это группы агентов: фирмы двух отраслей и домохозяйства, Gv – агент-правительство. Предполагается, что бюджет каждого агента сбалансирован, поэтому сумма денег, которые поступают группе агентов, равна сумме денег, которые она затрачивает. Например, для правительства выполнено $T_1 + T_2 = G + B$, а для отрасли S1 выполнено $Z_{11} + Z_{12} + C_1 = Z_{11} + Z_{21} + W_1 + D_1 + T_1$, где W_i, D_i, T_i – заработная плата, дивиденды и налог на прибыль, выплачиваемые отрасли i .

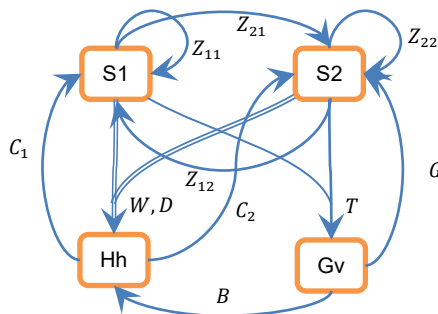


Рис. 19. Кругооборот денежных средств
в условной экономике S12HG

3.4.3. Матрицы социальных счетов

Матрица социальных счетов (МСС, англ. social accounting matrix, SAM) отражает потоки денежных средств между экономическими агентами; см. [King, 1985; Михеева, 2011; Mainar-Causapé, Ferrari, McDonald, 2018; Макаров и др., 2021]. Она дает в виде двумерной таблицы общую картину состояния экономики в целом, включая производство, распределение и перераспределение доходов. В основе таблицы лежит упоминавшийся бухгалтерский принцип двойной записи. Для построения МСС нужно ввести набор некоторых условных счетов, между которыми происходит передача денежных средств.

Как строки, так и столбцы таблицы соответствуют используемым счетам, поэтому по построению она будет квадратной. По строкам идут получатели денежных средств, по столбцам – источники. Двойная запись достигается за счет записи в единственной клетке таблицы МСС. Размер таблицы зависит от выбранной детализации счетов. Чем более детальна система счетов, тем больше таблица. Поскольку не между всеми счетами происходят транзакции, при большой детализации большинство клеток таблицы будет пустой.

Для каждого из счетов приход и расход должны балансироваться. Кроме того, сумма, поступившая на один счет, должна од-

новременно уйти с другого счета. Таким образом, в целом по каждому счету итоговая сумма по строке должна быть равна итоговой сумме по столбцу.

В табл. 7 показана упрощенная матрица социальных счетов для экономики S12HG. Здесь набор счетов соответствует четырем группам агентов с рис. 19. Можно увидеть, например, что приравнивая суммы по строкам и столбцам для отрасли S1, получим тождество

$$Z_{11} + Z_{12} + C_1 = Z_{11} + Z_{21} + W_1 + D_1 + T_1,$$

которое уже упоминалось выше.

Таблица 7

МСС со счетами для типов агентов для экономики S12HG

	S1	S2	Hh	Gv	Всего получено
S1	Z_{11}	Z_{12}	C_1		∞
S2	Z_{21}	Z_{22}	C_2	G	∞
Hh	$W_1 + D_1$	$W_2 + D_2$		B	∞
Gv	T_1	T_2			∞
Всего затрачено	$\sim$	∞	∞	∞	∞

В реальных матрицах социальных счетов используется более детальный набор счетов, конструируемый по несколько иному принципу. Например, в [Макаров и др., 2021] дана концептуальная структура матрицы для примерно 180 счетов. Счета там делятся на следующие большие группы: «Товары», «Отрасли», «Труд», «Капитал», «Домашние хозяйства», «Бюджет», «Внебюджетные фонды», «Некоммерческие организации, обслуживающие домашние хозяйства», «Сбережения», «Импорт». Каждый блок на пересечении столбцов и строк для пары групп счетов представляет собой отдельную матрицу.

МСС использовались как информационная основа для моделирования. В частности, это линейные модели с использованием идеи мультипликатора и вычисляемые модели общего равновесия [Mainar-Causapé, Ferrari, McDonald, 2018].

3.4.4. Таблицы «затраты–выпуск»

Таблицы «затраты–выпуск» (ТЗВ)¹, получившие распространение благодаря исследованиям Василия Леонтьева, дают представление о составляющих производства и использования товаров и услуг в экономике по производственным отраслям и другим секторам, а также о составляющих добавленной стоимости, возникающей в производстве; см. [Leontief, 1951; Леонтьев, 1958; Leeuwen, Nijkamp, Rietveld, 2005; United Nations, 2018]. Данная таблица состоит из трех разделов, которые иногда называют квадрантами.

Левый верхний раздел (квадрант I) представляет собой квадратную матрицу, характеризующее промежуточное потребление. Элемент (i, j) данной матрицы – это потребление продукции отрасли i при производстве продукции отраслью j .

Правый верхний раздел (квадрант II) характеризует конечный спрос на продукцию. Типичный элемент в данном разделе – это количество продукции отрасли i (отрасли идут по строкам), потребленное домохозяйствами, правительством, на инвестиционные цели и т. д.

Левый нижний раздел (квадрант III) характеризует составляющие валовой добавленной стоимости. Типичный элемент в данном разделе – это один из видов добавленной стоимости (прибыль, оплата труда и т. д.), полученной в отрасли j (здесь отрасли идут по столбцам).

Кроме указанных элементов, в ТЗВ обычно приводятся составляющие импорта и экспорта, а также некоторые виды налогов и субсидий, связанных с производством.

Итоговые суммы по строкам квадрантов I и II и по столбцам квадрантов II и III – это производство каждой из отраслей. По замыслу ТЗВ, эти итоговые суммы должны совпадать.

В табл. 8 показана таблица «затраты–выпуск» для условной экономики S12HG. В квадранте I стоят величины Z_{ij} межотраслевых потоков, в квадранте II – потребление домохозяйствами и государством продукции двух отраслей, а в квадранте III –

¹ В отечественной литературе таблицы «затраты–выпуск» известны под названием *межотраслевого баланса*; см. [Гранберг, 1988].

оплата труда W_i и прибыль $D_i + T_i$ в двух отраслях. В таблице наблюдается равенство сумм по строке и столбцу для каждой отрасли. Сумма – это продукция отрасли X_i . В частности, для отрасли S1 по строке имеем:

$$Z_{11} + Z_{12} + C_1 = X_1,$$

а по столбцу:

$$Z_{11} + Z_{21} + W_1 + D_1 + T_1 = X_1.$$

Таблица 8

ТЗВ для экономики S12HG

	S1	S2	Hh	Gv	Всего
S1	Z_{11}	Z_{12}	C_1		X_1
S2	Z_{21}	Z_{22}	C_2	G	X_2
Оплата труда	W_1	W_2			
Прибыль	$D_1 + T_1$	$T_2 + D_2$			
Всего	X_1	X_2			

В настоящее время ТЗВ строятся на основе двух других таблиц: ресурсов и использования¹; см. [United Nations, 2018]. Особенностью этих двух взаимосвязанных таблиц по сравнению с ТЗВ является то, что по строкам в них идут не отрасли, а продукты (товары и услуги).

Таблица использования (англ. use table) по структуре разделов напоминает ТЗВ – в ней можно выделить аналогичные три квадранта. Квадранты I и II характеризуют использование продуктов в промежуточном спросе (по отраслям) и в конечном спросе (по статьям конечного потребления). Квадрант III по содержанию такой же, как и в ТЗВ.

Чтобы получить таблицу использования для условной экономики S12HG, надо только в ТЗВ, показанной в табл. 8, заменить в строках отрасли S1, S2 на продукты P1, P2, поскольку в этой экономике отрасли однопродуктовые.

¹ Также в это семейство таблиц входят вспомогательные таблицы транспортных и торговых наценок, налогов и субсидий на продукты.

Таблица ресурсов (англ. supply table) отражает источники происхождения для общего количества каждого из продуктов в разрезе отечественных отраслей и импорта. Отечественный раздел в таблице ресурсов в случае однопродуктовых отраслей будет диагональной матрицей.

Таблица ресурсов для условной экономики S12HG показана в табл. 9. Это как раз диагональный случай. Раздел для импорта отсутствует.

Таблица 9

Таблица ресурсов для экономики S12HG

	S1	S2	Всего
P1	X_1	0	X_1
P2	0	X_2	X_2
Всего	X_1	X_2	X

Понятно, что конфигурация таблиц ресурсов и использования может быть не вполне совместима с конфигурацией ТЗВ, поскольку между отраслями и продуктами, как правило, нет однозначного соответствия. Отрасли могут быть многопродуктовыми, один и тот же продукт может производиться разными отраслями и, вообще говоря, количество продуктов может отличаться от количества отраслей. Чтобы получить ТЗВ из таблиц ресурсов и использования, требуется сделать дополнительные предположения и применить особые численные методы. Эту проблему мы не будем обсуждать. В результате получается так называемая «симметричная» таблица, в которой одинаковая классификация по строкам и столбцам квадранта I. На практике используются две разновидности ТЗВ: отрасль на отрасль и продукт на продукт.

ТЗВ тесно связана с моделью «затраты–выпуск» В. Леонтьева. Различие между статистической таблицей и экономико-математической моделью, хотя и является принципиальным, не всегда четко проводится в существующей литературе. В модели делается ряд достаточно сильных предположений. Основное предположение состоит в том, что производство описывается леонтьевскими технологиями.

Проиллюстрируем работу с моделью «затраты–выпуск» на примере экономики S12HG. Предполагается, что затраты продук-

тов в производстве описываются формулой:

$$z_{ij} = a_{ij}x_j,$$

где x_j – выпуск отрасли S_j в натуральном выражении, z_{ij} – затраты продукта P_i в отрасли S_j в натуральном выражении, а a_{ij} – постоянные технологические коэффициенты. Предположим дополнительно, что цена на продукт P_i равна p_i и одинакова по всей экономике. Тогда, как следует из балансов использования в натуральном выражении, выполнено следующее матричное соотношение между выпуском двух отраслей и конечным потреблением:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 + g \end{pmatrix},$$

где $A = (a_{ij})$ – матрица технологических коэффициентов, c_j – потребление домохозяйствами продукта P_j в натуральном выражении, g – государственные закупки продукта P_2 в натуральном выражении, откуда:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = (I_2 - A)^{-1} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 + g \end{pmatrix},$$

где $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Предположим, что государственные закупки меняются на величину Δg . Тогда по модели можно найти изменение выпусков двух отраслей:

$$\begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{pmatrix} = (I_2 - A)^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ \Delta g \end{pmatrix}.$$

Тут делается еще одно сильное предположение – что данное изменение не повлияет на потребление c_1, c_2 .

Можно заметить, что для построения ТЗВ все указанные предположения делать не обязательно. В частности, отрасли S_1 и S_2 могут состоять из множества разнородных фирм с самыми разными технологиями, продукты P_1, P_2 могут быть неоднородными, цены продукта P_j могут быть не одинаковы по экономике. Можно сконструировать агент-ориентированную модель для экономики S12HG и по результатам работы модели за заданный период построить ТЗВ в денежном выражении.

Заметим, что для АОМ с однородными продуктами несложно строить таблицы ресурсов и использования в натуральном выражении (в терминах физических объемов). В таблицах использования при этом не будет квадранта III. Если отрасли однопродуктовые, то таблица использования полностью аналогична ТЗВ в натуральном выражении без квадранта III. В такой ТЗВ не будет иметь место равенство итоговых сумм для строк и столбцов. Пример для экономики S12HG показан в табл. 10. Использование ТЗВ в натуральном выражении согласуется с исходными идеями В. Леонтьева [Leontief, 1951], но для реальной – не модельной – экономики в чистом виде неосуществимо.

Таблица 10

**Таблица использования и ТЗВ для экономики S12HG
в натуральном выражении**

	S1	S2	Hh	Gv	Всего
S1 (P1)	z_{11}	z_{12}	c_1		x_1
S2 (P2)	z_{21}	z_{22}	c_2	g	x_2

3.4.5. Согласованность по потокам и запасам в экономических моделях

Понятие согласованности по потокам и запасам берет начало в исследованиях Мориса Коупленда денежных потоков в экономике [Copeland, 1952]. По мысли Коупленда, если применять методы бухгалтерского учета в масштабах общества, то следует использовать не обычный принцип двойной записи, а его развитие – принцип четверной записи. В обычной бухгалтерии проводка отражается на двух счетах – по дебиту одного счета и кредиту по другому в равных величинах. Если же рассматривается некоторая транзакция, затрагивающая двух агентов, то она будет отражаться на четырех счетах – по дебиту и кредиту двух счетов одного агента и по дебиту и кредиту двух счетов другого агента.

Обычный бухгалтерский принцип равенства кредита и дебета по каждой транзакции для отдельного агента в этом контексте принято называть вертикальной согласованностью. Согласованность отражения потоков между разными агентами, в частности,

при платежах между агентами, когда расходы одного агента являются доходами другого, называют горизонтальной согласованностью.

Понятие согласованности по потокам и запасам (СПЗ, англ. stock-flow consistency) используется как концептуальная основа для направления моделирования в макроэкономике и связанных с ней областях исследования. Кроме самой по себе согласованности, то есть счетоводческих тождеств, которые должны выполняться в масштабах экономики, СПЗ-подход к моделированию включает в себя поведенческие уравнения; см. [Godley, Lavoie, 2007; Caverzasi, Godin, 2015; Nikiforos, Zezza, 2017].

С точки зрения нашего исследования в СПЗ-подходе следует обратить внимание, во-первых, на подчеркивание важности отсутствия «черных дыр» при моделировании экономики в целом, а во-вторых, на используемые в анализе таблицы, отражающие потоки и запасы. В СПЗ-подходе используются матрица транзакций-потоков и балансовая матрица.

В балансовой матрице отражаются запасы активов на определенный момент с положительным знаком и запасы пассивов (обязательств) – с отрицательным. По столбцам идут институциональные сектора, а по строкам – виды финансовых активов. Активы – это, например, деньги повышенной эффективности (денежная база), кредиты, облигации. Предполагается, что запасы должны быть согласованными: любой финансовый актив – это чье-то обязательство (пассив). Поэтому сумма по каждой строке должна быть нулевой.

В матрице транзакций-потоков отражаются потоки денежных средств между институциональными секторами экономики за данный период времени, а также приросты капитала по тем же секторам. По столбцам идут институциональные сектора, а по строкам – виды транзакций (в первой, верхней части таблицы) и виды финансовых активов (во второй, нижней части таблицы). В первой части таблицы («Транзакции») получение сектором средств отражается положительной величиной, а затраты средств – отрицательной. В целом полученные и затраченные средства для данного вида транзакций должны балансироваться, поэтому сумма по строке равна нулю. Это горизонтальная согласованность.

Кроме горизонтальной матрица транзакций-потоков должна обладать вертикальной согласованностью, отражающей бюджетные тождества для экономических агентов. Если доходы и расходы агента не балансируются, то это должно компенсироваться изменениями в запасах финансовых активов и пассивов. Такие изменения отражаются во второй части матрицы транзакций-потоков, которая называется «Финансовые потоки» (англ. flow of funds). Изменение активов вносится в таблицу с отрицательным знаком (поскольку прирост активов – это расход средств), а изменение пассивов – с положительным. Изменения в запасах финансовых активов и пассивов разных агентов при использовании СПЗ-подхода должны согласовываться между собой, поэтому сумма по этим строкам тоже должна быть нулевой.

Вариант матрицы транзакций-потоков для экономики S12HG показан в табл. 11. В этой экономике финансовая составляющая примитивна – имеются только запасы денег повышенной эффективности, поэтому вторая часть таблицы состоит из одной строки. Балансовая матрица тоже состоит из одной строки. Все обращающиеся в этой экономике фиатные деньги можно считать пассивами правительства, поэтому в целом по экономике сумма по строке равна нулю. (Ср. [Godley, Lavoie, 2007, Table 3.1, p. 59].)

Таблица 11

Матрица транзакций-потоков для экономики S12HG

	Hh	S1	S2	Gv	Всего
Потребление P1	$-C_1$	C_1			0
Потребление P2	$-C_2$		C_2		0
Промежуточное потребление P1		$Z_{1\#} - Z_{11}$	$-Z_{12}$		0
Промежуточное потребление P2		$-Z_{21}$	$Z_{2\#} - Z_{22}$		0
Госрасходы			G	$-G$	0
Оплата труда	W	$-W_1$	$-W_2$		0
Дивиденды	D	$-D_1$	$-D_2$		0
Налог на прибыль		$-T_1$	$-T_2$	T	0
Трансферты	B			$-B$	0
Изменение запасов денег (-)	$-\Delta M_H$	$-\Delta M_1$	$-\Delta M_2$	$-\Delta M_G$	0
Всего	0	0	0	0	

Балансовая матрица для экономики S12HG

	Hh	S1	S2	Gv	Всего
Запасы денег	M_H	M_1	M_2	$M_G - (M_H + M_1 + M_2 + M_G)$	0

3.4.6. Сбалансированные таблицы «затраты–выпуск» в АОМ

В части детализации экономических взаимодействий агент-ориентированное моделирование обладает неоспоримыми преимуществами по сравнению с другими подходами. Однако большая детальность может обернуться проблемами анализа, обобщения и осмысления полученных результатов.

При анализе работы экономической АОМ, особенно если она включает несколько отраслей и несколько регионов, интерес могут представлять не только показатели, которые агрегируют информацию по группам агентам (например, доходы домохозяйств, объем производства в некоторой отрасли), но и показатели, которые описывают взаимодействия между парами групп агентов. В частности, можно изучать потоки продуктов внутри экономики. Также могут представлять большой интерес процессы, связанные с влиянием государства на экономику, с налогами, пособиями и т. д. Естественным инструментом такого анализа являются различные таблицы потоков, описанные выше, в частности, таблицы «затраты–выпуск» и матрицы социальных счетов, построенные таким образом, чтобы учитывать особенности АОМ.

Ключевая цель ТЗВ – дать представление о производственной стороне экономики, о промежуточном потреблении продуктов в производстве и т. п. Также отражается производственное потребление трудовых ресурсов, использование произведенной продукции, структура получаемой в производстве добавленной стоимости и другие непосредственно связанные с производством аспекты. При этом за кадром остаются многие другие происходящие в экономике процессы. Например, в ТЗВ не находят отражение подоходные налоги или социальные пособия.

Заметим, что в современном понимании для ТЗВ и таблиц ресурсов и использования уже декларируется принцип четверной

записи [United Nations, 2018, p. 39]. Однако по самой своей конструкции таблица не может быть полностью сбалансированной. Итоговые суммы по строкам в квадранте III, которые соответствуют составляющим добавленной стоимости, не имеют парных итоговых сумм. Также не имеют парных итоговых сумм суммы по столбцам в квадранте II, которые соответствуют направлениям конечного использования. В определенном смысле это связано с отсутствием в обычной ТЗВ «квадранта IV». Вообще говоря, в литературе упоминание о возможности дополнения ТЗВ подобным разделом изредка встречается, но без конкретных указаний. Например, согласно [Гранберг, 1988, с. 154], в этом разделе показывается, как первичные доходы перераспределяются через различные каналы.

В МСС в этом смысле содержится более полная информация, но сама симметричная квадратная форма таблицы накладывает довольно жесткие ограничения на ее содержимое. Если использовать классификацию по группам агентов, то все транзакции между двумя группами агентов будут суммироваться в одной клетке таблицы. Если же использовать более подробную классификацию по счетам, то таблица может стать неоправданно громоздкой.

Предложим здесь один из вариантов таблицы, отражающей денежные потоки в экономике, который можно использовать для табулирования результатов расчетов по экономическим АОМ экономики в целом. Эта таблица основана на следующих принципах:

- В модельной экономике обращаются некоторые платёжные средства (деньги). Агенты владеют запасами денег. Общий запас денег в экономике фиксирован.

- Покупки в экономике совершаются с помощью этих денег. Также могут осуществляться трансферты денег между агентами и другие транзакции.

- Все агенты, участвующие в транзакциях, разбиты на группы. Столбцы таблицы соответствуют группам агентов.

- Все возможные транзакции разбиты на группы по определенным признакам. Строки таблицы соответствуют разным видам транзакций (экономическим операциям).

- Все транзакции за определенный период отражаются в таблице. Если агент получает деньги при данной транзакции, то эта сумма вычитается из клетки на пересечении соответствующей строки и столбца (вносится со знаком «минус»). Если агент расходует деньги при данной транзакции, то эта сумма прибавляется к соответствующей клетке (вносится со знаком «плюс»).

- Балансирующая строка таблицы показывает изменения запасов денег у агентов с положительным знаком.

Знак показателей в таблице выбран для лучшего соответствия ТЗВ. Таким образом, таблица будет иметь противоположный знак по сравнению с матрицей транзакций-потоков. (Но можно, конечно, использовать таблицу и с противоположным знаком.)

По построению таблица должна быть сбалансированной. В каждой строке расходы денежных средств балансируются с получением средств другим агентом. Таким образом, итоговая сумма по каждой строке, соответствующей группе транзакций, будет равна нулю.

С другой стороны, в модели для каждого агента должна выполняться бюджетная сбалансированность. Разность денежных средств, которые агент получил, и средств, которые агент затратил, должна быть равна изменению запаса денег. Таким образом, итоговая сумма по каждому столбцу, соответствующему группе агентов, тоже будет равна нулю.

Указанные принципы построения сбалансированной таблицы потоков являются довольно общими. В зависимости от разбиения агентов и транзакций на группы можно получать различные виды таблиц. В частности, можно получить таблицу, близкую по структуре МСС, если классифицировать транзакции по получателю денежных средств или по источнику.

В данном случае нас интересует получение таблицы, похожей на ТЗВ. Для этой цели транзакции классифицируются в соответствии со структурой строк ТЗВ. Левая часть столбцов соответствуют производственным агентам, классифицированным по отраслям. Правая часть столбцов соответствует агентам, осуществляющим конечное использование продуктов. Это, в частности, домохозяйства и правительство. Также следует внести поправку в общий принцип классификации по столбцам, выделив столбец, соответствующий инвестициям.

В верхней части таблицы строки соответствуют производственным отраслям экономики. Это транзакции, соответствующие покупкам продуктов соответствующих отраслей. В левых столбцах это производственное промежуточное использование, а в правых – конечное использование. При наличии в экономике косвенных налогов, таких как НДС, ниже идут строки, которые соответствуют этим налогам. Еще ниже идут строки, соответствующие составляющим добавленной стоимости и распределению доходов. Доходы, получаемые в производстве (т. е. валовая добавленная стоимость), распределяются по агентам. Например, домохозяйства получают доходы от труда и от владения фирмами, государство получает НДС, налог на прибыль и т. д. Получаемые доходы отражаются со знаком минус в правых столбцах. Это раздел, соответствующий предполагаемому «квадранту IV» в ТЗВ. Отдельно можно ввести строки, соответствующие дополнительному перераспределению доходов. В частности, это могут быть государственные трансферты домохозяйствам. В таблице должна быть также балансирующая строка, соответствующая изменению запасов денег и строка, соответствующая продажам продуктов производственными агентами.

Для большей схожести с ТЗВ в таблице должен быть замыкающий столбец для сущностей, которые можно назвать «Рынки продуктов». Эти сущности можно ввести в АОМ в виде агентов или ввести условно только для целей составления таблицы. При этом транзакция, состоящая в продаже продукта продавцом покупателю, отражается в виде двух транзакций – продаже продукта продавцом рынку и последующей продаже продукта рынком покупателю. В верхних строках таблицы покупки продуктов агентами будут отражаться со знаком плюс с одновременным внесением соответствующей суммы со знаком минус в «рыночный» столбец. В нижней строке, соответствующей продажам продуктов, сами продажи будут отражаться со знаком минус в столбцах производственных агентов и одновременно со знаком плюс добавляться в «рыночный» столбец.

Сбалансированная ТЗВ, построенная по этим правилам для экономики S12HG, показана в табл. 13. Показана строка изменения запасов денег, но она по сделанным предположениям заполнена нулями. Можно сопоставить сбалансированную ТЗВ с обычной ТЗВ в табл. 8.

Таблица 13

Сбалансированная ТЗВ для экономики S12HG

	S1	S2	Hh	Gv	Выпуск (-)	Всего
S1	Z_{11}	Z_{12}	C_1		$-X_1$	0
S2	Z_{21}	Z_{22}	C_2	G	$-X_2$	0
Оплата труда	W_1	W_2	$-W$			0
Прибыль	$D_1 + T_1$	$D_2 + T_2$	$-D$	$-T$		0
Трансферты			$-B$	B		0
Изменение запасов денег	ΔM_1	ΔM_2	ΔM_H	ΔM_G		0
Выпуск (-)	$-X_1$	$-X_2$			X	0
Всего	0	0	0	0	0	0

Кроме классической ТЗВ по тем же правилам несложно составить сбалансированную таблицу ресурсов и использования. Для этого надо вместо отраслей по верхним строкам взять продукты и вместо одной строки продаж ввести несколько, по числу продуктов.

Также можно использовать региональный вариант сбалансированной ТЗВ, в которой классификация идет не только по отраслям, но и по регионам (см. параграф 5.10.2).

Сбалансированная ТЗВ (и ее модификации) может служить инструментом структурного анализа результатов расчетов по АОМ, пример чего приведен далее. С другой стороны, эта таблица может служить средством отладки компьютерного кода модели: расчеты сумм по строкам и столбцам ведутся по разным принципам независимо друг от друга, но в результате они должны совпадать. Если какие-то операции учитываются неправильно, то суммы не совпадут, и это дает сигнал о том, что надо искать ошибку в программе.

3.5. Поведение агентов: алгоритмы обучения и принятия решений

3.5.1. Методологические соображения

Одной из важнейших характеристик агента в АОМ является то, что он может воспринимать окружающую обстановку и принимать решения на основе определенных правил и алгоритмов поведения. Если АОМ моделирует человеческое поведение (что естественно для экономических АОМ), то желательно встроить в модель такие алгоритмы, которые отражали бы особенности, свойственные человеческому поведению. В этом разделе мы рассмотрим некоторые из приемов и алгоритмов, которые можно использовать в агентных моделях.

В АОМ агент, который принимает решения на основе поступающей к нему извне информации, должен уметь делать две вещи¹. Во-первых, он должен как-то усвоить полученную информацию, изменив свои переменные состояния. Во-вторых, он должен принять решение о том, какое действие ему предпринять на основе уже усвоенной им информации. Формально, если S_{ir} – вектор переменных состояния агента i на шаге r , в котором содержится усвоенная им информация, то в соответствии со своим алгоритмам поведения H_i он выбирает действия:

$$X_{ir} = H_i(S_{ir}, \xi_r, \theta),$$

где ξ_r – элементарные случайные числа, а θ включает параметры используемого алгоритма поведения.

Самые простые правила поведения агентов в АОМ носят чисто описательный характер. В частности, можно использовать в модели правила поведения следующего упрощенного типа. В зависимости от значения переменной состояния агента S_{ir}

¹ [Riechmann, 2001, p. 14–15] предложил более детальную конструкцию: «агент должен состоять как минимум из четырех элементов: рецепторов, эффекторов, памяти и системы принятия решений». Рецепторы воспринимают информацию из окружающей среды. В памяти сохраняется ранее воспринятая информация. В системе принятия решений формируется реакция на имеющуюся информацию. Эффекторы реализуют соответствующие принятые решения.

можно диагностировать одну из конечного числа *ситуаций* $j = 1, \dots, J$. Каждой ситуации j правило H_i может сопоставлять определенные действия X_{ir}^j в соответствии с заданной таблицей. Здесь правила поведения носят чисто механический характер: оказался в такой-то ситуации, поступай так-то.

Важной разновидностью алгоритмов поведения являются алгоритмы на основе некоторой целевой функции, которую по смыслу агент должен максимизировать (или, наоборот, минимизировать). Наличие у агента целевой функции сближает экономические АОМ с теоретическими экономическими моделями. Например, в экономической теории в основе поведения потребителя или домохозяйства может лежать функция полезности. Соответственно, агента-домохозяйство в экономической АОМ тоже можно наделить подобной целевой функцией.

Основная проблема задания поведения на основе целевой функции заключается в том, что достаточно редко по предположениям модели достигаемое значение целевой функции агента, или, другими словами, его *выигрыш*, в данный период (или следующий) зависит от действий этого агента в данный период и ни от чего больше. Чаще всего на выигрыш могут повлиять самые разные обстоятельства. Это могут быть и переменные текущего состояния системы, и переменные будущего состояния системы. На будущее состояние системы могут влиять будущие действия других агентов. Если бы виртуальный агент знал все привходящие обстоятельства и мог просчитать в данных обстоятельствах влияние своих действий на значение целевой функции, то он потенциально мог бы выбирать действия, максимизируя (или почти максимизируя) выигрыш.

Еще более сложно задать поведение на основе целевой функции в существенно динамической ситуации, когда агента интересует не только ближайший выигрыш, но и выигрыши, которые он будет получать в течение многих периодов в будущем.

Как со всеми этими сложностями справляются в теоретических экономических моделях? В качестве эталонного подхода можно ориентироваться на концепцию совершенного байесовского равновесия в теории игр; см., напр., [Mas-Colell, Whinston, Green, 1995]. Во-первых, для каждого игрока вводится так назы-

ваемая стратегия¹, которая описывает его поведение во всех возможных типах ситуаций, которые могут возникнуть в игре (во всех возможных информационных множествах). Во-первых, вводятся так называемые веры (англ. beliefs), которые отражают представления игрока о том, в какой именно ситуации он находится. Во-вторых, вводится понятие равновесия, как единство стратегий и вер всех игроков, которые согласуются друг с другом, и обеспечивают последовательную рациональность (действия игрока оптимальны при имеющейся у него вере) и соответствие вер стратегиям игроков (веры не должны противоречить стратегиям).

В моделях рынков, таких как модели общего равновесия Эрроу–Дебре (см., напр., [Mas-Colell, Whinston, Green, 1995]), появляется еще дополнительное усложнение. А именно, в таких моделях вводятся переменные, которые не выбираются никаким конкретным агентом, но являются составляющими равновесия, – рыночные цены. Чтобы вести себя в соответствии с целевой функцией, агент должен знать эти цены. В динамических моделях рынков агент должен знать не только текущие цены, но и цены в будущем (как в равновесии Раднера). Кроме того, вводится ограничение на равновесие, что рынки сбалансированы при выбранных агентами величинах спроса и предложения.

Равновесие в теоретической экономической модели можно условно представить себе следующим образом. Еще до начала взаимодействия все агенты выбирают стратегии и веры таким образом, чтобы этот профиль стратегий и вер составлял равновесие. (В моделях рынков до начала взаимодействия возникают еще и равновесные цены.) Как только стратегии определены, агенты просто им следуют на протяжении игры и получают соответствующие ходу игры выигрыши. Откуда возникают составляющие равновесия и почему оказываются взаимно согласованными, остается за рамками теории.

Понятно, что на концептуальном уровне такая конструкция оказывается довольно проблематичной. Для сколько-нибудь небанальной модели рассчитать равновесие и даже просто убедиться, что данный профиль стратегий и вер составляет равновесие – это

¹ Если в поведении есть элемент случайности, то рассматривается смешанная стратегия.

сложная многомерная задача. Более того, как уже обсуждалась ранее, исследование свойств равновесий может быть проведено аналитическими методами только при использовании многочисленных упрощений, существенно ограничивающих общность моделей.

По словам А. Лейонхувуда, традиционная теоретическая экономика, по сути, описывает «поведение неправдоподобно разумных людей в неправдоподобно простых ситуациях» [Leijonhufvud, 1993]. В то же время поведение обычных людей больше похоже на адаптивное, чем на полностью рациональное. Важность моделирования *адаптивного поведения* и *адаптивного обучения* давно осознана в макроэкономическом и финансовом моделировании [Leijonhufvud, 1993; Timmermann, 1993; Evans, Honkapohja, 2001; Carceles-Poveda, Giannitsarou, 2007; Sinitskaya, Tesfatsion, 2015]. Предположение о том, что все агенты знают структуру экономического равновесия и действуют полностью оптимально на основе этого понимания, заменяется на более правдоподобное предположение, что агенты эконометрическими методами оценивают параметры своих внутренних моделей исходя из имеющихся данных. В частности, в современных исследованиях рассматриваются модели с обучением на основе (рекурсивного) метода наименьших квадратов, стохастического градиента и т. п. [Carceles-Poveda, Giannitsarou, 2007].

Если принять во внимание указанные сложности с выбором поведения в соответствии с целевой функцией, то очевидно, что использование адаптивного поведения и адаптивного обучения является очень актуальным для агент-ориентированного моделирования. Для задания поведения агента в АОМ можно взять за основу исходную целевую функцию этого агента и дополнить ее некоторой моделью, описывающей текущее состояние окружающей среды и прогнозирующей изменение состояния окружающей среды в будущем. Если это модель, параметры которой адаптивно меняются в зависимости от окружающей обстановки, то поведение агента будет адаптивным.

Можно выделить два основных подхода к реализации адаптивного поведения. При первом подходе агент не имеет явной внутренней модели окружающей обстановки, а формирует ее имплицитно, учитывая получаемые выигрыши. [Bullard, Duffy, 1999] говорят, что такой агент *учится оптимизировать*. При втором

подходе у агента имеется явная модель, оценивающая и предсказывающая те характеристики окружающей обстановки, которые существенны для выбора правильных действий. Он максимизирует целевую функцию с учетом сформированных оценок. Такой агент *учится прогнозировать*. [Bullard, Duffy, 1999] приводят пример этого второго подхода. Они указывают на основное преимущество данного подхода: он позволяет при необходимости сохранить постулат об оптимизирующем поведении агентов при данных верах (beliefs), который лежит в основе теоретических экономических моделей. Этого же подхода мы будем в дальнейшем придерживаться в данной работе.

При выборе алгоритмов поведения агентов следует учитывать некоторые важные соображения. С одной стороны, компьютерные агенты должны быть достаточно похожими по основным характеристикам поведения на свои реальные прототипы. С другой стороны, из-за возможного наличия в АОМ большого количества агентов не стоит использовать слишком сложные алгоритмы обучения, требующие запретительно больших затрат времени для проведения расчетов. В связи с этим агенты в АОМ не должны получать слишком большой объем информации и не должны быть неправдоподобно разумными. Другими словами, агенты в АОМ, как правило, будут характеризоваться несовершенством информации и неполной рациональностью, а их поведение будет адаптивным и достаточно простым¹.

Помимо того, что адаптивное обучение агентов важно для АОМ, следует отметить и тот факт, что сами по себе АОМ хорошо подходят для изучения процессов обучения в сложных системах с взаимодействующими агентами. По словам А. Кирмана, экспериментирование с АОМ «позволяет исследовать динамику обучения и возникающую в результате координацию действий обучающихся без использования слишком ограничительных предположений, которые приходится накладывать для получения аналитических результатов» [Kirman, 2011, p. 27].

¹ Вообще говоря, принятие решений в АОМ может опираться и на довольно развитые алгоритмы. Так в статье [Sinitskaya, Tesfatsion, 2015] обсуждается, что в поведение агентов можно основывать на межвременной оптимизации со сложным устроенным упреждающим обучением и приводится пример соответствующей модели.

В агент-ориентированном моделировании использовались самые разные алгоритмы, отвечающие за адаптивное поведение агентов [Brenner, 2006; Weidlich, Veit, 2008; Tesfatsion, 2015; Chen, 2016; DeAngelis, Diaz, 2019]. Это, в частности, алгоритм Эрева–Рота, Q-обучение, обучающиеся системы классификаторов, генетические алгоритмы, нейронные сети. Широко использовались различные алгоритмы обучения с подкреплением и прочие методы машинного обучения. [Rand, 2006] указывает на сходство общей идеи адаптивного поведения в АОМ и машинного обучения. А именно, для агента в АОМ, по сути, вся остальная модель представляет собой окружающую среду. Обучаясь, агент видоизменяет свою модель окружающего мира за счет поступающих извне информации и подкрепляющих вознаграждений.

В то же время у агент-ориентированного моделирования существуют особенности, не позволяющие в полной мере воспользоваться наработками в области классических алгоритмов обучения с подкреплением. Дело в том, что такие алгоритмы, как правило, предполагают конечность и неизменность множества возможных действий и в целом обосновываются в узких рамках так называемых конечных марковских процессов принятия решений (англ. finite Markov decision processes).

Для дальнейшего мы примем следующую упрощенную схему. Работа АОМ представляется в виде последовательности периодов $t = 1, \dots, T$. Предполагается, что у каждого агента $i = 1, \dots, N$ есть некоторая модель окружающего мира, где окружающий мир – это остальные агенты и содержащая агентов система. Это параметрическая модель, описываемая параметрами a_{it} . С точки зрения обучения агентов в течение каждого периода t в агент-ориентированной модели происходит ряд событий (ср. [Rand, 2006]):

- 1) Каждый агент получает информацию об окружающем мире y_{it} . На основе полученной информации он обновляет свою внутреннюю модель мира, корректируя параметры a_{it} .
- 2) Каждый агент решает на основе внутренней модели с параметрами a_{it} , какое действие x_{it} выбрать в текущем периоде.
- 3) Каждый агент выполняет выбранные действия x_{it} , что приводит к изменению состояний агентов и системы в целом.

3.5.2. Простейшие алгоритмы обучения

Простейшие алгоритмы обучения, фактически, представляют собой методы прогнозирования. Пусть y_t – фактическое значение некоторой переменной, принимающей действительные значения из непрерывного интервала, $\tilde{y}_t$ – ожидания этой переменной в момент t , рассчитанные на основе предыдущей информации $(y_1, \dots, y_{t-1})$. Какие простые алгоритмы можно использовать для формирования ожиданий $\tilde{y}_t$?

Прежде всего приходит в голову использовать формулу простого среднего арифметического всех наблюдавшихся к текущему моменту значений:

$$\tilde{y}_{t+1} = \frac{1}{t} \sum_{\tau=1}^t y_{\tau}.$$

Это так называемое *накопленное среднее*. При всей привлекательности этой формулы она имеет существенный недостаток. А именно, она неявно предполагает ситуацию, когда y_t колеблется вокруг некоторого постоянного уровня μ и задача состоит только в том, чтобы удачно оценить этот уровень. Здесь каждое предыдущее наблюдение имеет одинаковый вес. Поэтому информация только накапливается и не подвергается пересмотру, то есть это не адаптивное обучение. При достаточно естественных предположениях с каждым новым периодом t оценка $\tilde{y}_t$ все ближе приближается к истинному μ . В АОМ предположение о постоянстве ожидаемого уровня переменной не очень оправдано. Особенно важно, что поведение переменной y_t может зависеть от действий других агентов и поэтому может меняться во времени.

Другая идея – это использовать для формирования ожиданий только L самых последних значений:

$$\tilde{y}_{t+1} = \frac{1}{L} \sum_{\tau=t-L+1}^t y_{\tau} = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L y_{t-j+1}.$$

Это так называемое *простое скользящее среднее*. В целом здесь имеет место забывание всей информации более старой, чем значения за L последних периодов. Уменьшая L , мы увеличиваем

скорость забывания. При $L = 1$ простое скользящее среднее будет соответствовать «наивным ожиданиям», когда ожидания по поводу y_{t+1} просто равны последнему наблюдававшемуся значению: $\tilde{y}_{t+1} = y_t$. Одним из недостатков простого скользящего среднего является то, что для него нет рекуррентной формулы с малым количеством хранимой информации. Приходится хранить L значений, что может создавать проблемы при больших L .

Можно обобщить формулу простого среднего и ввести в рассмотрение взвешенное скользящее среднее:

$$\tilde{y}_{t+1} = \sum_{j=1}^L w_j y_{t-j+1}.$$

Сумма весов равна 1: $\sum_{j=1}^L w_j = 1$. По логике веса $w_1, \dots, w_L$ должны быть убывающими, чтобы более старые значения имели меньший вес.

Один из самых простых и часто используемых алгоритмов обучения – это так называемые *адаптивные ожидания*. Такие ожидания задаются следующей рекуррентной формулой:

$$\tilde{y}_{t+1} = \tilde{y}_t + \alpha(y_t - \tilde{y}_t),$$

где $\alpha \in (0; 1)$ – коэффициент скорости адаптации. Если здесь $\alpha = 1$, то $\tilde{y}_{t+1} = y_t$ и агент использует только самую свежую информацию, а прошлый опыт игнорирует. С другой стороны, если $\alpha = 0$, то $\tilde{y}_{t+1} = \tilde{y}_t$ и агент вообще не меняет свои ожидания и не использует новую информацию.

Адаптивные ожидания представляют собой экспоненциально взвешенное скользящее среднее (EWMA, англ. exponentially weighted moving average):

$$\tilde{y}_{t+1} = \alpha \sum_{j=1}^{+\infty} (1 - \alpha)^{j-1} y_{t-j+1}.$$

Видно, что веса

$$w_j = \alpha(1 - \alpha)^{j-1}$$

здесь убывают экспоненциально с коэффициентом $1 - \alpha \in (0; 1)$. Чем ближе α к единице, тем быстрее забывается старая информа-

ция. В формуле фигурирует бесконечная сумма и она включает значения y_t при $t \leq 0$. Чтобы обойти эту проблему, можно здесь принять, что $y_t = \tilde{y}_1$ при $t \leq 0$, где $\tilde{y}_1$ – первоначальное значение ожиданий. Заметим, что EWMA также называют простым экспоненциальным сглаживанием; см. [Hyndman et al., 2008]. Ряд $\tilde{y}_t$ представляет собой сглаженный вариант ряда y_t , где коэффициент $\alpha \in (0; 1)$ регулирует степень гладкости: чем меньше α , тем более гладким получается ряд $\tilde{y}_t$.

Для большей гибкости при использовании в рамках АОМ можно предложить формулу адаптивных ожиданий с меняющимся коэффициентом α , зависящим от показателя опытности W_t :

$$\begin{aligned}\tilde{y}_{t+1} &= \tilde{y}_t + \alpha_t(y_t - \tilde{y}_t), \\ W_{t+1} &= (1 - \varphi)W_t + 1, \\ \alpha_t &= \frac{1}{W_{t+1}},\end{aligned}$$

где $\varphi \in [0; 1)$ – параметр забывчивости. Если $\varphi = 0$, то опытность может накапливаться до бесконечности. Если к тому же $W_1 = 0$, то это будет накопленное среднее. Если же $\varphi > 0$, то опытность приближается к $1/\varphi$ с ростом t , а коэффициент α_t к φ . При $W_1 = 1/\varphi$, то это будет обычная формула адаптивных ожиданий с $\alpha = \varphi$.

Здесь рассмотрены только простейшие методы формирования ожиданий относительно переменной y_t , опирающегося только на информацию о значениях этой переменной в предыдущие периоды. В параграфе 3.6 на с. 196 предложен более сложный алгоритм – SQ-фильтр, который помогает формировать ожидания с использованием дополнительных переменных. В пункте 3.5.5 на с. 194 идея адаптивных ожиданий с показателем опытности используется для формирования ожиданий относительно взаимосвязанных показателей – величин выигрышей при выборе действий из дискретного множества действий.

Описанные простые методы обучения во многих моделях позволяют решить проблему задания поведения агента на основе его целевой функции. Пусть целевая функция агента имеет вид $\pi(x, E)$, где x – его действия, а E – наблюдаемые переменные окружения (цены на рынке, ... и т. п.). Тогда функцию ожидаемо-

го выигрыша агента можно принять равной:

$$P(x) = \pi(x, \bar{E}),$$

где $\bar{E}$ – ожидания агента относительно переменных E , которые сформированы в результате обучения. Конечно, насколько такая аппроксимация адекватна, зависит от модели, но у нее есть важное преимущество – простота практической реализации.

3.5.3. Выбор на основе ожидаемого выигрыша

Пусть агенту требуется выбрать действия x из некоторого множества возможных действий X . Стандартное теоретическое предположение относительно агентов в экономике – это то, что агент оптимизирует определенную целевую функцию при имеющихся у него представлениях об окружающем мире. Целевая функция задает выигрыш (полезность, прибыль и т. п.), который агент получает в результате выбора тех или иных действий.

Здесь мы будем исходить из того, что у агента имеется некоторая внутренняя модель окружающего мира, которая позволяет ему сформировать ожидаемые значения выигрыша для каждого действия $x \in X$. Другими словами, будем считать, что у агента имеется функция ожидаемого выигрыша $P(\cdot)$, так что при выборе действий x он ожидает в среднем получить $P(x)$.

При данной функции ожидаемого выигрыша $P(\cdot)$ мы можем определить *оптимальные действия* x^* как такие, которые обеспечивают агенту максимальный ожидаемый выигрыш:

$$x^* \in \arg \max_{x \in X} P(x).$$

В машинном обучении алгоритм, в котором каждый раз выбираются такие действия, называют *жадным*¹ (англ. greedy); см., напр., [Sutton, Barto, 2018, Ch. 2]. Хотя существует довольно много агент-ориентированных моделей, в которых используется подобный выбор действий, но в общем случае это может быть не самым лучшим подходом по многим соображениям.

¹ Здесь имеется в виду близорукое стремление получить желаемые блага немедленно.

Во-первых, выбор оптимальных действий предполагает полную рациональность. Если требуется сделать поведение агентов более реалистичным, то лучше ввести в выбор действий некоторый элемент случайности.

Во-вторых, сама по себе задача максимизации $P(x)$ на всем множестве X может оказаться слишком трудоемкой, так что ее решение может слишком сильно замедлить работу модели. Таким образом, более реалистично во многих ситуациях использовать для выбора x на основе $P(x)$ алгоритм, включающий в себя элемент обучения. Обучение нужно для того, чтобы агент мог совершенствовать свой выбор, двигаясь в направлении увеличения целевой функции.

Во-третьих, следует учесть, что, как правило, точное значение ожидаемого выигрыша бывает неизвестно. Об этой проблеме уже говорилось выше. Внутренняя модель окружающего мира, на основе которой получена функция $P(\cdot)$, как правило, будет более точной в ближайшей окрестности тех значений x , которые выбирались агентом в прошлом, а не на всем множестве X . При прочих равных условиях имеет смысл с большей вероятностью выбирать те действия, последствия которых для агента более предсказуемы исходя из имеющегося у агента опыта, т. е. те действия, для которых функция $P(\cdot)$ известна более точно. Если оценка $P(\cdot)$ в текущем периоде говорит о том, что следует выбрать какое-то нестандартное действие, не очень похожее на действия, выбиравшиеся в прошлом, то подобный выбор может привести как к неожиданно высокому, так и неожиданно низкому выигрышу. Поэтому при выборе действий имеет смысл ориентироваться на свойство *локальности*, о котором говорилось при обсуждении свойств агентов в АОМ, и не менять поведение слишком резко.

Во-четвертых, выбор действий может влиять на процесс обучения в будущем. Если придерживаться всегда оптимальных действий при текущем варианте функции $P(\cdot)$, то это может не позволить изучить те возможности, которые предоставляют еще не опробованные действия. Когда форма функции ожидаемого выигрыша точно не известна агенту, ее уточнение может помочь получать более высокие выигрыши в будущем. В литературе по машинному обучению по этому поводу говорится, что существует конфликт между задачей *использования* (англ. exploitation) полу-

ченного ранее знания и задачей дальнейшего *исследования* (англ. exploration); см., напр., [Sutton, Barto, 2018, Ch. 2]. Удачно сконструированный алгоритм обучения достигает компромисса между этими конфликтующими задачами.

Принимая во внимание указанные соображения, можно, прежде всего, ограничить пространство выбора действий, т. е. выбирать действия не из всего множества возможных действий X , а среди конечного набора планов действий x_v , $v = 1, \dots, V$.

Для формирования конечного набора $x_1, \dots, x_V$ можно использовать разные подходы. Если множество X конечное и малое, то можно просто использовать все действия из этого множества. Если множество X конечное, но не очень маленькое, то можно использовать не целиком X , а выборку без возвращения. Вероятности выбора действий $x \in X$ можно взять, например, одинаковыми.

Один из самых простых подходов для непрерывного X предполагает дискретизацию множества X . В простом одномерном случае X – это отрезок действительной прямой вида $[x_{\min}, x_{\max}]$. Чтобы наложить ограничения локальности, можно ограничить выбор более узким отрезком $[a, b]$. Можно, например, разбить данный отрезок на $V - 1$ равных интервалов, так что

$$x_v = a + \frac{v - 1}{V - 1} (b - a), v = 1, \dots, V.$$

У жесткой дискретизации имеется тот недостаток, что получаемая решетка может быть слишком грубой для не очень больших значений V .

Если X – это некоторое неограниченное подмножество $\mathbb{R}^m$, то можно взять за основу формулу многомерного нормального распределения:

$$x_v \sim N(\mu, \Sigma),$$

где μ – это центр распределения, например действия, выбранные в прошлом периоде, а Σ – подходящая ковариационная матрица. В частном случае можно генерировать элементы вектора x_v независимо друг от друга:

$$x_{vk} = N(\mu_k, \sigma_k^2),$$

где σ_k^2 – дисперсия. Чем меньше величина матрицы Σ , тем более локальным будет выбор действий.

Если X – это некоторое ограниченное подмножество $\mathbb{R}^m$, то можно использовать независимую выборку из равномерного распределения по каждому элементу вектора x_v :

$$x_{vk} \sim U_{[a_k, b_k]},$$

где a_k, b_k – границы.

Если полученный вектор x_v выходит за пределы множества X , то следует либо отбросить его, либо применить какую-то процедуру корректировки.

Предположим теперь, что набор планов сформирован и для каждого действия есть показатель $P_v = P(x_v)$ – значение целевой функции, ожидаемого выигрыша. Оптимальные действия из рассматриваемого набора – это такие действия x_{v^*} , которые обеспечивают максимальный ожидаемый выигрыш:

$$v^* \in \arg \max_{v=1, \dots, V} P_v.$$

Недостатки такого «жадного» выбора только что обсуждались. Рассмотрим два основных подхода к «нежадному» выбору, которые используют в алгоритмах машинного обучения.

Так называемый ε -жадный выбор действий состоит в том, чтобы выбирать оптимальные («жадные») действия v^* с вероятностью $1 - \varepsilon$ и делать случайный равновероятный выбор между всеми V действиями с вероятностью ε , где ε – малое положительное число. Таким образом, вероятность выбрать план v равна здесь

$$\gamma_v = \begin{cases} 1 - \varepsilon + \frac{\varepsilon}{V}, & v = v^*, \\ \frac{\varepsilon}{V}, & v \neq v^*. \end{cases} \quad \#(1)$$

См., напр., [Sutton, Barto, 2018, p. 28].

Естественно сделать так, что чем выше ожидаемый выигрыш, тем выше вероятность выбора действия. В некоторых ситуациях выигрыш может быть отрицательным, поэтому в общем случае

нельзя сделать вероятности просто пропорциональными ожидаемым выигрышам. Достаточно общий подход состоит в том, чтобы сделать вероятность выбора действия x_v пропорциональной величине $\exp(\beta \Pi_v)$ при некотором параметре $\beta > 0$.

Эти рассуждения приводят к алгоритму выбора на основе *мягкого максимума* (soft-max, см., напр., [Sutton, Barto, 2018, p. 37]¹). Это случайный выбор, задаваемый вероятностями:

$$\gamma_v = \frac{\exp(\beta \Pi_v)}{\sum_{i=1}^V \exp(\beta \Pi_i)}.$$

Коэффициент β здесь отвечает за степень стохастичности («нерациональности») при выборе. При $\beta = 0$ совершается равновероятный выбор, а при $\beta \rightarrow \infty$ с вероятностью 1 выбирается план с максимальным Π_v , т. е. происходит жадный выбор.

При компьютерных расчетах по указанной формуле может происходить переполнение регистров. Чтобы этого избежать, рекомендуется найти сначала максимальный выигрыш:

$$\Pi_{\max} = \max \Pi_v$$

и вычесть его из всех выигрышей:

$$\gamma_v = \frac{\exp(\beta (\Pi_v - \Pi_{\max}))}{\sum_{i=1}^V \exp(\beta (\Pi_i - \Pi_{\max}))}.$$

Если рассмотреть алгоритм выбора по принципу мягкого максимума в динамике, то можно сделать коэффициент β меняющимся со временем:

$$\gamma_{tv} = \frac{\exp(\beta_t \Pi_{tv})}{\sum_{i=1}^{V_t} \exp(\beta_t \Pi_{ti})}.$$

¹ Эта формула используется во многих алгоритмах обучения; см., напр., [Camerer, Ho, 1999].

Также данная формула близка по смыслу многим статистическим моделям с качественной (категориальной) зависимой переменной с несколькими значениями. В частности, это модель, которую в эконометрике принято называть мультиномиальным логитом.

Другой близкий аналог – это распределение Больцмана (или Гиббса) в статистической механике. При этом $1/\beta$ интерпретируется как температура.

Если, например, со временем изменять коэффициент β_t так, чтобы он неограниченно возрастал (скажем, по формуле $\beta_t = \beta_0 t$), то агент постепенно перестает экспериментировать и останавливается на правиле, которое считает наилучшим¹.

3.5.4. Алгоритм Эрева–Рота

Алгоритм Эрева–Рота [Roth, Erev, 1995; Erev, Roth, 1998] относится к алгоритмам обучения с подкреплением. Он был предложен для имитации поведения в игровых ситуациях. А. Рот и И. Эрев продемонстрировали, что алгоритм неплохо согласуется с реальным человеческим поведением в экспериментальных играх. Кроме того, он отражает ряд психологических явлений, возникающих в ситуациях принятия решений (экспериментирование, забывание).

Пусть у агента имеется несколько доступных ему действий (или *правил*) $j = 1, \dots, J$. Каждое действие j характеризуется показателем *склонности*² к *выбору этого действия* S_{tj} . Если в период t было выбрано действие k_t и оно привело к получению подкрепления (вознаграждения) $R_t \geq 0$, то показатель склонности выбирать это действие изменяется по формуле:

$$S_{t+1,j} = (1 - f)S_{tj} + \begin{cases} (1 - e)R_t, & j = k_t, \\ \frac{e}{J - 1}R_t, & j \neq k_t. \end{cases} \#(2)$$

В данном случае $f \in [0; 1]$ – это параметр новизны³, а e – это параметр склонности к экспериментированию. За счет коэффициента $(1 - f)$ происходит забывание, то есть с течением времени эффект прошлого опыта стремится к нулю. А. Рот и И. Эрев использовали значения $f = 0.1$ и $e = 0.2$.

Действия выбираются случайно в соответствии со склонностями. А именно, действие j выбирается с вероятностью

¹ Такое поведение напоминает известный алгоритм оптимизации – алгоритм имитации отжига.

² Англ. propensity.

³ Англ. recency.

$$\gamma_{tj} = \frac{S_{tj}}{\sum_{i=1}^J S_{ti}}.$$

Чтобы вероятности всегда были положительными, значения склонностей S_{tj} , а следовательно, и подкрепления R_t должны быть положительными.

Если π_t – некоторый показатель выигрыша агента в период t , то вознаграждение по замыслу авторов алгоритма рассчитывается по возрастающей функции $R_t = R(\pi_t)$. Более конкретно, они применили формулу $R^t = \pi_t - \pi_{\min}$, где $\pi_{\min}$ – минимально возможный выигрыш.

Наряду со многими привлекательными особенностями алгоритм Эрева–Рота имеет определенные недостатки. Перечислим их, следуя статье [Гайворонская, Цыплаков, 2018].

1. Вероятности поменяются, если все R_t изменить на константу. Это не очень хорошее свойство. В частности, если $R(\pi) = \pi - \pi_{\min}$, то в идеале выбор действия не должен зависеть от $\pi_{\min}$, поскольку такой выигрыш может соответствовать исключительно неудачно выбранным действиям.

2. Как отмечается в [Nicolaisen et al., 2001], если $R(\pi) = \pi - \pi_{\min}$ и $\pi_t = \pi_{\min}$, склонности S_{tj} у всех действий пропорционально снижаются, а вероятности γ_{tj} при этом остаются неизменными. В то же время вероятность неудачно выбранных (т. е. приводящих к низкому выигрышу $\pi_{\min}$) действий желательно уменьшать. Сами авторы указанной статьи предлагают использовать формулу:

$$S_{t+1,j} = (1 - f)S_{tj} + \begin{cases} (1 - e)R_t, & j = k_t, \\ \frac{e}{J - 1}S_{tj}, & j \neq k_t, \end{cases}$$

однако эта модификация достаточно произвольна, а также не решает других проблем с алгоритмом.

3. Будучи скалярной величиной, склонность S_{tj} выполняет сразу две функции. С одной стороны, она отражает успешность действий, поскольку S_{tj} тем выше, чем более высокие вознаграждения наблюдались при выборе действия j . С другой стороны, S_{tj} отражает, насколько часто совершалось действие j (мы будем

называть это «опытностью»). В результате не очень удачные, но часто выбираемые в прошлом действия могут получить неоправданное преимущество.

4. Значение S_{tj} нелегко интерпретировать. Оно измеряется в тех же единицах, что и вознаграждение R_t , но трудно понять, что конкретно оно означает.

5. В самой формуле алгоритма Эрева–Рота заложено подкрепление не только выбранного действия, но и альтернативных, чтобы у агента поддерживалась склонность к экспериментированию. Также авторы алгоритма предполагали, что можно подкреплять не все альтернативные действия, а только те, что в каком-то смысле схожи с выбранным. В частности, если возможные действия упорядочены так, что соседние действия обладают более близким сходством друг с другом, то можно подкреплять два соседних действия [Эрев, Рот, 1998]:

$$S_{t+1,j} = (1 - f)S_{tj} + \begin{cases} (1 - e)R_t, & j = k_t, \\ \frac{e}{2}R_t, & j = k_t \pm 1, \#(3) \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

Все же достаточно общего подхода к решению указанной проблемы авторы алгоритма не предложили.

6. Если происходит выбор из непрерывного интервала, то необходима дискретизация. При использовании большого шага дискретизации результирующая сетка будет слишком грубой. При малой величине шаге число действий J будет большим и агенты будут учиться слишком медленно. Проблема становится особенно серьезной, когда агент выбирает несколько переменных. Пусть происходит выбор двух переменных, для каждой из которых имеется 30 значений. Эта прямоугольная сетка 30×30 содержит $J = 900$ возможных действий. Агент при этом, скорее всего, сможет достичь приемлемой степени обучения только после многих сотен периодов.

3.5.5. Модификация алгоритма Эрева–Рота

В статье [Гайворонская, Цыплаков, 2018] предложен модифицированный алгоритм Эрева–Рота, который исправляет указанные недостатки.

Каждому правилу (действию) j в предлагаемом алгоритме сопоставляется два разных показателя. Один – это *ожидаемый выигрыш* Π_{tj} , а другой — это *опытность* W_{tj} . Такое использование двух разных показателей напоминает идею, лежащую в основе алгоритма XCS [Butz, Wilson, 2002], где (по сравнению с традиционными алгоритмами обучающихся систем классификаторов, LCS) вводится дополнительный параметр опытности классификатора (*experience*). В алгоритме привлекательности, взвешенной по опыту (EWA, experience-weighted attraction), предложенном К. Камерером и Т.-Х. Хо [Camerer, Ho, 1999], также вводится показатель, аналогичный W_{tj} . Он интерпретируется как количество прошлого опыта в «эквивалентах наблюдений».

Пусть в период t было использовано правило k_t , и был получен выигрыш π_t . Тогда новое значение ожидаемого выигрыша для каждого правила j равно среднему взвешенному фактическому выигрышу π_t с весом α_{tj} и предыдущего ожидаемого значения Π_{tj} с весом $1 - \alpha_{tj}$:

$$\Pi_{t+1,j} = \alpha_{tj}\pi_t + (1 - \alpha_{tj})\Pi_{tj}.$$

Коэффициент $\alpha_{tj} \in [0; 1]$ регулирует скорость обучения. Ожидаемый выигрыш меняется тем быстрее, чем ближе α_{tj} к единице. В соответствии с идеей Эрева и Рота, обучение происходит не только для выбранного действия, но и для альтернативных действий, но скорость обучения разная для разных действий.

Коэффициент α_j^t вычисляется по формуле:

$$\alpha_{tj} = \frac{\delta(j, k_t)}{W_{t+1,j}}$$

Здесь $\delta(j, k_t) \in [0; 1]$ – прирост опытности для правила j . Он зависит от степени близости между правилами j и k_t . Предполагается, что прирост опытности наибольший для использованного

правила k_t , а именно:

$$\delta(k_t, k_t) = 1.$$

Показатели опытности всех правил меняются по формуле:

$$W_{t+1,j} = (1 - \varphi)W_{tj} + \delta(j, k_t),$$

где φ – показатель забывчивости, равный нулю или небольшому положительному числу. Если $\varphi = 0$, то опытность может накапливаться до бесконечности. В противном случае она ограничена сверху величиной:

$$1 + (1 - \varphi) + (1 - \varphi)^2 + \dots = \frac{1}{\varphi}.$$

Соответственно, если одно и то же правило j выбирается достаточно много периодов, то для него α_{tj} приближается к φ .

Чем больше показатель W_{tj} , тем меньше полученный выигрыш будет влиять на ожидаемый выигрыш:

$$\Pi_{t+1,j} = \Pi_{tj} + \frac{\delta(j, k_t)}{(1 - \varphi)W_{tj} + \delta(j, k_t)} (\pi_t - \Pi_{tj}).$$

Таким образом, можно понять, за счет чего обучается правило: или за счет того, что оно само или соседнее с ним было только что выбрано ($\delta(j, k_t)$ около 1), или за счет того, что оно еще мало обучено и его нужно обучить (W_{tj} мало).

Если сравнивать с исходным алгоритмом, то здесь забывчивость применяется только к опытности, но не к ожидаемому выигрышу, что вполне естественно и исправляет отмеченные недостатки неинтерпретируемого комплексного показателя S_{tj} .

Структура функции $\delta(j, k)$ зависит от характера модели. Можно предложить следующую достаточно универсальную формулу:

$$\delta(j, k) = \exp(-\kappa L(j, k)),$$

где κ – положительный коэффициент, $L(j, k)$ – некоторая подходящая функция, задающая «расстояние» между правилами j и k ($L \geq 0$, $L(k, k) = 0$). Например, следуя логике формулы (3), пред-

ложенной Эревом и Ротом, мы могли бы взять $L(j, k) = 0$ для пары смежных правил $k \pm 1$ и $L(j, k) = +\infty$ для всех остальных.

Меняя коэффициент κ , можно регулировать степень воздействия выигрыша, полученного при использовании правила k_t , на остальные правила j . Чем больше κ , тем такое воздействие меньше.

Дальше в работе статье [Гайворонская, Цыплаков, 2018] (см. также [Sun, Tesfatsion, 2007]) предлагается использовать показатель ожидаемого выигрыша P_{tj} для выбора варианта действий по принципу мягкого максимума. Это решает проблему с отрицательными значениями вознаграждения и делает формулу вероятностей инвариантной к изменению вознаграждения на постоянную величину.

Описанный модифицированный алгоритм Эрева–Рота использовался Гайворонской и Цыплаковым в АОМ российского оптового рынка электроэнергии; см. [Гайворонская, Цыплаков, 2018].

3.6. SQ-фильтр – алгоритм обучения на основе модели пространства состояний

Для реализации адаптивного обучения в АОМ мы предлагаем использовать алгоритм, являющийся обобщением фильтра Калмана – SQ-фильтр. Первоначальная версия данного алгоритма была предложена для оценивания срочной структуры процентных ставок в статье [Авдеева, Цыплаков, 2015]. В данной главе детально рассмотрена взаимосвязь SQ-фильтра с общей моделью пространства состояний. Показано, что SQ-фильтр можно рассматривать как приближенный алгоритм фильтрации, который эквивалентен полноценной процедуре фильтрации в случае гауссовской линейной модели пространства состояний. Описанию модели пространства состояний и процедуры фильтрации для нее посвящен п. 3.6.1. Далее в п. 3.6.2 описывается SQ-фильтр. В п. 3.6.3 алгоритм конкретизирован для модели линейной регрессии с меняющимися параметрами, характеризующейся робастностью к выбросам. Предложена модификация алгоритма,

делающая его более простым и удобным для прикладных вычислений. Наконец, в п. 3.6.4 рассматривается использование такой адаптивной регрессии в модели искусственного фондового рынка.

3.6.1. Модель пространства состояний

Пусть $y_{1:T} = (y_1, \dots, y_T)$ – наблюдаемый (одномерный или многомерный) временной ряд. Типичное наблюдение y_t представляет собой вектор $k \times 1$. Модель для ряда y сформулирована в терминах ряда состояний $a_{1:T} = (a_1, \dots, a_T)$, где a_t – вектор $m \times 1$ ненаблюдаемых компонент. Переменную a_t называют переменной состояния. Будем считать распределение $y_{1:T}$ и $a_{1:T}$ непрерывным. Совместная плотность $f(y_{1:T}, a_{1:T})$ в **модели пространства состояний** строится из двух последовательностей условных плотностей (см. [Tanizaki, 1996]):

- плотность измерения $f(y_t | a_{1:t}, y_{1:t-1}) = f(y_t | a_t, y_{1:t-1})$, $t = 1, \dots, T$;

- плотность перехода

$$f(a_t | a_{1:t-1}, y_{1:t-1}) = f(a_t | a_{t-1}, y_{1:t-1}), t = 2, \dots, T.$$

Здесь также нужно указать $f(a_1)$. Эту начальную плотность можно рассматривать как частный случай плотности перехода при $t = 1$. Важной характеристикой модели пространства состояний является то, что плотность измерения не зависит от $a_{1:t-1}$. Точно так же плотность перехода не зависит от $a_{1:t-2}$, и, таким образом, модель имеет марковский характер условно относительно предыстории $y_{1:t-1}$.

Фильтрация в модели пространства состояний происходит рекуррентно, с учетом информации, имеющейся в данный момент времени t ($t = 1, \dots, T$). Процесс фильтрации представляет собой последовательность двух чередующихся шагов: шага прогнозирования и шага обновления.

В момент $t - 1$ для наблюдаемого ряда известны значения $y_{1:t-1} = (y_1, \dots, y_{t-1})$. Это дает информацию о значении переменной состояния в период $t - 1$ (т. е. a_{t-1}), что выражается плотностью $f(a_{t-1} | y_{1:t-1})$, которая берется с шага обновления периода $t - 1$. Ту же информацию $y_{1:t-1}$ можно использовать для получения прогноза переменной состояния на следующий период a_t . Это **шаг прогнозирования**. Прогноз задается формулой:

$$f(a_t|y_{1:t-1}) = \int f(a_t|a_{t-1}, y_{1:t-1})f(a_{t-1}|y_{1:t-1})da_{t-1},$$

где $f(a_t|a_{t-1}, y_{1:t-1})$ определяется моделью. Также можно получить прогноз наблюдаемого ряда на период t в виде плотности:

$$f(y_t|y_{1:t-1}) = \int f(y_t|a_t, y_{1:t-1})f(a_t|y_{1:t-1})da_t,$$

где $f(y_t|a_t, y_{1:t-1})$ определяется моделью.

После того как в период t поступит новое наблюдение y_t , можно скорректировать оценку состояния системы на основе $y_{1:t} = (y_1, \dots, y_t)$. Соответствующий **шаг обновления** задается формулой:

$$f(a_t|y_{1:t}) = \frac{f(y_t|a_t, y_{1:t-1})f(a_t|y_{1:t-1})}{f(y_t|y_{1:t-1})}.$$

В гауссовской линейной модели пространства состояний совместное распределение $y_{1:T}$ и $a_{1:T}$ является многомерным нормальным. В этом случае плотность измерения имеет вид

$f(y_t|a_{1:t}, y_{1:t-1}) = f(y_t|a_t, y_{1:t-1}) = \varphi(y_t - R_{yt} - R_{yat}a_t, \Omega_{yt})$,
а плотность перехода:

$$\begin{aligned} f(a_t|a_{1:t-1}, y_{1:t-1}) &= f(a_t|a_{t-1}, y_{1:t-1}) \\ &= \varphi(a_t - R_{at} - R_{aat}a_{t-1}, \Omega_{at}), \end{aligned}$$

где R_{yt} ($k \times 1$), R_{yat} ($k \times m$), Ω_{yt} ($k \times k$), R_{at} ($m \times 1$), R_{aat} ($m \times m$), Ω_{at} ($m \times m$) – матрицы параметров модели, а через $\varphi(x, \Sigma)$ обозначена функция плотности многомерного нормального распределения $\mathcal{N}(\mathbf{0}, \Sigma)$. Для n -мерного распределения:

$$\varphi(x, \Sigma) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n |\Sigma|}} \exp\left(-\frac{1}{2}x^T \Sigma^{-1}x\right).$$

Плотности, получаемые на шаге предсказания и шаге обновления гауссовской линейной модели, тоже многомерные нормальные:

$$f(a_{t-1}|y_{1:t-1}) = \varphi(a_{t-1} - \bar{a}_{t-1}, \bar{P}_{t-1}),$$

$$f(a_t|y_{1:t-1}) = \varphi(a_t - \tilde{a}_t, \tilde{P}_t).$$

Шаг предсказания дает плотность:

$$f(a_t | y_{1:t-1}) = \int \varphi(a_t - R_{at} - R_{aat}a_{t-1}, \Omega_{at}) \varphi(a_{t-1} - \bar{a}_{t-1}, \bar{P}_{t-1}) da_{t-1}.$$

Для функции плотности многомерного нормального распределения $\varphi(\cdot)$ выполнено:

$$\int \varphi(x - \mu, \Sigma) \varphi(y - Ax, \Omega) dx = \varphi(y - A\mu, A\Sigma A^T + \Omega).$$

Поэтому:

$$f(a_t | y_{1:t-1}) = \varphi(a_t - \tilde{a}_t, \tilde{P}_t),$$

где:

$$\tilde{P}_t = R_{aat}\bar{P}_{t-1}R_{aat}^T + \Omega_{at}, \quad \tilde{a}_t = R_{at} + R_{aat}\bar{a}_{t-1}.$$

Шаг обновления дает плотность:

$$f(a_t | y_{1:t}) = \frac{\varphi(y_t - R_{yt} - R_{yat}a_t, \Omega_{yt}) \varphi(a_t - \tilde{a}_t, \tilde{P}_t)}{\int \varphi(y_t - R_{yt} - R_{yat}a_t, \Omega_{yt}) \varphi(a_t - \tilde{a}_t, \tilde{P}_t) da_t}.$$

Для функции плотности многомерного нормального распределения $\varphi(\cdot)$ выполнено:

$$\frac{\varphi(x - \mu, \Sigma) \varphi(y - Ax, \Omega)}{\int \varphi(x - \mu, \Sigma) \varphi(y - Ax, \Omega) dx} = \varphi(x - \mu - \tilde{\Sigma}A^T\Omega^{-1}(y - A\mu), \tilde{\Sigma}),$$

где $\tilde{\Sigma} = (\Sigma^{-1} + A^T\Omega^{-1}A)^{-1}$. Поэтому:

$$f(a_t | y_{1:t}) = \varphi(a_t - \bar{a}_t, \bar{P}_t),$$

где:

$$\begin{aligned} \bar{P}_t &= (R_{yat}^T\Omega_{yt}^{-1}R_{yat} + \tilde{P}_t^{-1})^{-1}, \quad \bar{a}_t \\ &= \tilde{a}_t + \bar{P}_tR_{yat}^T\Omega_{yt}^{-1}(y_t - R_{yt} - R_{yat}\tilde{a}_t). \end{aligned}$$

Таким образом, в гауссовской линейной модели шаг предсказания задается формулами:

$$\tilde{P}_t = R_{aat}\bar{P}_{t-1}R_{aat}^T + \Omega_{at}, \quad \tilde{a}_t = R_{at} + R_{aat}\bar{a}_{t-1},$$

а шаг обновления – формулами:

$$\bar{P}_t = (\bar{P}_t^{-1} + \tilde{N}_t)^{-1}, \quad \bar{a}_t = \tilde{a}_t + \bar{P}_t \tilde{s}_t,$$

где мы обозначили:

$$\tilde{N}_t = R_{yat} \Omega_{yt}^{-1} R_{yat}, \quad \tilde{s}_t = R_{yat}^T \Omega_{yt}^{-1} (y_t - R_{yt} - R_{yat} a_t).$$

Эти рекуррентные формулы для $\tilde{a}_t$, $\tilde{P}_t$, $\bar{P}_t$, $\bar{a}_t$ соответствуют классическому алгоритму фильтрации – **фильтру Калмана** (в одной из его возможных записей); см., напр., [Tanizaki, 1996]. Рекурсия начинается с:

$$\tilde{P}_1 = \Omega_{a1}, \quad \tilde{a}_1 = R_{a1}.$$

3.6.2. SQ-фильтр

В гауссовском линейном случае плотность измерения равна $f(y_t | a_t, y_{1:t-1}) = \varphi(y_t - R_{yt} - R_{yat} a_t, \Omega_{yt})$. Будем рассматривать эту плотность как функцию правдоподобия, считая y_t наблюдением, а a_t неизвестным параметром. Это не функция правдоподобия в обычном смысле, но в теории метода максимального правдоподобия (ММП) есть несколько понятий и результатов, которые нам здесь понадобятся. Логарифмическая функция правдоподобия равна:

$$\lambda_t(a_t) = -\frac{k}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln |\Omega_{yt}| - \frac{1}{2} (y_t - R_{yt} - R_{yat} a_t)^T \Omega_{yt}^{-1} (y_t - R_{yt} - R_{yat} a_t).$$

При фиксированном y_t это функция от a_t . Направление увеличения функции λ_t задается ее градиентом:

$$\nabla \lambda_t(a_t) = R_{yat}^T \Omega_{yt}^{-1} (y_t - R_{yt} - R_{yat} a_t).$$

В ММП этот градиент называется скор-вектором (англ. *score*). Также важна матрица вторых производных λ_t (матрица Гессе):

$$\nabla^2 \lambda_t(\tilde{a}_t) = -R_{yat}^T \Omega_{yt}^{-1} R_{yat}.$$

Заметим, что эти функции связаны с теми величинами $\tilde{s}_t$ и $\tilde{N}_t$, которые мы определили выше, и которые входят в формулы шага обновления фильтра Калмана:

$$\begin{aligned}\tilde{s}_t &= \nabla \lambda_t(\tilde{a}_t) = R_{yat}^T \Omega_{yt}^{-1} (y_t - R_{yt} - R_{yat} \tilde{a}_t), \\ \tilde{N}_t &= -\nabla^2 \lambda_t(\tilde{a}_t) = R_{yat}^T \Omega_{yt}^{-1} R_{yat}.\end{aligned}$$

С точки зрения теории ММП, если $\lambda_t(a_t)$ – логарифмическая функция правдоподобия, то математическое ожидание ее градиента (скор-вектора) $\nabla \lambda_t(a_t)$, рассчитанное по плотности $f(y_t|a_t, y_{1:t-1}) = \exp(\lambda_t(a_t))$ равно нулю, а ковариационная матрица градиента $\nabla \lambda_t(a_t)$ – это так называемая информационная матрица. Чтобы отразить тот факт, что $\lambda_t(a_t)$ зависит от y_t , будем здесь использовать более полную запись $\lambda_t(a_t; y_t)$. В рассматриваемом случае линейного гауссовского наблюдения информационная матрица равна:

$$\begin{aligned}\int \nabla \lambda_t(a_t; y_t) \nabla \lambda_t^T(a_t; y_t) \varphi(y_t - R_{yt} - R_{yat} a_t, \Omega_{yt}) dy_t \\ = \int R_{yat}^T \Omega_{yt}^{-1} (y_t - R_{yt} - R_{yat} a_t) (y_t - R_{yt} - R_{yat} a_t)^T \Omega_{yt}^{-1} R_{yat} \varphi(y_t - R_{yt} - R_{yat} a_t, \Omega_{yt}) dy_t \\ = R_{yat}^T \Omega_{yt}^{-1} \int z z^T \varphi(z, \Omega_{yt}) dz \Omega_{yt}^{-1} R_{yat} \\ = R_{yat}^T \Omega_{yt}^{-1} \Omega_{yt} \Omega_{yt}^{-1} R_{yat} = R_{yat}^T \Omega_{yt}^{-1} R_{yat}.\end{aligned}$$

(Мы воспользовались тем, что ковариационная матрица многомерного нормального распределения с плотностью $\varphi(z, \Omega_{yt})$ – это Ω_{yt} .) Таким образом, информационная матрица здесь совпадает с величиной $\tilde{N}_t$.

Известный прикладной алгоритм фильтрации в случае нелинейных функций измерения и перехода – это так называемый расширенный фильтр Калмана, основанный на линеаризации нелинейных функций; см., напр., [Tanizaki, 1996]. Здесь же предлагается приближенный алгоритм, основанный на другом принципе – **SQ-фильтр** (SQ от англ. state-quadratic – квадратичный по состоянию). Его смысл состоит в том, что вместо истинного логарифма плотности наблюдения:

$$\lambda_t(a_t; y_t) = \ln f(y_t|a_t, y_{1:t-1}),$$

фактически, используется квадратичная по переменной состояния a_t функция:

$$\lambda_t(\tilde{a}_t; y_t) + \tilde{s}_t^T (a_t - \tilde{a}_t) - \frac{1}{2} (a_t - \tilde{a}_t)^T \tilde{N}_t (a_t - \tilde{a}_t),$$

где $\tilde{s}_t$ и $\tilde{N}_t$ – это соответствующие градиент и информационная матрица:

$$\begin{aligned} \tilde{s}_t &= \nabla \lambda_t(\tilde{a}_t; y_t), \\ \tilde{N}_t &= \int \nabla \lambda_t(\tilde{a}_t; y_t) \nabla \lambda_t^T(\tilde{a}_t; y_t) \exp(\lambda_t(\tilde{a}_t; y_t)) dy_t. \end{aligned}$$

При $a_t = \tilde{a}_t$ указанное приближение совпадает с $\lambda_t(a_t; y_t)$ по значению и первым производным. Вторые производные могут в общем случае не совпадать, но $-\tilde{N}_t$ по известному информационному тождеству ММП – это математическое ожидание матрицы вторых производных $\lambda_t(a_t; y_t)$, рассчитанное по плотности $\exp(\lambda_t(\tilde{a}_t; y_t))$:

$$\tilde{N}_t = -\int \nabla^2 \lambda_t(\tilde{a}_t; y_t) \exp(\lambda_t(\tilde{a}_t; y_t)) dy_t.$$

Используя на шаге обновления вместо $\varphi(y_t - R_{yt} - R_{yat} a_t, \Omega_{yt})$ экспоненту указанного приближения, мы получаем те же рекуррентные формулы фильтрации, что и выше для гауссовской линейной модели пространства состояний.

Рассмотренный алгоритм был первоначально предложен в статье [Авдеева, Цыплаков, 2015] для целей оценивания срочной структуры процентных ставок. Наиболее близкие аналоги описанного алгоритма – это модели временных рядов семейств GAS [Creal, Koopman, Lucas, 2013] и DSC [Harvey, 2013]. Основное различие связано с тем, что указанные подходы не конкретизируют, как именно входит скор-вектор в рекурсии для меняющихся параметров. Также он напоминает семейство методов экспоненциального сглаживания [Hyndman et al., 2008; Лукашин, 2003] и метод стохастического градиента [Carceles-Poveda, Giannitsarou, 2007]. В целом рассмотренный здесь подход в определенном смысле является более фундаментальным, поскольку берет за основу построения достаточно общую модель пространства состояний.

Один из самых удобных типов моделей для алгоритмов обучения – это линейные модели регрессии. Поэтому конкретизируем описанный общий SQ-фильтр для случая регрессии с меняющимися параметрами.

3.6.3. SQ-фильтр для регрессии с меняющимися параметрами

Рассмотрим линейную регрессионную модель общего вида $y_t = X_t \beta_t + \varepsilon_t$, где y_t – моделируемая переменная, X_t – вектор-строка объясняющих переменных длины $m - 1$ (которая обычно содержит элемент 1, отвечающий за константу). Переменные X_t для простоты будем считать фиксированными (хотя случайные регрессоры и лаги ряда y_t не представляют проблемы). Предполагается, что коэффициенты регрессии β_t $((m - 1) \times 1)$ и дисперсия ошибки $\text{var}(\varepsilon_t) = e^{h_t}$ могут меняться во времени. Дисперсия зависит от показателя волатильности h_t . Предполагается, что динамика меняющихся параметров:

$$a_t = \begin{pmatrix} \beta_t \\ h_t \end{pmatrix}$$

задается линейным гауссовским процессом марковского вида с плотностью перехода:

$$f(a_t | a_{1:t-1}, y_{1:t-1}) = \varphi(a_t - a_{t-1}, \Omega_{at}),$$

где ковариационная матрица блочно-диагональная:

$$\Omega_{at} = \Omega_{at} = \begin{pmatrix} \Omega_{\beta t} & \mathbf{0}_{m-1} \\ \mathbf{0}_{m-1}^T & \omega_{ht}^2 \end{pmatrix} = \text{diag}(\Omega_{\beta t}, \omega_{ht}^2).$$

В использованных ранее обозначениях $R_{at} = \mathbf{0}_m$, $R_{aat} = I_m$.

Для дальнейшего введем нормированную ошибку регрессии:

$$\xi_t = e^{-h_t/2} \varepsilon_t,$$

т. е. ошибку с нулевым математическим ожиданием и нулевой дисперсией. При этом:

$$y_t = X_t \beta_t + e^{h_t/2} \xi_t.$$

С целью достижения робастности (устойчивости) регрессии к возможным выбросам (резко выделяющимся значениям) предположим, что ξ_t имеет t -распределение Стьюдента с κ степенями свободы, нормированное к единичной дисперсии, так что

$$\sqrt{\frac{\kappa}{\kappa - 2}} \xi_t \Big| a_{1:t}, y_{1:t-1} \sim St_{\kappa},$$

где St_{κ} – это обычное t -распределение с плотностью:

$$f_{St,\kappa}(T) = \frac{\Gamma\left(\frac{\kappa + 1}{2}\right)}{\sqrt{\kappa\pi}\Gamma\left(\frac{\kappa}{2}\right)} \left(1 + \frac{T^2}{\kappa}\right)^{-\frac{\kappa+1}{2}}.$$

Здесь мы учли, что дисперсия t -распределения равна $\frac{\kappa}{\kappa-2}$. Об использовании t -распределения в статистическом моделировании см. [Lange, Little, Taylor, 1989].

С учетом масштабирования плотность измерения в данном случае имеет вид:

$$f(y_t | a_{1:t}, y_{1:t-1}) = f_{St,\kappa} \left(\sqrt{\frac{\kappa}{\kappa - 2}} e^{-h_t/2} (y_t - X_t \beta_t) \right) \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa - 2}} e^{-h_t/2}.$$

Указанные плотности перехода и измерения задают **модель регрессии с меняющимися параметрами**. Найдём для данной модели SQ-фильтр.

Соответствующая логарифмическая функция правдоподобия измерения равна:

$$\lambda_t = \lambda_t(a_t) = \ln f_{St,\kappa} \left(\sqrt{\frac{\kappa}{\kappa - 2}} \xi_t \right) + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\kappa}{\kappa - 2} \right) - \frac{h_t}{2},$$

где $\xi_t = \xi_t(a_t) = e^{-h_t/2} (y_t - X_t \beta_t)$, или

$$\begin{aligned} \lambda_t = \ln \Gamma \left(\frac{\kappa + 1}{2} \right) - \ln \Gamma \left(\frac{\kappa}{2} \right) - \frac{1}{2} \ln (\pi (\kappa - 2)) \\ - \frac{\kappa + 1}{2} \ln \left(1 + \frac{1}{\kappa - 2} \xi_t^2 \right) - \frac{h_t}{2}. \end{aligned}$$

Градиент функции λ_t равен:

$$\nabla \lambda_t = \begin{pmatrix} \frac{(\kappa + 1)\xi_t}{\kappa - 2 + \xi_t^2} e^{-h_t/2} X_t^T \\ \frac{1}{2} \frac{\kappa \xi_t^2 - \kappa + 2}{\kappa - 2 + \xi_t^2} \end{pmatrix}.$$

Вектор $\tilde{s}_t$ получим, подставив в данную формулу $\tilde{h}_t$ вместо h_t и $\tilde{\xi}_t = e^{-\tilde{h}_t/2}(y_t - X_t \tilde{\beta}_t)$ вместо ξ_t .

Информационную матрицу измерения $\tilde{N}_t$ найдем как ковариационную матрицу $\nabla \lambda_t$ с учетом того, что $\sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-2}} \xi_t$ имеет распределение Стюдента, а $\frac{\kappa}{\kappa-2} \xi_t^2$ – распределение Фишера со степенями свободы 1 и κ . Имеется известная связь между распределением Фишера и бета-распределением, из которой следует, что

$$\frac{\xi_t^2}{\kappa - 2 + \xi_t^2} \sim B_{\frac{1}{2}, \frac{\kappa}{2}},$$

где $B_{\frac{1}{2}, \frac{\kappa}{2}}$ – бета-распределение с параметрами $\frac{1}{2}$ и $\frac{\kappa}{2}$.

Поскольку ξ_t имеет симметричное распределение, матрица $\tilde{N}_t$ будет блочно-диагональной. Используя формулы моментов бета-распределения, получим:

$$\tilde{N}_t = \begin{pmatrix} \frac{\kappa(\kappa + 1)}{(\kappa - 2)(\kappa + 3)} e^{-\tilde{h}_t} X_t^T X_t & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & \frac{\kappa}{2\kappa + 6} \end{pmatrix}.$$

Предположим, что матрица $\tilde{P}_1 = \Omega_{a1}$ является блочно-диагональной. Это свойство будет сохраняться для матриц $\tilde{P}_t$ и $\bar{P}_t$ на дальнейших шагах SQ-фильтра. Введем соответствующие обозначения для диагональных блоков:

$$\begin{aligned} \tilde{P}_t &= \text{diag}(\tilde{P}_{\beta t}, \tilde{p}_{ht}), \\ \bar{P}_t &= \text{diag}(\bar{P}_{\beta t}, \bar{p}_{ht}). \end{aligned}$$

Уравнения SQ-фильтра тогда можно разделить на уравнения для коэффициентов β и для волатильности h :

$$\begin{aligned}\tilde{P}_{\beta t} &= \bar{P}_{\beta, t-1} + \Omega_{\beta t}, & \tilde{p}_{ht} &= \bar{p}_{h, t-1} + \omega_{ht}^2, \\ \tilde{\beta}_t &= \bar{\beta}_{t-1}, & \tilde{h}_t &= \bar{h}_{t-1}, \\ \bar{P}_{\beta t} &= \left(\tilde{P}_{\beta t}^{-1} + \frac{\kappa(\kappa+1)}{(\kappa-2)(\kappa+3)} e^{-\tilde{h}_t} X_t^T X_t \right)^{-1}, & \bar{p}_{ht} &= \\ &= \left(\tilde{p}_{ht}^{-1} + \frac{\kappa}{2\kappa+6} \right)^{-1}, \\ \bar{\beta}_t &= \tilde{\beta}_t + \frac{(\kappa+1)\tilde{\xi}_t}{\kappa-2+\tilde{\xi}_t^2} e^{-\tilde{h}_t/2} \bar{P}_{\beta t} X_t^T, \\ \bar{h}_t &= \tilde{h}_t + \frac{\bar{p}_{ht}}{2} \frac{\kappa\tilde{\xi}_t^2 - \kappa + 2}{\kappa-2+\tilde{\xi}_t^2}.\end{aligned}$$

Произведем с этими уравнениями следующие преобразования. Во-первых, уберем волну над переменными, чтобы разгрузить обозначения. Во-вторых, заметим, что, по свойствам матричных операций:

$$\begin{aligned}\bar{P}_{\beta t} &= P_{\beta t} - P_{\beta t} X_t^T c_t^{-2} X_t P_{\beta t}, \\ e^{-h_t/2} \bar{P}_{\beta t} X_t^T &= \frac{(\kappa-2)(\kappa+3)}{\kappa(\kappa+1)} c_t^{-2} e^{\frac{h_t}{2}} P_{\beta t} X_t^T,\end{aligned}$$

где

$$c_t = \sqrt{\frac{(\kappa-2)(\kappa+3)}{\kappa(\kappa+1)} e^{h_t} + X_t P_{\beta t} X_t^T}.$$

В-третьих, исключим из уравнений $\bar{P}_{\beta t}$, $\bar{\beta}_t$ и $\bar{h}_t$ (предсказание для нас важнее, чем обновление). Получим следующие уравнения¹:

$$\xi_t = e^{-h_t/2} (y_t - X_t \beta_t),$$

¹ Заметим, что несложно распространить данный фильтр на случай нелинейной регрессии вида $y_t = \psi_t(\beta_t) + \varepsilon_t$. В приведенных формулах X_t заменяется на градиент $(\nabla \psi_t)^T$. Пример см. в [Авдеева, Цыплаков, 2015].

$$\begin{aligned}
\beta_{t+1} &= \beta_t + \frac{(\kappa - 2)(\kappa + 3)\xi_t}{\kappa(\kappa - 2 + \xi_t^2)} e^{h_t/2} c_t^{-2} P_{\beta t} X_t^T, \\
P_{\beta, t+1} &= P_{\beta t} - P_{\beta t} X_t^T c_t^{-2} X_t P_{\beta t} + \Omega_{\beta, t+1}, \\
h_{t+1} &= h_t + \frac{\bar{p}_{ht} \kappa \xi_t^2 - \kappa + 2}{2 \kappa - 2 + \xi_t^2}, \\
\bar{p}_{h, t+1} &= \left((\bar{p}_{ht} + \omega_{h, t+1}^2)^{-1} + \frac{\kappa}{2\kappa + 6} \right)^{-1}.
\end{aligned}$$

Технические подробности численной реализации данного алгоритма приведены ниже в п. 3.6.4.

Если $\omega_{h, t+1}^2 = \omega_h^2$ – константа, то последовательность $\bar{p}_{ht}$ будет сходящейся. Таким образом, на практике можно упростить рекурсию для h_t , исключив из алгоритма $\bar{p}_{ht}$:

$$h_{t+1} = h_t + \rho \frac{\kappa \xi_t^2 - \kappa + 2}{\kappa - 2 + \xi_t^2},$$

где ρ – половина соответствующего предела, коэффициент сглаживания.

Робастность фильтра к выбросам связана с тем, что квадрат ξ_t в знаменателе в рекурсиях для β_t и h_t «приглушает» влияние больших по модулю значений ξ_t , причем это проявляется в наибольшей степени при малых значениях параметра степеней свободы κ . С другой стороны, в пределе при больших κ (при приближении распределения ошибок регрессии к нормальному) такая робастность теряется.

Заметим, что адаптивность алгоритма в значительной степени определяется ковариационными матрицами $\Omega_{\beta, t+1}$. В простейшем варианте в конкретном алгоритме обучения в рамках АОМ это будет постоянная матрица, не зависящая от t : $\Omega_{\beta, t+1} = \Omega_{\beta}$. Маленькая матрица Ω_{β} делает динамику регрессионных коэффициентов β_t менее адаптивной и наоборот. Кроме того, при отсутствии каких-то дополнительных соображений, такую матрицу можно взять диагональной:

$$\Omega_{\beta} = \text{diag}(\omega_{\beta 1}^2, \dots, \omega_{\beta, m-1}^2).$$

Тогда отдельный диагональный элемент $\omega_{\beta j}^2$ отвечает за степень адаптивности отдельного регрессионного коэффициента β_{tj} .

В отличие от дисперсии ошибки регрессии $\text{var}(\varepsilon_t) = e^{h_t}$ ковариационная матрица уравнения перехода $\Omega_{\beta,t+1}$ не подстраивается адаптивно под текущую ситуацию, а жестко задается заранее. При этом не всегда эта может быть задана с достаточной степенью уверенности при построении модели. Частично эту проблему можно решить, положив, что $\Omega_{\beta,t+1}$ меняется в зависимости от ковариационной матрицы шага предсказания $\bar{P}_{\beta t}$. Простейший вариант зависимости:

$$\Omega_{\beta,t+1} = (1/\varphi - 1)\bar{P}_{\beta t} + \Omega_{\beta,t+1}^0.$$

3.6.4. Использование QR-разложения

для реализации регрессионного SQ-фильтра

Сложности с реализацией описанного регрессионного SQ-фильтра могут возникнуть из-за вычислительной нестабильности при расчетах по рекуррентной формуле для ковариационной матрицы оценок коэффициентов:

$$P_{\beta,t+1} = P_{\beta t} - P_{\beta t} X_t^T c_t^{-2} X_t P_{\beta t} + \Omega_{\beta,t+1}.$$

Данная матрица при вычислении непосредственно по указанной формуле может оказаться не положительно определенной. Опишем здесь вычислительный прием, который хорошо зарекомендовал себя на практике – использование QR-разложения.

Пусть S_{P_t} – это квадратный корень из $P_{\beta t}$, а S_{Ω_t} – квадратный корень из $\Omega_{\beta,t+1}$:

$$P_{\beta t} = S_{P_t}^T S_{P_t}, \quad \Omega_{\beta,t+1} = S_{\Omega_t}^T S_{\Omega_t}.$$

Обозначим

$$\hat{c}_t = \sqrt{\frac{(\kappa - 2)(\kappa + 3)}{\kappa(\kappa + 1)}} e^{h_t},$$

$$S_t = \begin{bmatrix} \hat{c}_t & 0 \\ S_{Pt} X_t^T & S_{Pt} \\ 0 & S_{\Omega t} \end{bmatrix}.$$

Тогда:

$$\begin{aligned} S_t^T S_t &= \begin{bmatrix} \hat{c}_t^2 + X_t S_{Pt}^T S_{Pt} X_t^T & X_t S_{Pt}^T S_{Pt} \\ S_{Pt}^T S_{Pt} X_t^T & S_{Pt}^T S_{Pt} + S_{\Omega t}^T S_{\Omega t} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} c_t^2 & X_t P_{\beta t} \\ P_{\beta t} X_t^T & P_{\beta t} + \Omega_{\beta, t+1} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Применим к матрице S_t QR-разложение, то есть представим ее в виде:

$$S_t = Q_t U_t,$$

где матрица Q_t является ортогональной ($Q_t' Q_t = I$, $Q_t Q_t' = I$), а U_t – верхней треугольной. При этом:

$$S_t^T S_t = U_t^T U_t.$$

Представим U_t в блочном виде, соответствующем структуре S_t :

$$U_t = \begin{bmatrix} U_{t11} & U_{t12} \\ \mathbf{0} & U_{t13} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}.$$

Приравнивая $U_t^T U_t$ и $S_t^T S_t$ получим:

$$U_{t11}^T U_{t11} = U_{t11}^2 = c_t^2,$$

$$U_{t11}^T U_{t12} = U_{t11} U_{t12} = X_t P_{\beta t},$$

$$U_{t12}^T U_{t12} + U_{t13}^T U_{t13} = P_{\beta t} + \Omega_{\beta, t+1},$$

откуда $U_{t11} = c_t$ (берем положительный корень), $U_{t12} = X_t P_{\beta t} / c_t$ и

$$U_{t13}^T U_{t13} = P_{\beta t} - P_{\beta t} X_t^T c_t^{-2} X_t P_{\beta t} + \Omega_{\beta, t+1} = P_{\beta, t+1}.$$

Таким образом, верхняя треугольная матрица U_t имеет следующий вид:

$$U_t = \begin{bmatrix} c_t & X_t P_{\beta t} / c_t \\ \mathbf{0} & S_{P, t+1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}.$$

Видим, что описанный прием позволяет с помощью стандартного для матричных вычислений QR-разложения получить необходимые для регрессионного SQ-фильтра величины c_t^2 , $X_t P_{\beta t}$ и $P_{\beta, t+1}$, причем $P_{\beta, t+1}$ не теряет положительной полуопределенности.

3.6.5. Обучение по адаптивной регрессии в модели искусственного фондового рынка

С целью тестирования алгоритма SQ-регрессии применим его в модели искусственного фондового рынка Института Санта-Фе, которая представлена в параграфе 4.3 на с. 275.

Как отмечалось в описании модели, у данной АОМ имеется теоретический аналог – однородное равновесие с рациональными ожиданиями (REE – *rational expectations equilibrium*), в котором цена p_t^{REE} линейно связана с дивидендами:

$$p_t = p_t^{\text{REE}} = f d_t + g.$$

При указанных в табл. 16 параметрах

$$p_t = p_t^{\text{REE}} = 6.33333 d_t + 16.6882,$$

прогноз $p_{t+1} + d_{t+1}$ как функция $p_t + d_t$ имеет вид

$$\mathbb{E}_t[p_{t+1} + d_{t+1}] = 0.95(p_t + d_t) + 4.50108,$$

а соответствующая этому прогнозу условная дисперсия равна $\text{var}_t[p_{t+1} + d_{t+1}] = 3.99569$.

Результаты работы агент-ориентированной модели можно непосредственно сопоставить с этим теоретическим равновесием. Априори не вполне понятно, покажет ли АОМ результаты, близкие к теоретическим. «Характерной чертой экономической среды является то, что она состоит из агентов, каждый из кото-

рых может стараться изучать эту окружающую среду и тем самым то, что делают другие агенты. Это быстро становится очень сложным, и совсем не ясно, будет ли поведение индивидуумов ‘совместно эволюционировать’ к чему-то, соответствующему теоретическому решению для статического равновесия» [Kirman, 2011, p. 21].

В отличие от исходной версии модели [Arthur et al., 1997] используем в качестве алгоритма обучения SQ-фильтр. Цена p_t играет роль наблюдения y_t . Формулу прогноза возьмем тоже линейного вида, но более общую, с разными коэффициентами для цены и дивидендов:

$$E_{ti}(p_t) = a_{ti1}p_t + a_{ti2}d_t + b_{ti}.$$

Это дает регрессию с меняющимися коэффициентами $\beta_{ti} = (a_{ti1}, a_{ti2}, b_{ti})^T$ и меняющейся дисперсией $e^{h_{ti}}$, которую можно использовать в качестве σ_{ti}^2 . Остальные параметры фильтра были выбраны следующими: $\kappa = 6$, $\Omega_{\beta t} = \Omega_{\beta} = \text{diag}(0.003^2, 0.012^2, 0.03^2)$, $\tilde{P}_{\beta 1} = 100\Omega_{\beta}$, $\rho = 0.01$. Первоначальные значения коэффициентов β_{1i} выбирались случайно, но достаточно близкими к тем, которые получаются в равновесии с рациональными ожиданиями, если сделать прогнозную функцию линейной не по $p_t + d_t$, а по дивидендам d_t :

$$0 \cdot p_t + \varphi(1 + f) \cdot d_t + (1 - \varphi)(1 + f)\bar{d} + g.$$

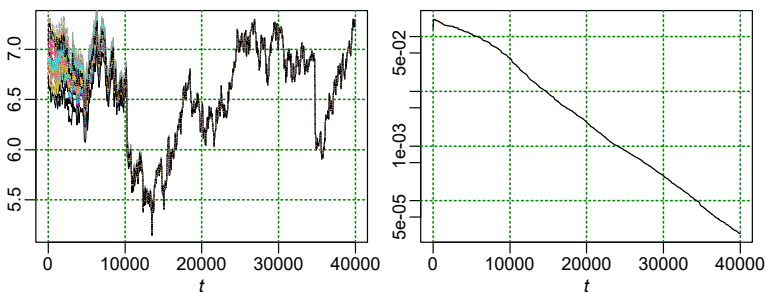


Рис. 20. Слева – динамика коэффициентов a_{ti2} ;
справа – динамика выборочного среднеекватратического отклонения
коэффициентов a_{ti2} по агентам

Расчеты по описанной АОМ продемонстрировали следующие основные эффекты.

Во-первых, параметры $a_{ti1}, a_{ti2}, b_{ti}, h_{it}$ разных агентов сближаются между собой. Это связано с тем, что агенты используют одинаковые алгоритмы обучения и получают одинаковую информацию (рис. 20).

Во-вторых, параметры не сходятся к постоянному уровню, а колеблются в достаточно широких пределах.

В-третьих, оценка параметра a_{ti1} колеблется около нулевого уровня, т. е. цена p_t не очень информативна для агентов при предсказании $p_{t+1} + d_{t+1}$.

В-четвертых, оценки дисперсии e^{hti} в среднем выше теоретического аналога $(1 + f)^2 \sigma_\varepsilon^2$. Это связано с предыдущим эффектом.

В-пятых, цена p_t в среднем несколько ниже «теоретической» цены p_t^{REE} (рис. 21). Более того, разница между ценами $p_t^{\text{REE}} - p_t$ положительно коррелирует с оценками дисперсии e^{hti} (коэффициент корреляции примерно 0.45). Это объясняется указанным различием дисперсий.

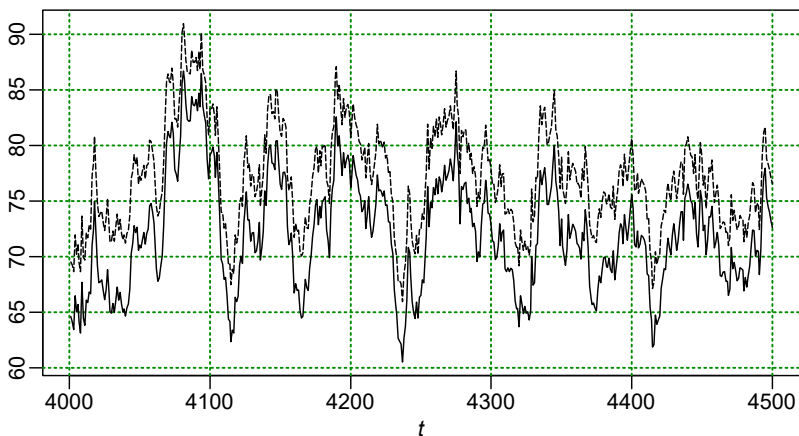


Рис. 21. Типичное поведение двух рядов цен: модельной цены p_t (сплошная линия) и «теоретической» p_t^{REE} (пунктир)

В целом результаты экспериментов с моделью демонстрируют, что предложенный алгоритм обучения неплохо работает и обладает правдоподобными свойствами. Однако в рассмотренной постановке модели слабо проявляется тот факт, что каждый агент автономен по поведению и обучению.

Более интересные результаты получаются, если наделить каждого агента в период t некоторой частичной информацией о будущем значении дивиденда d_{t+1} , причем так, чтобы информация была разная у разных агентов. Не вдаваясь в детали такой модификации модели фондового рынка, отметим, что предложенный алгоритм достаточно правдоподобно работает и в этом случае. А именно, оценки параметров у разных агентов уже не сближаются. Оценка параметра a_{ti1} колеблется около достаточно высокого положительного уровня, что говорит о том, что цена p_t в данной модификации становится информативной при предсказании $p_{t+1} + d_{t+1}$.

Как видим, предложенный алгоритм адаптивной регрессии хорошо зарекомендовал себя в модели фондового рынка при предсказании рыночной цены. Как показано в п. 6.1.2 (с. 374), он также успешно работает в АОМММ при предсказании спроса на продукцию фирмы. Используя подобный алгоритм, можно наделять агентов правдоподобным поведением, не «перегружая» их при этом чрезмерно сложными расчетами.

3.7. Алгоритмы выбора поставщика и механизмы торговли

3.7.1. Алгоритм выбора поставщика с фиксированным спросом (простая модель привлекательности)

Рассматриваемая далее модель привлекательности может использоваться при построении экономических АОМ. Это удобный и достаточно универсальный подход к моделированию выбора клиентом одного из альтернативных поставщиков товара или услуги.

Один из источников предлагаемой модели – это разнообразные модели долей рынка в маркетинге, которые, собственно,

и называются моделями привлекательности (attraction models); см. [Cooper, Nakanishi, 1988]. Согласно простейшей формулировке, доля рынка, приходящаяся на бренд j ($j = 1, \dots, J$), равна:

$$\frac{A_j}{\sum_{s=1}^J A_s},$$

где $A_j \geq 0$ – показатель привлекательности (attraction) бренда j , и $\sum_{s=1}^J A_s > 0$.

В [Bell, Keeney, Little, 1975] дано аксиоматическое обоснование такой функциональной формы для долей рынка.

В варианте модели привлекательности, называемой моделью мультипликативного конкурентного взаимодействия (Multiplicative Competitive Interaction, MCI, см. [Cooper, Nakanishi, 1988]), привлекательность A_j мультипликативно зависит от функций $f_k(\cdot)$ ряда объясняющих переменных Z_{jk} , $k = 1, \dots, L$:

$$A_j = \prod_{k=1}^L f_k(Z_{jk})^{\alpha_k}.$$

Отметим близкую связь формулы модели MCI с формулой мягкого максимума, о которой шла речь выше. Если в модели MCI одна объясняющая переменная ($L = 1$), то доля рынка равна:

$$\frac{f(Z_j)^\alpha}{\sum_{s=1}^J f(Z_s)^\alpha} = \frac{\exp(\alpha \ln f(Z_j))}{\sum_{s=1}^J \exp(\alpha \ln f(Z_s))},$$

что дает формулу вероятности мягкого максимума при выигрыше $P_j = \ln f(Z_j)$.

Также близкими аналогами являются эконометрические модели – мультиномиальный логит и аналогичные модели, которые используются для моделирования качественной зависимой переменной. В модели условного логита [McFadden, 1973], являющейся разновидностью мультиномиального логита, рассматривается выбор индивида между набором альтернатив $j = 1, \dots, J$ (например, выбор вида транспорта и т. п.). Каждая альтернатива имеет свои характеристики $Z_j = (Z_{j1}, \dots, Z_{jL})$. В данной модели

вероятность того, что индивид выберет альтернативу j , равна:

$$\frac{\exp(Z_j \alpha)}{\sum_{s=1}^J \exp(Z_s \alpha)},$$

где α – вектор-столбец коэффициентов. Для обоснования модели может служить так называемая модель случайной полезности. А именно, полезность альтернативы j для индивида равна:

$$U_j = Z_j \alpha + \varepsilon_j,$$

где ε_j – случайные возмущения, независимые между альтернативами и имеющие так называемое распределение экстремального значения 1-го типа (или распределение Гумбеля). Предполагается, что индивид выбирает альтернативу, имеющую максимальную полезность.

Также предлагаемая модель привлекательности напоминает модель Диксита–Стиглица и другие модели отрасли дифференцированного продукта, о которых речь пойдет ниже.

Модель привлекательности с фиксированным спросом состоит в следующем. Пусть имеются поставщики некоторого товара или услуги $j = 1, \dots, J$. С другой стороны, имеются потенциальные клиенты $i = 1, \dots, M$, каждый из которых характеризуется общим объемом спроса $D_i \geq 0$. Спрос D_i может быть как некоторым фиксированным числом, определяемым только состоянием агента-клиента, так и содержать элемент случайности. Например, можно моделировать D_i как бернуллевскую случайную величину: $D_i = 1$ с вероятностью p и $D_i = 0$ с вероятностью $1 - p$.

Предполагаем, что имеется набор характеристик ($k = 1, \dots, L$), которые интересуют клиентов. Для каждой пары поставщик–клиент (i, j) имеется значение Z_{ijk} для каждой из характеристик k . Значения полного набора характеристик $Z_{ij} = (Z_{ij1}, \dots, Z_{ijL})$ определяют привлекательность $A_{ij} \geq 0$ поставщика j для клиента i . Во многих конкретных постановках можно использовать линейную по характеристикам функцию:

$$A_{ij} = \exp \left(\sum_{k=1}^L \alpha_{ik} Z_{ijk} \right).$$

Здесь вектор коэффициентов $\alpha_i = (\alpha_{i1}, \dots, \alpha_{iL})$ – это некоторая характеристика клиента i . Как правило, α_i не меняется между периодами. Использование экспоненты обеспечивает неотрицательность привлекательности.

В свою очередь, от значений привлекательностей зависят теоретические доли $\gamma_{ij} > 0$ разных поставщиков в спросе клиента i :

$$\gamma_{ij} = \frac{A_{ij}}{\sum_{s=1}^J A_{is}}.$$

С одной стороны, γ_{ij} интерпретируются как теоретические доли, а с другой – как вероятности. Доля – это доля поставщика j в потреблении клиента i . Вероятность – это вероятность выбора клиентом i поставщика j .

Заметим здесь, что при расчетах вероятностей γ_{ij} в компьютерной программе рекомендуется сначала рассчитать логарифмы привлекательностей $\ln A_{ij}$ и из всех логарифмов вычесть максимальный из них $\ln A_{i,\max}$, т. е. применить формулу:

$$\gamma_{ij} = \frac{\exp(\ln A_{ij} - \ln A_{i,\max})}{\sum_{s=1}^J \exp(\ln A_{is} - \ln A_{i,\max})}.$$

Это помогает избежать проблем с переполнением регистров.

Для того чтобы удовлетворить свой спрос D_i , клиент делит его на порции размера $\Delta_i > 0$. Всего будет $K_i = D_i/\Delta_i$ порций, если D_i делится на Δ_i нацело, и $K_i = \lceil D_i/\Delta_i \rceil$ в общем случае, где $\lceil x \rceil$ – округление x до ближайшего целого в большую сторону («потолок»). Поскольку D_i в общем случае не делится на Δ_i нацело, то размер одной из порций, как правило, будет меньше Δ_i .

Альтернативно, если D_i не делится на Δ_i нацело, то можно скорректировать размер порции. А именно, можно разделить спрос D_i на $K_i = \lceil D_i/\Delta_i \rceil$ или же на $K_i = \lfloor D_i/\Delta_i \rfloor$ одинаковых порций, где $\lfloor x \rfloor$ – целая часть числа x («пол»). Тогда размер порции будет равен не Δ_i , а D_i/K_i .

Каждая из порций $r = 1, \dots, K_i$ запрашивается у одного из поставщиков j_{ir} . Поставщики разных порций выбираются независимо. При этом используется категориальное распределение, за-

даваемое параметрами $(\gamma_{i1}, \dots, \gamma_{ij})$: то есть j_{ir} принимает значение j с вероятностью γ_{ij} .

В такой постановке задача распределения спроса отдельного клиента i по поставщикам сводится к генерированию числа из мультиномиального распределения с параметрами $(K_i, \gamma_{i1}, \dots, \gamma_{ij})$; см. п. 3.1.4 на с. 138.

Если рассматривается дискретный товар/услуга, то в этих формулах $\Delta_i = 1$ и $K_i = D_i$. В простом частном случае, где $\Delta_i = D_i$ и $K_i = 1$, поведение клиента сводится к выбору одного из поставщиков по категориальному распределению с вероятностями $\gamma_{i1}, \dots, \gamma_{ij}$. Это аналог модели мультиномиального логита.

Если все порции одинакового размера D_i/K_i , то фактический заказ у поставщика j со стороны клиента i будет равен размеру порции, умноженному на $n_{ij} = \#(j_{ir} = j)$ – количество порций, для которых $j_{ir} = j$:

$$X_{ij} = D_i/K_i \cdot n_{ij}.$$

Чтобы узнать общую величину потребления товара (услуги) поставщика j , следует сложить объемы потребления по всем клиентам:

$$Y_j = \sum_{i=1}^M X_{ij}.$$

Какие характеристики Z_{ijk} могут влиять на выбор клиентом поставщика?

Для ситуации, когда поставщики продают свой товар по некоторым ценам P_j , можно использовать в качестве Z_{ijk} логарифм цены, т. е. $\ln P_j$. Именно логарифмическая форма зависимости широко распространена в различных моделях выбора поставщика. Например, ее используют в моделях спроса на дифференцированный товар, основанных на мультиномиальном логите [Anderson, de Palma, Thisse, 1992]. Позже мы используем логарифм цены в алгоритме выбора поставщика при эластичном спросе.

Если рассматривается модель с пространственным размещением клиентов и поставщиков, то на привлекательность поставщика j для клиента i может влиять расстояние до него L_{ij} . Например, в качестве Z_{ijk} можно использовать расстояние L_{ij} . Способ измерения расстояния зависит от модели. Например, может использоваться кратчайшее расстояние с учетом имеющейся дорожной сети.

Один из способов учесть расстояние в модели привлекательности – это добавление к цене дополнительных транспортных издержек. Чем больше издержки, тем меньше привлекательность поставщика. Если T – издержки транспортировки единицы товара на единицу расстояния, то вместо логарифма цены $\ln P_j$ в формулу привлекательности входит логарифм цены с учетом транспортных издержек $\ln(P_j + TL_{ij})$.

В табл. 14 приведен пример использования этих формул. Таблица демонстрирует, как может распределяться спрос агента между несколькими поставщиками в зависимости от цены и расстояния.

Таблица 14

Доли по модели привлекательности для потенциального клиента i

Поставщик, j	Цена, P_j	Расстояние, L_{ij}	Привлекательность, $A_{ij} = \exp(30 - 5 \cdot \ln(P_j + 2 \cdot L_{ij}))$	Доля (вероятность), Y_{ij}
1	100	50	33.40	35.9%
2	200	30	8.99	9.7%
3	150	20	43.16	46.4%
4	250	10	7.45	8.0%

В маркетинговых моделях долей рынка могут использоваться такие показатели, как ассортимент, размер торговой площади, расходы на рекламу, качество товаров и т. д.

В некоторых экономических моделях можно предположить, что каждый из поставщиков j характеризуется определенным уровнем мощностей $\hat{Y}_j \geq 0$. Потребление товара поставщика j (Y_j), вообще говоря, не совпадает с уровнем мощностей $\hat{Y}_j$ – мощности могут быть как недогружены ($Y_j < \hat{Y}_j$), так

и перегружены ($Y_j > \hat{Y}_j$). Тогда на привлекательность поставщика может, например, отрицательно влиять степень загрузки мощностей $Y_j/\hat{Y}_j$, наблюдавшаяся в предыдущие периоды. Если включить показатель загрузки в число характеристик Z_{ijk} , интересующих клиентов, то такая зависимость позволяет в рамках модели регулировать спрос на товар разных поставщиков неценовым образом.

3.7.2. Существующие подходы с эластичным спросом

Предложенная модель привлекательности, как уже обсуждалось – это довольно универсальный подход и соответствующие идеи можно встретить в самых разных областях, где требуется моделировать и анализировать индивидуальный выбор целеполагающих агентов. Однако у данного подхода имеется существенный недостаток, особенно заметный при моделировании экономических явлений. А именно, тут предполагается, что спрос каждого из потенциальных клиентов является постоянным и не зависит от характеристик тех товаров или услуг, которые им поставляются. Происходит только частичное переключение спроса между поставщиками в зависимости от характеристик, но общий размер спроса неизменен.

В дальнейшем здесь мы будем говорить о покупателях и продавцах и рассматривать цену как ключевую характеристику товара (услуги).

Поясним сказанное на примере двух продавцов, предлагающих свой товар по ценам p_1 и p_2 . Пусть потенциальных клиентов (т. е. покупателей) интересует только цена, и в модели привлекательности используется логарифм цены. Если поднимет свою цену p_2 второй продавец, то спрос переместится частично от второго продавца к первому, но его общая величина не поменяется. Если оба продавца поднимут свою цену в одно и то же число раз (например, на 50% оба), то, в соответствии с моделью привлекательности, спрос от этого вообще не изменится. Это не очень правдоподобное поведение для покупателей. Обычно при росте цены спрос падает, что в простейших микроэкономических моделях улавливается с помощью убывающей функции спроса от цены $D(p)$.

Прежде чем предложить свой алгоритм, опишем похожие альтернативные подходы. Это модель дискретного выбора с выбором количества и модель Диксита–Стиглица.

В модели потребительского спроса на дифференцированный товар, основанной на дискретном выборе [Anderson, de Palma, Thisse, 1992, pp. 86–87], потребляемое количество товара является непрерывным. В модели в качестве функции полезности верхнего уровня используется функция Кобба–Дугласа. Формирование спроса происходит в два этапа. На первом этапе происходит выбор продавца в соответствии с моделью случайной полезности, где (непрямая) полезность зависит от логарифма цены p_j . На втором этапе определяется спрос на продукцию выбранного продавца: спрос равен B_j/p_j , если обозначить через B_j сумму денег, направляемую на покупку рассматриваемого товара. По свойствам функции полезности Кобба–Дугласа сумма B_j фиксирована, если общий потребительский бюджет неизменен.

Одна из самых популярных моделей, используемых для моделирования спроса на дифференцированные товары¹, в которой эластичность спроса ненулевая, – это модель Диксита–Стиглица [Dixit, Stiglitz, 1977]. В модели поведение домохозяйства (точнее, репрезентативного потребителя) на рынке дифференцированных товаров определяется его «склонностью к разнообразию».

Рассматривается домохозяйство, полезность которого

$$u(x, t)$$

зависит от потребления двух товаров: товара x , спрос на который анализируется, и товара t , который можно интерпретировать как сумму денег, оставшуюся на покупку всех остальных товаров после покупки x . Цена товара x равна p , а цена товара t равна 1. Домохозяйство максимизирует полезность u в рамках имеющегося бюджета B , то есть при бюджетном ограничении:

$$px + t = B.$$

¹ Дифференцированные товары (продукты) – это схожие между собой, но не идентичные товары. Разные покупатели могут предпочитать товары с разными качественными характеристиками. Также у покупателей может быть стремление к разнообразию. Из-за неполной взаимозаменяемости положительный спрос может существовать даже на относительно дорогие товары.

Обычный спрос на товар x можно обозначить $D(p)$. При $D(p) > 0$ он находится из решения уравнения:

$$MRS(x, B - px) = p,$$

где $MRS = \frac{\partial u / \partial x}{\partial u / \partial m}$ – предельная норма замещения.

В модели Диксита–Стиглица имеется несколько разновидностей товара x с ценами $p_j, j = 1, \dots, J$. Товар x в модели интерпретируется не как однородный, а как некий агрегат, зависящий от потребления товаров всех разновидностей $x_1, \dots, x_J$:

$$x = \left(\sum_{j=1}^J x_j^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right)^{\frac{\eta}{\eta-1}}.$$

Такая двухуровневая компоновка полезности по замыслу модели отражает предпочтение разнообразия и параметр $\eta > 1$ регулирует степень склонности к разнообразию. В пределе при $\eta \rightarrow \infty$ товар ведет себя как однородный. В модели домохозяйство максимизирует свою двухуровневую полезность по $x_1, \dots, x_J$ и m в рамках бюджетного ограничения:

$$\sum_{j=1}^J p_j x_j + m = B.$$

Как можно показать, решение задачи максимизации прибыли определяется решением уравнения:

$$MRS(x, B - Px) = P,$$

где x – указанный агрегат, а

$$P = \left(\sum_{j=1}^J p_j^{-(\eta-1)} \right)^{-\frac{1}{\eta-1}}$$

– это некоторая вспомогательная величина, которая интерпретируется как «цена» агрегата x . Спрос на разновидность j в рас-

смаатриваемой модели равен:

$$x_j(p_1, \dots, p_J) = \frac{p_j^\eta}{p_j^\eta} D(P),$$

где $D(\cdot)$ – обычная функция спроса, определение которой дано выше.

3.7.3. Алгоритм выбора поставщика с эластичным спросом

Мы будем опираться на несколько другую теоретическую модель, в которой потребление разновидности j равно

$$x_j = \gamma_j x$$

где $\gamma_j > 0$ – это доля разновидности j в общем потреблении товара x ($\sum_{j=1}^J \gamma_j = 1$). В этой модели домохозяйство распределяет свой спрос между разновидностями товара не из-за склонности к разнообразию, а по каким-то внешним причинам, таким как несовершенство информации или ограниченная рациональность. Полезность $u(x, m)$ максимизируется по x и m при экзогенно заданных долях γ_j .

Несложно убедиться, что спрос на разновидность j в данной модели равен:

$$x_j(p_1, \dots, p_J) = \gamma_j D(\tilde{p}),$$

где:

$$\tilde{p} = \sum_{j=1}^J p_j \gamma_j -$$

средняя (средневзвешенная) цена, а $D(\cdot)$, как и раньше, – обычный спрос.

В базовом варианте модели предполагается, что доли γ_j пропорциональны $Q_j p_j^{-\eta}$ при некотором $\eta > 0$. Здесь Q_j – неценовая составляющая привлекательности разновидности j . При этом

$$\gamma_j = \frac{Q_j p_j^{-\eta}}{\sum_{s=1}^J Q_s p_s^{-\eta}},$$

то есть при прочих равных условиях доля в потреблении более дешевого варианта выше. Средняя цена равна:

$$\tilde{p} = \frac{\sum_{j=1}^J Q_j p_j^{-(\eta-1)}}{\sum_{j=1}^J Q_j p_j^{-\eta}}.$$

Параметр η отвечает за степень «рациональности» выбора с точки зрения учета ценового фактора. В пределе при $\eta \rightarrow \infty$ средняя цена $\tilde{p}$ стремится к минимальной цене, а доля разновидностей, имеющих минимальную цену, стремится к 1. С другой стороны, при $\eta = 0$ доли всех разновидностей не зависят от цен.

Результат напоминает модель Диксита–Стиглица, поскольку спрос на разновидность j здесь также пропорционален $p_j^{-\eta}$. Более того, если функция полезности верхнего уровня имеет вид Кобба–Дугласа, а все Q_j одинаковы, то обычная функция спроса имеет вид $D(p) = A/p$ при некотором A , и спрос в двух моделях совпадает. Однако в модели Диксита–Стиглица доли γ_j не экзогенны для домохозяйства, а выбираются оптимальным образом на основе стремления к разнообразию. Кроме того, в модели Диксита–Стиглица требуется, чтобы выполнялось $\eta > 1$.

Опираясь на описанную теоретическую модель, опишем теперь алгоритм для эластичного спроса с учетом того, что товар покупается порциями, а цены для покупателей могут включать дополнительные корректировки. Имеется J продавцов с ценами $p_1, \dots, p_J$ и M покупателей с функциями спроса $D_i(p)$. При сравнении продавцов покупатель i может учитывать кроме установленных продавцами цен p_j также транспортные издержки, поэтому ориентируется на скорректированные цены p_{ij} . Кроме того, у каждого покупателя i есть величина Q_{ij} , которая характеризует неценовую привлекательность для него разновидности j . Также у каждого покупателя есть свой параметр $\eta_i > 0$, который отвечает за степень влияния цены на привлекательность.

Сначала покупатель вычисляет долю (вероятность) для каждого продавца:

$$\gamma_{ij} = \frac{Q_{ij} p_{ij}^{-\eta_i}}{\sum_{s=1}^J Q_{is} p_{is}^{-\eta_i}}$$

и средневзвешенную цену:

$$\tilde{p}_i = \sum_{j=1}^J p_{ij} \gamma_{ij} = \frac{\sum_{j=1}^J Q_{ij} p_{ij}^{-(\eta_i-1)}}{\sum_{j=1}^J Q_{ij} p_{ij}^{-\eta_i}}.$$

Цене $\tilde{p}_i$ соответствует спрос $D_i(\tilde{p}_i)$. Спрос делится на $K_i = [D_i(\tilde{p}_i)/\Delta_i]$ одинаковых порций размера $D_i(\tilde{p}_i)/K_i$. Каждая из порций $r = 1, \dots, K_i$ запрашивается у одного из продавцов j_{ir} . Выбор j_{ir} происходит независимо по категориальному распределению, задаваемому параметрами $(\gamma_{i1}, \dots, \gamma_{ij})$. Другими словами, здесь генерируется спрос в штуках порций $(n_{i1}, \dots, n_{iM})$ по мультиномиальному распределению $Mult(K_i, \gamma_{i1}, \dots, \gamma_{iM})$. В результате фактический спрос на товар продавца j со стороны покупателя i будет равен:

$$X_{ij} = D_i(\tilde{p}_i) \cdot \frac{n_{ij}}{K_i},$$

так что $\sum_{j=1}^J X_{ij} = D_i(\tilde{p}_i)$.

3.7.4. Альтернативный алгоритм выбора поставщика с эластичным спросом

Можно предложить также альтернативный способ учесть эластичность спроса – ввести фиктивного $(J + 1)$ -го продавца с некоторой ценой p_{J+1} . Пусть p_0 – цена, про которую известно, что она меньше всех имеющихся цен $p_1, \dots, p_J$, а D_0 – спрос при этой цене. Тогда цену у фиктивного продавца можно выбрать равной:

$$p_{N+1} = \left(\left(\frac{D_0}{D(\tilde{p})} - 1 \right) \sum_{j=1}^J p_j^{-\eta} \right)^{-\frac{1}{\eta}}.$$

При этом спрос, приходящийся на фиктивного продавца, будет равен:

$$\frac{p_{J+1}^{-\eta}}{\sum_{j=1}^J p_j^{-\eta} + p_{J+1}^{-\eta}} D_0 = D_0 - D(\tilde{p}),$$

а спрос, приходящийся на остальных продавцов, соответственно, $D(\tilde{p})$.

Это формула для одного покупателя. Для нескольких покупателей можно ввести фиктивные транспортные издержки, чтобы учесть различия между покупателями.

3.7.5. Механизмы торговли в АОМ

Механизмы торговли являются важной компонентой любой экономической АОМ, включающей в себя продавцов и покупателей некоторого товара. В теоретических равновесных моделях предполагается, что цены и объемы продаж на рынках находятся из условия сбалансированности рынка (спрос на товар должен быть равен его предложению), а сами функции спроса и предложения находятся из оптимизационных задач отдельных агентов (максимизации полезности потребителя, максимизации прибыли фирмы и т. д.). Однако в случае АОМ такой подход является не очень адекватным. Агенты в АОМ должны быть автономными. Если какой-то централизованный орган будет решать за агентов их оптимизационные задачи и находить равновесные цены, балансируя спрос и предложение, то такую модель вряд ли можно будет назвать агент-ориентированной. Схожие мысли по поводу эволюционных моделей (фактически, по поводу АОМ) высказала Я. Арифович [Arifovic, 2000, p. 241]: «Эти модели не могут воспользоваться преимуществами вычисления цен путем одновременного определения оптимальных решений агентов и условий равновесия рынка. Вместо этого расчет цен должен быть явно смоделирован путем описания процесса торга или какого-либо другого уравнивающего механизма. Это добавляет дополнительный уровень сложности к динамике, которая и так бывает довольно сложной».

Пожалуй, самая известная разновидность механизма рыночной торговли – это так называемое вальрасовское нащупывание (фр. *tâtonnement*), связанное с идеями, высказанными основоположником теории общего равновесия Л. Вальрасом. Имеется в виду воображаемый итеративный процесс, с помощью которого рынок может прийти в равновесие. Если установившаяся на рынке цена такова, что запрашиваемое количество товара превышает предлагаемое, то цена повышается, а если, наоборот, запрашиваемое количество меньше предлагаемого, то цена понижается.

Часто вальрасовский процесс нащупывания представляют как механизм, которым управляет некий воображаемый агент – аукционист¹. Аукционист устанавливает пробные цены на товар, а участники рынка сообщают ему информацию о спросе и предложении при объявленной цене. Аукционист вычисляет так называемый избыточный спрос, то есть разность между спросом и предложением, и в зависимости от величины избыточного спроса повышает или понижает объявляемую цену. Процесс корректировки цены продолжается, пока избыточный спрос не станет нулевым.

В связи с механизмом нащупывания возникает множество вопросов². Один из важных вопросов состоит в том, происходит ли заключение соглашений, а также осуществляется ли агентами производство и потребление в процессе поиска равновесия. Если в ходе работы рассматриваемого механизма агенты осуществляют производство и потребление, то возникает вопрос о возможных рассогласованиях в использовании экономических ресурсов. Если процесс, аналогичный вальрасовскому нащупыванию, используется в АОМ, то требуется согласовать потоки и изменения запасов ресурсов. Также не очень понятно, какие стратегии поведения должны выбирать агенты, находясь внутри такого механизма.

В целом идея наличия на рынке единой цены в неравновесной ситуации довольно странная. Если следовать обычным неформальным обсуждениям так называемого «Закона единой цены», общая для всего рынка цена должна быть результатом про-

¹ В самих работах Вальраса нет такого персонажа, да и идеи Вальраса в этом отношении не были им описаны однозначно.

² Многие из этих вопросов рассмотрены, в частности, в монографии Ф. Фишера [Fisher, 1983] по анализу неравновесия в рамках теории общего равновесия.

цесса установления равновесия, а не движущей силой этого процесса. И, конечно, введение фиктивного агента-аукциониста, меняющего единую цену, делает экономические модели слишком далекими от реальности. С точки зрения агентного подхода к моделированию отсутствие у агента-аукциониста какого бы то ни было реального прототипа еще и противоречит самой логике подхода.

Как бы то ни было, в экономических АОМ вполне допустимо использование некоторого механизма в духе вальрасовского нащупывания, если моделируемый таким образом рынок не является основным для модели и если при построении модели приняты меры к тому, чтобы возможная несогласованность по ресурсам не приводила к неправдоподобным результатам.

В качестве примера использования модели с единой ценой можно указать паутинообразную модель из [Arifovic, 1994]. В этой модели есть экзогенно заданная общая функция спроса на товар. Каждая из нескольких агентов-фирм выбирает свой выпуск данного товара, а единая для всех фирм цена определяется по функции спроса. Установление единой цены при данном совокупном предложении товара оказывается за рамками модели, а акцент делается на обучение фирм.

Один из возможных подходов к механизму рыночной торговли в АОМ – это введение централизованного рыночного агента, которому участники торговли сообщают не просто значения спроса и предложения, а целиком функции спроса и предложения. Зная все функции, такой агент может рассчитать значение избыточного спроса при любой цене, и его роль может состоять в том, чтобы вычислять цену, соответствующую нулю избыточного спроса, аналитически или численными методами. В частности, вычисляющий равновесную цену агент («Специалист») имеется в модели искусственного фондового рынка, о которой речь идет в параграфе 4.3.

Введение такого агента для моделирования рынков обычных товаров может вызвать те же возражения, что и введение вальрасовского аукциониста. В то же время подобный модельный агент может соответствовать реальному агенту, как в некоторых моделях оптового рынка электроэнергии; см., напр., модель в параграфе 4.6.

Существует ряд агент-ориентированных моделей, в которых нет единой цены, а происходит торговля между парами агентов на тех условиях, о которых стороны между собой договариваются, например, [Albin, Foley, 1992; Garrido, Pacini, 2005; Gintis, 2007, sec. 3; Вороновицкий, 2014]. Данные модели относятся к неким условным экономикам чистого обмена, без производства. Здесь речь идет не о полноценном механизме, применимом для моделирования рынков в достаточно сложной экономике с производством, а об экспериментах, подтверждающих важность рассмотрения рынков, основанных на двусторонних соглашениях агентов.

3.8. Существующие программные средства для агент-ориентированного моделирования

3.8.1. Программное обеспечение агент-ориентированного моделирования

На раннем этапе развития АОМ исследователи еще могли обходиться подручными средствами (как Т. Шеллинг, который перемещал монетки по шахматной доске [Schelling, 1971]), но современное агентное моделирование основано на использовании компьютерных имитационных экспериментов. Для получения экспериментальных результатов требуется выполнить программу, реализующую эту АОМ, на компьютере. Работа программы происходит как неоднократное повторение соответствующих событий, в частности, действий и взаимодействий агентов, приводящих к изменению их переменных состояния. Создание программы требует написания программного кода, который все это реализует. Вспомогательные задачи моделирования, такие как обработка экспериментальных результатов, также выполняются с помощью компьютера.

Программные средства для агент-ориентированного моделирования – это совокупность программного обеспечения, предназначенного для осуществления и поддержки такого моделирования. В [Dibble, 2006] используется термин «вычислительная лаборатория», т. е. используемые элементы программного обеспе-

чения уподобляются оборудованию экспериментальной лаборатории в естественных науках.

Программные средства агент-ориентированного моделирования могут выполнять разные задачи. Во-первых, это построение агент-ориентированной модели, в частности:

- задание множества типов агентов,
- задание взаимосвязей между агентами,
- описание АО системы и агентов с помощью переменных состояния,
- задание порядка событий в модели,
- реализация действий и взаимодействий.

Во-вторых, это задачи, связанные с запуском построенной модели, в частности:

- конфигурирование модели, задание изменяемых параметров,
- использование входных данных для инициализации модели,
- осуществление собственно прогона модели,
- мониторинг и управление ходом прогона модели.

В-третьих, подобное программное обеспечение может выполнять разного рода вспомогательные функции. В частности, это

- отладка программы,
- сбор и подготовка входных данных,
- сбор и предварительная обработка выходных данных,
- визуализация,
- обработка и оценка результатов.

Отдельно можно упомянуть осуществление серии взаимосвязанных имитационных экспериментов.

Для реализации АОМ в виде кода не обязательно использовать специализированные программные продукты. Можно использовать общие языки программирования, такие как C, C++, Java, Python, JavaScript или вычислительные системы общего назначения, такие как R, MATLAB, электронные таблицы. (Обсуждение языков программирования в контексте АОМ см. в [North, Macal, 2009].) То же самое относится и к решению вспомогательных задач. Например, анализ результатов можно осуществлять в одной из статистических программ, визуализацию

можно осуществлять в одной из множества программ, позволяющей строить графики и карты.

В отличие от программных средств общего назначения специальные библиотеки, системы и платформы, нацеленные на агент-ориентированное моделирование, дают пользователю возможность сэкономить усилия благодаря наличию готового инструментария и сфокусироваться на собственно модельных задачах, таких как конструирование модели, проведение и анализ экспериментов.

Среди программных средств агент-ориентированного моделирования особое место занимают так называемые платформы. Платформа агент-ориентированного моделирования – это программная среда, объединяющая разные инструменты моделирования в единую взаимосвязанную систему. Для платформы обязательно наличие как непосредственно средств разработки и исполнения АОМ, так и вспомогательных инструментов, которые интегрированы в платформу. Некоторые из специализированных платформ имеют встроенные средства представления пространства в АОМ. Хорошим подспорьем могут быть встроенные средства визуализации и взаимодействия с базами данных.

Если требуется классифицировать платформы АОМ, то основное разграничение можно провести с точки зрения содержащихся в них инструментов разработки АОМ, представления агентов, среды модели и взаимодействия между агентами. Это разграничение между специализированными инструментами и инструментами, основанными на языках программирования общего назначения. Специализированные инструменты разработки ориентированы только для работы с агент-ориентированными моделями или, более широко, с вычислительными моделями. Они, например, встроены в такие платформы, как NetLogo и Anylogic. Такие инструменты, как правило, проще в освоении для разработчиков, которые не имеют большого опыта программирования.

Если за основу платформы берется язык программирования общего назначения (такой как Java или Python), то средства собственно языка дополняются вспомогательными библиотеками, которые могут решать как основную задачу разработки АОМ, так и вспомогательные задачи. Обычно здесь используется объектно-ориентированный подход, когда различный базовая функцио-

нальность реализована в специализированной библиотеке в виде набора классов (например, абстрактных классов агентов, планировщика задач и т. п.), а конкретное наполнение этих классов свойствами и методами осуществляет разработчик модели.

Использование в качестве основы языка программирования общего назначения дает несколько преимуществ при разработке сложных АОМ. В частности, оно облегчает подключение существующих общих библиотек, например, библиотек, отвечающих за базы данных, машинное обучение, матричные вычисления, визуализацию, геоинформационные системы, построение отчетов и т. п. Кроме того, современный объектно-ориентированный язык программирования за счет абстракции, инкапсуляции, наследования, полиморфизма и других полезных свойств или приемов облегчает реализацию очень сложных многоуровневых систем. В то же время необходимость использования полноценных мощных языков программирования может оказаться непреодолимым препятствием для не очень искушенных в программировании разработчиков моделей.

Платформу GAMA (см. далее) можно рассматривать как некий компромисс между двумя указанными подходами к построению платформ АОМ.

Как правило, при работе с АОМ с небольшим числом агентов или на ранних стадиях разработки модель запускается на одном настольном компьютере и содержит небольшое число взаимодействующих агентов. Это позволяет облегчить конструирование, валидацию и отладку модели. В дальнейшем модель может быть расширена; см. [Macal, North, 2010]. Для существенного увеличения числа агентов и ускорения расчетов используются суперкомпьютеры или распределение вычислений между несколькими компьютерами в сети с использованием дополнительной памяти и процессорных ядер [Окрепилов и др., 2015].

3.8.2. Некоторые существующие программные средства

На сегодняшний день существует большое число различных программных решений для агент-ориентированного моделирования. Далее мы кратко опишем некоторые более распространенные и исторически значимые платформы. Большинство из этих плат-

форм хорошо документировано. Кроме того, все это продукты с открытым исходным кодом за исключением коммерческого продукта Anylogic.

NetLogo – это платформа высокого уровня, которая имеет удобный графический интерфейс, простые средства визуализации, библиотеку готовых моделей, подробную документацию и набор учебных пособий [Wilensky, Rand 2015; Якимов и др., 2017]¹. Она была создана специально для выполнения АОМ, представляющих расположенных в пространстве мобильных агентов. Из-за возможности создавать модели с помощью простого перетаскивания мышью NetLogo часто используют для образовательных целей. В то же время используемый язык программирования (похожий на язык Logo, предназначенный для обучения детей программированию) слишком упрощен для разработки достаточно сложных моделей.

Одна из наиболее ранних платформ **Swarm** стабильна и хорошо организована². Послужила прототипом для более совершенных платформ. Использует язык программирования Objective-C, но есть возможность вызывать библиотеки из Java. Swarm делает упор на моделирование социально-экономических систем (см., напр., [Luna, Stefansson, 2000] о построении экономических и финансовых моделей в Swarm) и имеет средства представления двумерного пространства.

Система **MASON** состоит из набора написанных на языке Java библиотек с открытым исходным кодом [Luke et al., 2005; Luke, 2019]³. Система сконструирована с высоким приоритетом скорости расчетов, включая поддержку параллельных вычислений. Также можно отметить гибкость и расширяемость MASON, возможность разрабатывать сложные крупномасштабные системы с очень большим количеством агентов. В то же время она требует от пользователя хорошего владения языком Java. Платформа MASON включает инструменты для отображения пространства (решеток, непрерывного пространства и сетей), двумерной и трехмерной визуализации, анализа данных.

¹ <https://ccl.northwestern.edu/netlogo/>.

² <http://www.swarm.org/>.

³ <http://cs.gmu.edu/~eclab/projects/mason/>.

Платформа **FLAME** [Coakley, Gheorghe, Holcombe, 2012] построена на основе концепции конечных автоматов (англ. state machines)¹. Автомат переходит из одного состояния в другое посредством переходных функций. Активация агентов и их взаимодействие происходит асинхронным образом, путем рассылки сообщений. FLAME позволяет использовать высокопроизводительные компьютеры и достигнуть высокой скорости расчетов. Это гибкая и расширяемая платформа для сложных экспериментов с большим количеством агентов и взаимодействий. Использование данной платформы технически неподготовленными пользователями может быть затруднено тем, что для спецификации моделей используются языки XML и C. Интересной идеей с точки зрения пространственного моделирования является фильтрация сообщений, в том числе на основе пространственных координат. Однако других специальных средств для моделирования пространства в FLAME нет. Существует расширенный вариант платформы FLAMEGPU, рассчитанный на работу на графических процессорах².

Семейство средств **Repast** (Repast Symphony, Repast HPC, Repast for Python) – состоит из набора библиотек для реализации АОМ.³ Во входящих в эту систему библиотеках есть средства для программирования модели, включая создание агентов, механизм составления расписания в модели, средства представления пространства, инструменты для записи результатов расчетов, для визуализации (графики временных рядов, гистограммы, карты). Есть привязка к географическим информационным системам. Платформа ориентирована на модели в области социальных наук, но не ограничена ими. Платформа Repast имеет интегрированную среду разработки на основе популярной среды Eclipse.

Repast Symphony – это библиотека для агент-ориентированного моделирования, написанная на языке Java; см. [North et al., 2013]. При этом от пользователя не требуется писать код для модели именно на языке программирования Java. Можно использовать более гибкий язык Groovy или упрощенный язык

¹ <http://flame.ac.uk/>.

² <http://www.flamegpu.com/>.

³ <https://repast.github.io/>

ReLogo (аналог языка NetLogo). Все три языка могут совмещаться в одной модели. Также возможно описывать модели в виде специальных диаграмм состояний – statecharts.

Библиотека имеет существенно модульную архитектуру в виде системы пакетов (плагинов), которые могут подключаться и отключаться по мере надобности. Есть плагины для ГИС, для записи данных, для языка ReLogo, для 2D- и 3D-визуализации, для проведения пакетных экспериментов и т. д.

Repast HPC – это высокопроизводительная платформа, использующая язык C++ для реализации примерно тех же функций, что и Repast Simphony; см. [Collier, North, 2013]. Она предназначена для параллельных распределенных вычислений и предполагает довольно высокую квалификацию пользователей.

Repast for Python (Repast4Py) – самый молодой представитель семейства Repast. Как понятно из названия, это набор библиотек на популярном языке программирования Python. В основе лежит Repast HPC, но за счет использования более простого языка программирования Repast4Py подойдет более широкому кругу пользователей.

Anylogic [Лимановская, 2017] – коммерческий продукт для различных видов имитационного моделирования (дискретно-событийное моделирование, системная динамика). В частности, Anylogic включает средства для реализации агент-ориентированных моделей. Имеет развитый графический интерфейс пользователя для удобной разработки и проведения экспериментов. Можно задавать (на языке Java) пользовательский код, реализующий поведение агентов. Существует большое количество различных учебных пособий, описывающих работу с Anylogic. Использование в исследовательских целях ограничено высокой стоимостью продукта и закрытостью исходного кода.

GAMA – платформа моделирования, направленная на пространственные АОМ¹. Имеет удобную среду разработки, позволяющая проектировать и реализовывать модели, а также проводить, визуализировать и анализировать имитационные эксперименты с этими моделями с помощью графического интерфейса. Это мощная, многофункциональная и мультипарадигмальная

¹ <https://gama-platform.org/>.

платформа, имеющая широкий спектр встроенных инструментов (в том числе инструменты для инициализации агентов на основе ГИС и других источников данных) и позволяющая работать с миллионами агентов.

Особенностью GAMA является высокий уровень абстракции и акцент на декларативный, а не императивный стиль программирования. Фактически, для реализации модели от пользователя прежде всего требуется описать ее составляющие на специально разработанном для этой платформы языке GAML. GAML позиционируется как высокоуровневый и интуитивно понятный язык описания агентных моделей. В качестве источников GAML указываются объектно-ориентированные языки Smalltalk и Java.

В GAML не только модельные сущности, но и системы, процессы, имитационные эксперименты и визуализация представляются как агенты. В целом для агентов в GAML характерна многослойность, в частности, агенты сами могут быть представлены моделями, например, конечными автоматами или обыкновенными дифференциальными уравнениями. Классы агентов называются породами (*species*) и обладают атрибутами, возможными действиями (*actions*) и линиями поведения (*behaviors*). Для популяции данной породы задаются топология и расписание (*schedule*). С помощью GAML описываются и обычные породы агентов, и структура модели, и прочие аспекты моделирования, такие как эксперименты и пакеты экспериментов.

Mesa – это сравнительно новая платформа, уже завоевавшая популярность. Она позволяет быстро создавать модели и обладает большой гибкостью. Платформа представляет собой библиотеку, написанную на популярном скриптовом языке Python¹. Модель создается по готовой схеме с использованием содержащихся в библиотеке модулей. Для агентов создаются классы, содержащие свойства агентов, метод-конструктор, методы, определяющие поведение. Для модели определяется класс, содержащий переменные состояния модели и метод-конструктор. Как агент, так и модель имеют методы *step*, которые задают порядок событий в модели на каждом шаге. Модель можно запустить как в режиме отдельного прогона, так и в пакетном режиме. Есть специальные

¹ <https://mesa.readthedocs.io/en/stable/>.

функции для сбора данных в процессе работы модели. Данные могут отправляться через сервер в браузер для отображения модели с помощью Javascript. В браузере создаются элементы графического интерфейса для модели и элементы визуализации. Платформа имеет развитые средства визуализации.

Приведенный обзор затрагивает только малую часть имеющихся программных средств AOM. Более полное представление можно получить из обзоров [Railsback, Lytinen, Jackson, 2006; Nikolai, Madey, 2009; Allan, 2010; North et al., 2013; Kravari, Bassiliades, 2015; Abar et al., 2017; Бахтизин, Брагин, Макаров, 2022]. Список различного программного обеспечения для агент-ориентированного моделирования можно найти на портале CoMSES¹.

3.9. Программная архитектура агент-ориентированных моделей

В этом разделе проводится анализ агент-ориентированного подхода к моделированию с точки зрения его требований к программной архитектуре². Проанализирован выбор парадигмы программирования и шаблона проектирования, сформулированы наиболее удачные принципы проектирования программной архитектуры. В этом анализе был учтен как опыт различных существующих программных решений, так и опыт, полученный при разработке собственных AOM.

Сделанный ниже вывод о преимуществе объектно-ориентированного метода программирования при разработке AOM не является чем-то новым в литературе по агентному моделированию; см., напр., [Dibble, 2006]. Однако имеются определенные сложности с использованием этого метода [Borrill, Tesfatsion, 2011, p. 255]. Мы предлагаем ряд решений, помогающих сделать процесс написания и модификации программного

¹ <https://www.comses.net/resources/modeling-frameworks/>.

² При написании данного параграфа частично использовалась работа [Минаков, Цыплаков, 2018], особенно в части обсуждения объектно-ориентированного подхода. Механизм рассылки сообщений с двумя стеками является разработкой автора диссертации.

кода АОМ более удобным и гибким. Один из основных тезисов состоит в том, что с точки зрения организации последовательности событий и процессов при работе АОМ большие преимущества может дать механизм рассылки сообщений между агентами, реализованный в виде двух стеков. Преимущества использования двух стеков проиллюстрированы на простом примере. Кроме того, рассмотрены вопросы инициализации модели и организации ее этапа активности.

3.9.1. Объектно-ориентированный подход к программной реализации АОМ

При проектировании архитектуры АОМ со сложной структурой в первую очередь требовалось сделать фундаментальный выбор парадигмы программирования с точки зрения того, насколько она подходит для решения поставленной задачи, в нашем случае – для реализации экономических агент-ориентированных моделей со сложной структурой.

На сегодняшний день двумя наиболее распространенными подходами являются функциональный и объектно-ориентированный. Довольно естественно, что выбор здесь не в пользу функционального подхода. Дело в том, что функциональное программирование рассматривает вычисление как применение к данным ветвящихся цепочек вызывающих друг друга функций. Для решения поставленной задачи с помощью функционального программирования нам было бы необходимо создать набор функций, охватывающий все возможные аспекты работы АОМ, включая структуру взаимодействий агентов и порядок происходящих процессов. При этом в чисто функциональном программировании нет как таковых переменных, моделирующих ячейки памяти [Себеста, 2001]. С одной стороны, это приводит к тому, что вызов функции не влечет побочных эффектов. С другой стороны, это свойство плохо вписывается в логику агент-ориентированного моделирования, поскольку при функциональном подходе не получится в явном виде хранить переменные состояния. Также в рамках функциональной парадигмы довольно сложно реализовать взаимодействие между агентами. Таким образом, данный подход является не очень удобным в реализации.

В то же время можно утверждать, что объектно-ориентированный подход хорошо ложится на идеологию агент-ориентированного моделирования и дает ряд явных преимуществ. По словам авторов протокола ODD, объектно-ориентированное программирование «в настоящее время является естественной платформой для реализации АОМ» [Grimm et al., 2010]; см. также [Axtell, Epstein, 1999].

В основе объектно-ориентированного программирования (ООП) лежит понятие объекта. Объект – это некоторая сущность, которая обладает состоянием, поведением и индивидуальностью [Буч и др., 2008, с. 109]. Анализ этих свойств позволяет понять, почему агента можно представить в виде объекта.

Под *состоянием* объекта понимают набор его свойств и их значений на определенный момент. При задании агентов в рамках АОМ вполне естественно наделять их некоторым набором переменных состояния. При инициализации агента задаются начальные значения характеризующих его переменных. Далее эти значения могут изменяться на каждом шаге работы модели. Например, агент-фирма может описываться такими переменными, как объем и цена продукции, прибыль, количество работников, уровень заработной платы. То есть как объект в ООП, так и агент в АОМ могут иметь некоторое состояние.

Под *поведением* объекта понимается то, как он взаимодействует с другими объектами и изменяет свое состояние в процессе существования. Агент в АОМ тоже характеризуется некоторым поведением, которое изменяет его собственное состояние и влияет на других агентов. Например, агент-фирма в каждый период может принимать решения по увольнению и найму работников. Эти решения, с одной стороны, влияют на статус агентов-домохозяйств, а с другой стороны, меняют количество занятых на фирме работников.

Последнее свойство объекта, *индивидуальность* (идентичность), говорит о том, что каждый объект уникален и сохраняет преемственность. Даже если два объекта имеют совпадающие состояния, они считаются различными. С другой стороны, даже если объект в процессе работы программы полностью поменяет свое состояние, он остается по-прежнему тем же объектом. Есте-

ственно, что любой агент в АОМ обладает этим свойством по самому смыслу данного подхода.

Получается, что любого агента, входящего в агент-ориентированную модель, можно представить в виде объекта, а значит, к программной реализации АОМ можно применить объектно-ориентированный подход.

Заметим, что в программной реализации АОМ объектами могут быть не только агенты. Если применяется ООП, то может быть удобным использовать объекты и для реализации вспомогательных задач. Например, если поведение агента реализуется алгоритмом машинного обучения, то данная функциональность может быть представлена в форме объекта. Также можно реализовывать с помощью объектов общесистемные задачи, такие как передача сообщений (см. ниже), подготовка выходной информации, визуализация и т. п.

В [Себеста, 2001, с. 456] суть ООП описывается как решение задач «с помощью идентификации соответствующих реальных объектов и обработки, требуемой для этих объектов; и последующем моделировании этих объектов, их процессов и необходимых связей между ними».

Кроме понятия объекта вводится также понятие класса, то есть типа, описывающего некоторое множество схожих объектов. Класс – это как бы «чертеж», по которому создаются объекты при работе программы [Вайсфельд, 2014]. Согласно определению, приведенному в [Буч и др., 2008, с. 69] при использовании ООП программа представляется как совокупность взаимодействующих объектов, «каждый из которых является экземпляром определенного класса, а классы являются членами определенной иерархии наследования».

3.9.2. Агент-ориентированное моделирование и объектная модель

Основой объектно-ориентированного стиля программирования является объектная модель. Согласно [Буч и др., 2008], её основные элементы – это абстракция, инкапсуляция, модульность и иерархия. Рассмотрим каждый из них с точки зрения особенностей агент-ориентированного моделирования.

Первым элементом является *абстракция*. В целом абстракция в программировании – это «возможность определять, а затем использовать сложные структуры или операции, игнорируя при этом многие детали» [Себеста, 2001, с. 37]. В контексте ООП [Буч и др., 2008] определили абстракцию как существенные свойства объекта, четко очерчивающие его границы и отличающие его от других объектов, а также как сосредоточение внимания на этих свойствах. В типичной АОМ класс агентов определенного типа может рассматриваться именно как подобного рода абстракция, но можно выделять и другие подходящие абстракции. Для АОМ экономики региона, например, мы можем выделить такие абстракции как фирма, домохозяйство, региональное правительство, дорожная сеть, рынок труда, центр сбора статистики и т. п.

Вторым элементом ООП является *инкапсуляция*. В традиционном понимании инкапсуляция – это «способ объединения в единое целое подпрограмм и данных, которые они обрабатывают» [Себеста, 2001, с. 431]. Понятно, что подобное единство переменных состояния агента и методов (процедур), реализующих его поведение, может быть важным для реализации агента на уровне программного кода. Как указывают Акстелл и Эпстейн [Axtell, Epstein, 1999] «агент-ориентированные модели естественным образом реализуются с использованием объектов, если интерпретировать данные объекта как информацию о состоянии агента, а функции объекта как правила поведения агента».

[Буч и др., 2008] придерживаются несколько другого понимания термина «инкапсуляция», рассматривая последнюю как разделение в рамках абстракции структуры и поведения, интерфейса и его реализации. Для агента в АОМ мы можем задать воздействия, получаемые извне, в том числе от других агентов, на которые он реагирует. Программно это может быть реализовано с помощью внешнего интерфейса агента. Когда агент получает воздействие через интерфейс, он реагирует на него некоторым образом, но детали реализации скрыты в его собственных процедурах.

Например, фирма может предложить вакансию домохозяйству, выслав ему сообщение в заданном формате. Обязательства абстракции «Домохозяйство» должны включать прием сообщений в данном формате. Домохозяйство, в свою очередь, должно,

исходя из своих свойств и целей, принять или отклонить предложение. Что оно выберет, определяется только содержанием принятого сообщения и внутренними процедурами данной абстракции. Что касается абстракции «Фирма», то, с одной стороны, она сама не может повлиять на это решение, прямо меняя состояние домохозяйства, а с другой стороны, ее собственное состояние не зависит от деталей принятия решения домохозяйством, только от результата, полученного через соответствующий интерфейс.

В целом, если бы программная архитектура допускала изменение состояния одного агента процедурами другого агента непосредственно, а не через специально предназначенный для этого внешний интерфейс, то это в определенном смысле противоречило бы автономности агентов в АОМ. Таким образом, инкапсуляцию можно рассматривать как одно из важнейших требований к программной архитектуре АОМ.

Ещё одним элементом объектно-ориентированного стиля является *модульность*, то есть возможность разложить программный код на слабо связанные между собой модули [Буч и др., 2008]. Модульность реализации АОМ облегчает ее разработку и развитие. Например, подпрограммы, реализующие похожие вспомогательные функции (например, работу с базами данных), можно поместить в единый модуль. Также базовые абстрактные классы агентов можно объединить в один модуль, а классы агентов, реализующих конкретную модель, собрать в другой модуль, который будет ссылаться на первый через предоставляемые интерфейсы.

Важным элементом объектно-ориентированного подхода является *иерархия*, то есть организационная структура, в которой абстракции ранжированы по уровням. Основные отношения, создающие иерархию, – это «общее – частное» и «целое – часть». Как это может проявляться в агент-ориентированной модели?

В АОМ экономики региона агент «Экономика региона» с одной стороны и фирмы, домохозяйства, дорожная сеть, рынок труда с другой находятся в отношении «целое – часть» (рис. 22). Это, в частности, на уровне программного кода проявляется в том, что при инициализации объекта «Экономика» он создает входящие в него объекты («Домохозяйства» и т. д.) и запускает процесс их инициализации.

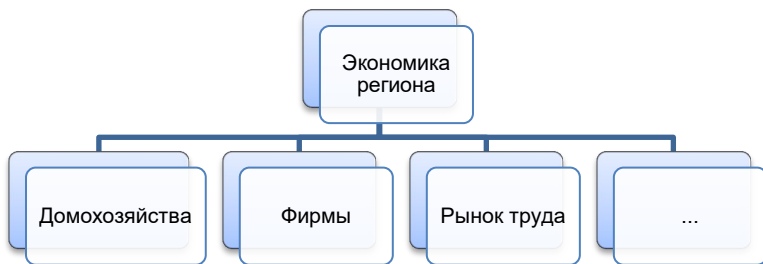


Рис. 22. Отношение «целое-часть»

Для библиотек агентного моделирования или сложных моделей, содержащих много типов агентов, важным приемом, облегчающим разработку, является иерархия наследования. *Наследование* – это проявление отношения «общее-частное». Как правило, здесь имеется в виду отношение наследования между классами, когда класс-наследник (подкласс) использует атрибуты или методы, определенные в классе-родителе (суперклассе) (или в нескольких классах-родителях при множественном наследовании). Обычно классы более высокого уровня являются абстрактными, а классы более низкого уровня наполняются конкретным содержанием. В частности, можно переопределить метод родительского класса, используя внутри метода класса-наследника одноименный метод родительского класса и добавив к нему дополнительные операции.

В программной реализации АОМ естественно сделать так, чтобы все агенты являлись наследниками базового класса – агента (рис. 23). Например, при использовании сообщений для управления агентами каждый агент должен знать, как можно отправить сообщение нужному адресату, т. е. он должен знать о диспетчере сообщений. Кроме того, должна существовать ответственность агента получать сообщения и некоторым образом реагировать на них. Значит, каждый из агентов, являющийся наследником класса «Агент», будет обладать данной функциональностью. Разница лишь в том, что каждый класс может по-разному реализовывать эту ответственность, т. е. реагировать на полученное сообщение.

При развитии АОМ может понадобиться усложнить иерархию классов. Например, у класса «Фирма» можно определить два класса-наследника: «Коммерческая фирма» и «Госпредприятие».

Объекты этих классов будут отличаться поведением по выбору объема и цены продукции, но могут унаследовать от общего предка, например, одинаковое поведение на рынках производственных факторов (сырья и материалов, труда). Таким образом, наследование облегчает модификацию АОМ.

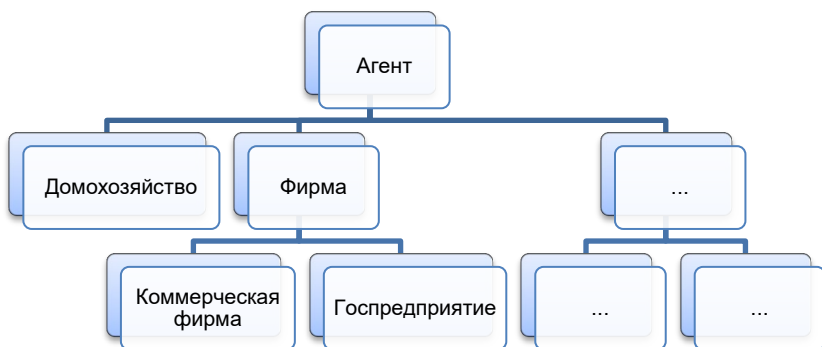


Рис. 23. Иерархия агентов

3.9.3. Организация работы программы посредством рассылки сообщений

При рассмотрении ООП часто сообщения отождествляют с методами объектов. «В программах, написанных в объектно-ориентированном стиле, события связаны с воздействием на объекты (т. е. с передачей объектам определенных сообщений). Выполнение операции над объектом вызывает у него определенную реакцию. Поведение объекта полностью определяется операциями, которые над ним можно выполнять, и его реакцией на внешние воздействия» [Буч и др., 2008].

Мы предлагаем для разработки АОМ использовать архитектуру, основанную на рассылке сообщений с двумя стеками. В этой конструкции сообщения играют особую роль, не являясь просто вызовом методов объектов, как в стандартном ООП.

Прежде чем рассмотреть рассылку сообщений с двумя стеками, отметим, что сама по себе рассылка сообщений не является чем-то новым и используется в ряде агент-ориентированных мо-

делей и платформ. Так, к примеру, в модели ASPEN [Basu, Pryor, Quint, 1998] каждый период делится на несколько этапов. В течение этапа агенты поочередно (по одному разу за этап) получают сообщения и автономно предпринимают те или иные допустимые действия в зависимости от текущего состояния. Например, если агент-автопроизводитель платит подоходный налог $\$x$, то он списывает со своего счета эту сумму и отправляет правительству сообщение «я плачу налог в размере $\$x$ ». Когда наступает очередь агента-правительства, он получает данное сообщение и зачисляет на свой счет сумму $\$x$.

Другой пример использования сообщений в АОМ – это вычислительная система FLAME, на которой, в частности, была реализована модель Eurace [Deissenberg, Hoog, Dawid, 2008]. Все взаимодействия между агентами в системе FLAME происходят только через передачу сообщений. Внутреннее состояние агента защищается от внешнего доступа. Агент активируется только в результате получения сообщений, и поведение агента зависит только от его состояния. Подобная архитектура FLAME объясняется направленностью ее на параллельные вычисления. Близкая по происхождению модель Eurace@Unibi также использует FLAME. Как объясняется в [Dawid et al., 2012], в Eurace@Unibi сообщения выставляются на общую доску сообщений. Отправитель сообщения указывает, какие агенты могут его прочитать. Агенты ежедневно проверяют доску объявлений, собирая относящиеся к ним сообщения.

В рамках предлагаемой нами архитектуры программа, реализующая агент-ориентированную модель, включает три базовых класса:

- агент,
- агент-ориентированная система (АО система),
- диспетчер сообщений.

АО система и диспетчер существуют в единственном экземпляре. АО система содержит всех агентов и является владельцем диспетчера сообщений. Функциональность объектов перечисленных классов реализуется в виде отдельных *методов* (процедур), которые им принадлежат. Работа агентов и АО системы реализована схожим образом, поэтому сказанное далее об агентах в равной мере относится и к АО системе.

Процесс обмена сообщениями через диспетчера следует шаблону проектирования *«Посредник»*, основная идея которого заключается в том, что каждый объект знает только о посреднике, который в свою очередь знает обо всех остальных [Гамма и др., 2015]. Преимущество данного решения состоит в том, что мы ослабляем зацепление (то есть алгоритмическую взаимозависимость) между агентами.

При выполнении того или иного метода агент воздействует на других агентов при помощи рассылки сообщений этим агентам. Здесь принципиально важно, что сообщения рассылаются лишь после того, как тот метод, в рамках которого они созданы, уже завершился и вернул управление диспетчеру. Разосланные сообщения попадают к агентам-получателям и, в свою очередь, запускают их методы. Таким образом, деятельность одного агента приводит по принципу домино к побуждению к действиям других агентов.

В этом механизме отправитель сообщения после отправки уже не влияет на дальнейшую обработку сообщения. Все решения о том, как реагировать на сообщение, принимаются агентом-получателем. Тем самым, зацепление между агентами становится минимальным. (Заметим, что при необходимости можно не следовать строго механизму взаимодействия через рассылку сообщений и шаблону *«Посредник»* и допускать взаимодействия между агентами без посредничества диспетчера.)

Каждый агент должен обладать методом (`push_Message`), реализующим составление сообщений и отправку их диспетчеру. Кроме того, каждый агент должен обладать методом (`receive_Message`), реализующим получение сообщения и запуск того своего метода, который указан в сообщении.

Структура рассылаемых сообщений включает следующие 4 поля:

- `Destination` – получатели сообщения,
- `Type` – тип сообщения – это метод агента-получателя, которому передается сообщение,
- `Contents` – содержание сообщения,
- `Sender` – отправитель сообщения.

В поле `Destination` указываются получатели. Предусматриваются следующие варианты для получателей:

- один агент, для которого указывается идентификатор,
- группа агентов, для которой указывается название группы,
- АО система.

Если в качестве получателя указан один агент, то диспетчер просто посылает сообщение этому агенту (т. е. вызывает метод `receive_Message` агента). Если получатель – группа агентов, то диспетчер рассылает сообщения соответствующим агентам в цикле.

Сообщения пересылаются через посредство диспетчера сообщений. Объект-диспетчер имеет следующие поля:

`ExecutionStack` – стек исполнения,
`InterimStack` – промежуточный стек,
`Agents` – список агентов,
`AgentGroups` – список групп агентов.

Агенты в списке `Agents` помечены уникальными идентификаторами, которые позволяют посылать им индивидуальные сообщения. Список групп `AgentGroups` служит для рассылки сообщений группам. Например, в конкретной АОМ это могут быть группы Домохозяйства, Фирмы и т. д.

Когда агент отправляет сообщение методом `push_Message`, оно попадает в промежуточный стек `InterimStack` диспетчера. В промежуточном стеке хранятся те сообщения, которые отправлены группой агентов (или отдельным агентом) на текущем этапе исполнения. При этом до конца этапа сообщения только добавляются, но не убираются. Когда исполняется метод очередного агента, отправленное сообщение добавляется на вершину стека. По окончании текущего этапа исполнения управление возвращается к диспетчеру, который дальше работает с имеющимися у него сообщениями в двух стеках.

Схема работы стеков диспетчера изображена на рис. 24. От отправителя сообщения попадают в промежуточный стек. Там они располагаются в перевернутом порядке (ранее высланные находятся ниже). После того как управление возвращается к диспетчеру, сообщения перекладываются из промежуточного стека

в стек исполнения. При этом их порядок опять переворачивается. Потом берется верхнее сообщение из стека исполнения и отправляется получателю (получателям).

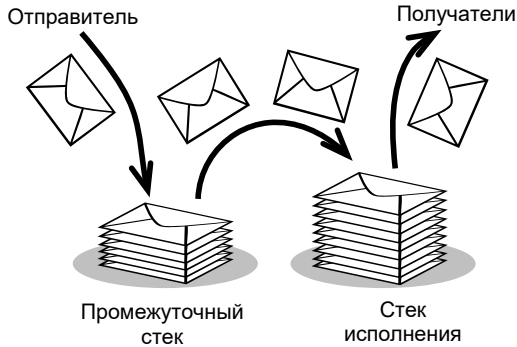


Рис. 24. Работа структуры из двух стеков

Необходимость использования структуры из двух стеков, а не одного стека или одной очереди объясняется следующими соображениями.

Пусть действия, исполняемые агентами в течение периода, состоят из двух этапов: Этап А и Этап В. Далее каждый этап разбивается на два действия – этап N состоит из Действия N.1 и Действия N.2.

Если для реализации данных действий использовать очередь, то придется в самом начале заполнить очередь четырьмя действиями:

(конец очереди) Действие В.2,

Действие В.1,

Действие А.2,

Действие А.1 (начало очереди).

Однако при таком подходе теряется гибкость программирования. Здесь надо, фактически, заранее задать последовательность действий в духе прямолинейного императивного программирования. Тогда, во-первых, теряется разбиение на этапы. Во-вторых, нельзя поменять расписание действий по ходу его выполнения.

Более гибкий подход к программированию последовательности действий состоял бы в следующем:

1) Планируется выполнение двух этапов: сначала Этап А, потом Этап В.

2) При наступлении Этапа А планируется выполнение двух действий: сначала Действие А.1, потом Действие А.2.

3) При наступлении Этапа В планируется выполнение двух действий: сначала Действие В.1, потом Действие В.2.

Можно реализовать это при помощи одного стека сообщений. При этом будет происходить следующее:

1) АО система добавляет в стек сначала сообщение об Этапе В, а затем об Этапе А.

2) Сообщение об Этапе А лежит сверху. Диспетчер убирает его из стека и отправляет получателю.

3) Получивший это сообщение агент добавляет в стек сначала сообщение о Действии А.2, а затем о Действии А.1.

4) Сообщение о Действии А.1 лежит сверху. Диспетчер убирает его из стека и отправляет получателю. Получатель исполняет действие.

5) Сообщение о Действии А.2 лежит сверху. Диспетчер убирает его из стека и отправляет получателю. Получатель исполняет действие.

6) Сообщение об Этапе В лежит сверху. Диспетчер убирает его из стека и отправляет получателю.

Далее Этап В проходит по аналогии с Этапом А.

Из этого примера виден серьезный недостаток варианта с одним стеком. А именно, сообщения в стек приходится добавлять в противоположном порядке.

При использовании двух стеков сообщения можно добавлять в стек в естественном порядке, поскольку сначала они добавляются в промежуточный стек, а затем перемещаются в стек исполнения, и при этом их порядок меняется на противоположный. Таким образом достигается удобство, естественность и поэтапность при программировании АОМ. Благодаря этому разработка достаточно сложной модели становится доступной даже человеку, не обладающему профессиональными навыками программиста.

Для иллюстрации работы двух стеков используем немного более сложный пример. Пример может использоваться для первоначального тестирования разрабатываемой программной реализации АОМ. При тестировании на каждом этапе работы программы следует проверять содержимое двух стеков.

Пример: Выполнение заданий работниками

Пусть в течение периода агенты А и В класса ClerkClass типа "Clerk" (работники) выполняют какие-то задания (пишут отчеты), агент класса ChiefClass типа "Chief" (руководитель) проверяет сданные отчеты, а после окончания периода начисляется зарплата. Sys – это АО система, содержащая агентов А, В и Chief. У агентов и системы имеются следующие методы:

`Sys.start_Period() :`

Добавляются два сообщения в том порядке, в каком происходят события в течение периода:

`push_Message("Clerk", "do_Task")`

`push_Message("Chief", "inspect_Tasks")`

`Sys.end_Period() :`

Система заглядывает в ведомость и вычисляет общую сумму зарплаты

`ClerkClass.do_Task() :`

Работник выполняет задание (Task) и высылает в сообщении руководителю:

`push_Message("Chief", "receive_Task", Task)`

`ChiefClass.start_Period() :`

Руководитель готовит пустую папку для отчетов и ведомость.

`ChiefClass.receive_Task(Task) :`

Руководитель складывает полученный отчет Task в папку

`ChiefClass.inspect_Tasks() :`

Руководитель проверяет все отчеты из папки и по результатам записывает величину зарплаты в ведомость

В течение периода происходят следующие события и изменения в содержимом стеков диспетчера.

Стеки диспетчера до начала периода:

Ø

`InterimStack`

`[Sys, start_Period]`

`[Sys, end_Period]`

`ExecutionStack`

Выполняется `start_Period` и системой создаются два соответствующих сообщения.

<code>[Chief, inspect_Tasks]</code>	
<code>[Clerk, do_Task]</code>	<code>[Sys, end_Period]</code>
InterimStack	ExecutionStack

Происходит переключивание сообщений из `InterimStack` в `ExecutionStack`.

	<code>[Clerk, do_Task]</code>
	<code>[Chief, inspect_Tasks]</code>
$\emptyset$	<code>[Sys, end_Period]</code>
InterimStack	ExecutionStack

Начинается рассылка верхнего сообщения из стека исполнения (`do_Task`) работникам группы `Clerk`: сначала А, потом В.

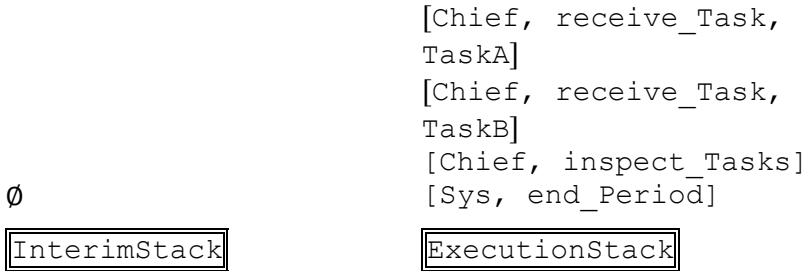
Работник А выполняет задание (`TaskA`) и отправляет руководителю.

<code>[Chief, receive_Task,</code> <code>TaskA]</code>	<code>[Chief, inspect_Tasks]</code> <code>[Sys, end_Period]</code>
InterimStack	ExecutionStack

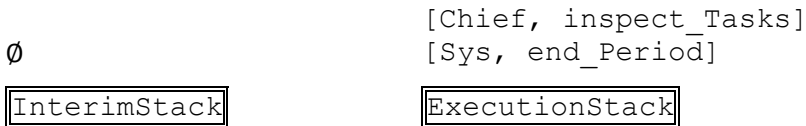
Продолжается рассылка сообщения типа `do_Task`. Теперь очередь работника В. Работник В выполняет задание (`TaskB`) и отправляет руководителю.

<code>[Chief, receive_Task,</code> <code>TaskB]</code>	
<code>[Chief, receive_Task,</code> <code>TaskA]</code>	<code>[Chief, inspect_Tasks]</code> <code>[Sys, end_Period]</code>
InterimStack	ExecutionStack

Рассылка `do_Task` работникам группы `Clerk` закончена. Происходит переключивание сообщений из `InterimStack` в `ExecutionStack`.



Диспетчер по очереди (сначала `TaskA`, потом `TaskB`) высылает руководителю два сообщения типа `receive_Task` с вершины стека исполнения. Руководитель складывает полученные задания в папку.



Теперь диспетчер высылает руководителю сообщение типа `inspect_Tasks`, которое находится на вершине стека исполнения. Руководитель проверяет два задания, находящиеся в папке, и записывает величину зарплаты в ведомость.



Теперь диспетчер высылает системе сообщение типа `end_Period`. Система вычисляет суммарную зарплату, и работа программы в данном периоде останавливается, поскольку оба стека пусты.

Если в программе реализовано заикливание (см. далее), то в стеке останется еще одно сообщение, приводящее к выполнению метода, который может поместить в стек очередные сообщения `start_Period`, `end_Period`, начав тем самым новый период.

3.9.4. Инициализация модели и этап активности

Ранее мы разделили работу АОМ на два этапа: этап инициализации и этап активности. В свою очередь, этап инициализации модели мы предлагаем условно разделить на две части – мягкая инициализация и жесткая.

Инициализация модели

Под *жесткой инициализацией* понимается процесс задания базовых неизменяемых свойств. Например, для агента-домохозяйства такими свойствами могут являться размер и состав домохозяйства, коэффициенты функции полезности, место жительства и т. п. Для фирмы это может быть отраслевая принадлежность, размер, местоположение производства и т. п.

При жесткой инициализации АО системы (метод `initialize`) она создает входящих в модель агентов (за это отвечает метод-конструктор соответствующего класса), добавляет их в список диспетчера и заполняет те или иные переменные состояния создаваемых агентов. Далее по ходу инициализации она вызывает методы, инициализирующие агентов (методы `initialize`). Те состояния, которые не были ранее заданы АО системой, могут быть заданы в методах самих агентов.

Для осуществления инициализации модели метод `initialize` АО системы должен использовать входную информацию, передаваемую через аргумент `Options`. Предполагается, что при формировании структуры `Options` используется входная информация программы (загружаемая из файлов на диске или из базы данных).

Под *мягкой инициализацией* понимается задание переменных, которые изменяются в процессе существования объекта. Такими переменными могут являться место работы и заработная плата членов домохозяйства, цена продукции и число работников фирмы. Основной целью мягкой инициализации является задание переменных на некотором разумном уровне, чтобы модель с самого начала могла работать достаточно устойчиво. Например, если задаются текущие доходы домохозяйств в модели, где эти доходы могут меняться, то желательно, чтобы первоначальное распреде-

ление доходов по домохозяйствам было правдоподобным. Такое распределение можно взять, например, из реальной статистики, предварительных экспериментов с моделью или из теоретических свойств экономической модели.

Мягкая инициализация АО системы (метод `initialize_soft`) запускается в конце метода `initialize`. Мягкая инициализация системы вызывает методы мягкой инициализации агентов.

В программной реализации как жесткой, так и мягкой инициализации желательно предусмотреть средства, облегчающие пользователю работу с АОМ. Если какие-то свойства агентов не указаны явно, то они должны инициализироваться на некотором разумном дефолтном уровне. Например, пусть при инициализации домохозяйства явно задан доход предыдущего периода ($t = 0$). Однако алгоритм принятия решения о трудоустройстве может требовать информацию о доходах за более ранние периоды ($t = -1$ и -2). Эти переменные можно, например, инициализировать установленным значением дохода предыдущего периода.

Этап активности модели

Этап активности модели (т. е. собственно имитационные расчеты по модели, когда агенты действуют и взаимодействуют) происходит путем асинхронного обмена сообщениями. Непосредственные вызовы одними агентами методов других агентов на этом этапе не допускаются. В этом принципиальное отличие этапа инициализации и этапа активности на уровне кода.

Активация агента (исполнение одного из его методов) происходит после получения соответствующего сообщения. В частности, это может быть сообщение о начале периода (см. далее).

Метод `run` диспетчера позволяет запустить АОМ. Для этого надо в `InterimStack` отправить с помощью `push_Message` одно или несколько сообщений для «затравки» работы модели. Диспетчер работает, рассылая сообщения из стека исполнения. Агенты, получая сообщения, реагируют на них и по очереди пополняют `InterimStack`. После окончания процесса реакции агентов-получателей на сообщение сообщения из `InterimStack` переключаются в `ExecutionStack`. Верхнее сообщение из

InterimStack удаляется (pop) и добавляется наверх ExecutionStack (push). Более подробное описание этого процесса см. выше.

Обычно удобно представить этап активности модели в виде последовательности периодов $t = 0, 1, 2, \dots$, так как одна из важных прикладных задач – проследить, как изменяются определенные выходные показатели с течением времени. Таким образом, движение по времени происходит квантами – на один шаг (период).

Этап активности модели в виде последовательности периодов реализован также при помощи сообщений. Выполняется метод run_NPeriods АО системы, который устанавливает номер периода $t = 0$, выполняет инициализацию АО системы и добавляет в стек два сообщения: о запуске нулевого периода (run_Period0) и о заиклиивании (cycle_NPeriods). Далее запускается диспетчер, и модель начинает работать.

Когда очередь доходит до метода заиклиивания cycle_NPeriods, он увеличивает номер периода на 1, добавляет сообщения о начале и конце периода, а после этого добавляет сообщение cycle_NPeriods в том случае, если еще не прошло нужное количество периодов.

Период $t = 0$ является особым (используется сообщение run_Period0). Во время него не предполагается выполнение агентами обычных действий, но можно предусмотреть какие-то особые действия агентов, связанные с началом работы модели. Например, здесь можно выполнить действия, связанные со сбором статистики и визуализацией.

Порядок действий в течение типичного периода $t = 1, 2, \dots$ формируется за счет реакции АО системы на два сообщения, которые добавляются в стек в каждый период: сообщение о начале периода (start_Period) и сообщение о конце периода (end_Period).

Метод start_Period АО системы посылает в стек сообщения, которые формируют основную последовательность событий и действий, которые происходят в течение периода, т.е. между началом и концом периода. Также start_Period АО системы рассылает аналогичное сообщение start_Period всем агентам.

После того как множество находящихся в стеке исполнения внутрипериодных сообщений становится пустым, очередь доходит до сообщения об окончании временного периода.

В свою очередь, `end_Period` АО системы рассылает аналогичное сообщение `end_Period` всем агентам. Но в `end_Period` уже нельзя посылать какие-либо другие сообщения. Данный метод, в частности, можно использовать для подведения итогов периода, расчета разных итоговых показателей, в частности, статистики по модели, формирования выходных данных для пользователя и визуализации работы модели. После этого начинается новый период.

Общая схема работы модели в «штатном» режиме представлена на рис. 25.



Рис. 25. Функционирование модели

3.10. Составление таблиц и визуализация при работе с АОМ

В целом можно сказать, что в имитационном моделировании графики и таблицы используются как средство коммуникации и оценки результатов работы модели.

Среди основных проблем при анализе результатов агент-ориентированного моделирования [Lee et al., 2015] называют следующие темы:

- 1) определение количества прогонов модели и проверка гипотез,
- 2) изучение пространства решений и анализ чувствительности,
- 3) обработка выходных данных АОМ во времени и пространстве.

Также они упоминают донесение результатов моделирования до внешних заинтересованных сторон (stakeholders). При решении указанных задач может помочь удобное и информативное представление результатов моделирования.

Здесь мы обсудим представление результатов в виде графиков и таблиц при работе с АОМ на примере программы LazPlot, написанной автором (рис. 26). Наличие соответствующего дополнительного программного обеспечения значительно облегчает работу с моделью как на этапе ее разработки, так и на этапе анализа результатов. Также обсудим здесь использование общего статистического программного обеспечения – языка программирования R.

Агенты					
ID20230203160908					
Экономическая система АОМММ 1					
Пенсионный фонд 2					
Правительство 3					
Гос. компания 4	вид блага PubGood	владелец 3	макрорегион 1	координаты 55.8° с.ш.	37.6° в.д.
Гос. компания 5	вид блага PubGood	владелец 3	макрорегион 2	координаты 56.8° с.ш.	60.6° в.д.
Гос. компания 6	вид блага PubGood	владелец 3	макрорегион 3	координаты 55.0° с.ш.	82.9° в.д.
Транспортная гос. компания 7	макрорегион 1	координаты 55.8° с.ш.	37.6° в.д.		
Рынок транспорта 8					
Региональное правительство 1 9					
Гос. компания 10	вид блага RegPubGood	владелец 9	макрорегион 1	координаты 55.8° с.ш.	37.6° в.д.
Региональное правительство 2 11					
Гос. компания 12	вид блага RegPubGood	владелец 11	макрорегион 2	координаты 56.8° с.ш.	60.6° в.д.
Региональное правительство 3 13					
Гос. компания 14	вид блага RegPubGood	владелец 13	макрорегион 3	координаты 55.0° с.ш.	82.9° в.д.
Домохозяйство 15	E	UM=0.5	NMembs=2	регион 1	макрорегион
Домохозяйство 16	P	UM=0.45368620037807	NMembs=2	регион 3	макрорегион
Домохозяйство 17	E	UM=0.49149330374291	NMembs=2	регион 3	макрорегион
Домохозяйство 18	E	UM=0.3328670491493	NMembs=3	регион 3	макрорегион
Домохозяйство 19	E	UM=0.56710775047259	NMembs=2	регион 3	макрорегион
Домохозяйство 20	U	UM=0.27777777777778	NMembs=4	регион 4	макрорегион
Домохозяйство 21	E	UM=0.59027777777778	NMembs=2	регион 4	макрорегион
Домохозяйство 22	U	UM=0.625	NMembs=2	регион 5	макрорегион

Рис. 26. Список агентов в программе LazPlot

3.10.1. Использование временных рядов

Как правило, основную выдачу АОМ можно представить в виде некоторого набора временных рядов

$$(Y_{tj})_{t=0,\dots,T,j=1,\dots,J}.$$

Это могут быть как показатели, относящиеся к отдельным агентам (например, всем агентам определенного типа или некоторой их выборке), так и агрегированные макропоказатели. Здесь мы предполагаем, что ряды начинаются с периода $t = 0$, который соответствует состоянию модели сразу после инициализации. Ряды могут быть неполными, то есть могут содержать пропущенные значения. Этот набор временных рядов может быть записан в базу данных или сохранен в виде файла на диске.

В LazPlot используется простой тестовый файл, содержащий все временные ряды в виде матрицы. Каждая строка файла содержит все переменные за определенный период времени ($t = 0, \dots, T$):

$$(Y_{jt})_{j=1,\dots,J}.$$

Разделителем этих элементов служит символ табуляции. В начале файла находится список всех содержащихся в нем переменных с расширенным описанием каждой переменной.

Основное представление набора временных рядов – это простая таблица с заголовками строк и столбцов. По столбцам идут переменные, по строкам – периоды времени (рис. 27).

	Экон_С1_Выпуск0	Экон_С1_ЧПрибыль0	Экон_С1_Инвест0	Экон_С1_Потр0
0	Nan	Nan	Nan	Nan
1	15901,65	3129,42	3143,74	7984,42
2	13685,01	2209,70	3631,31	9836,40
3	14040,49	2463,55	2861,86	8979,90
4	15618,11	3828,37	3171,25	9097,14
5	16278,38	4225,99	3900,56	8768,26
6	16306,93	4361,32	3806,28	8417,52
7	16274,22	4139,88	4092,33	8289,77
8	16494,69	4241,75	3710,85	8336,55
9	16604,55	4283,11	3853,06	8306,45
10	16741,61	4172,27	3924,56	8273,16
11	16924,86	4176,33	3737,61	8270,16
12	17094,40	4184,53	3745,94	8251,87
13	17253,78	4107,15	3719,01	8277,79
14	17421,57	4267,40	3720,86	8295,19
15	17470,80	4236,05	3855,58	8260,45
16	17568,97	4325,86	3731,71	8213,92

Рис. 27. Представление набора временных рядов в виде таблицы в программе LazPlot

Другое важное представление временных рядов – изображение в виде графиков по времени (рис. 28). Оно используется для визуализации происходящих в экономике динамических процессов. По горизонтальной оси откладывается номер периода, по вертикальной – соответствующий показатель. Линии разных рядов должны отличаться друг от друга с помощью оформления: цвета, типа штриха или типа маркера точек. График временных рядов сопровождается легендой, которая дает соответствие между названиями рядов и их оформлением.

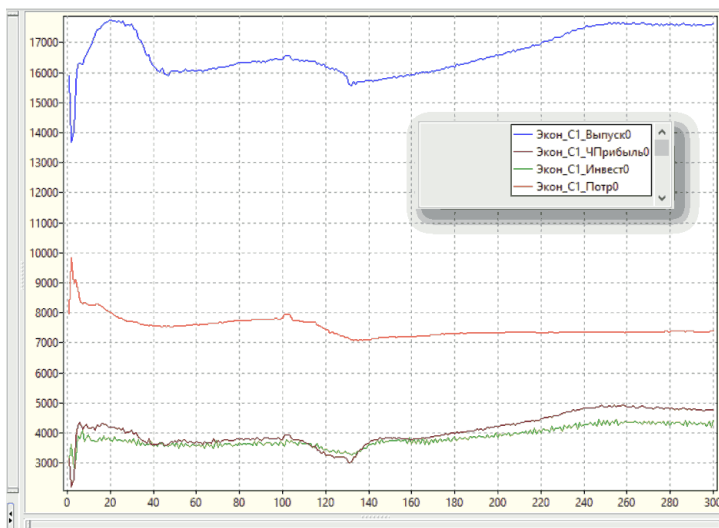


Рис. 28. Представление набора временных рядов
в виде графиков по времени в программе LazPlot

Поскольку вычисления по агентной модели нередко требует большого времени, при разработке АОМ и проведении экспериментов с ней может быть полезно динамическое обновление обрабатываемой и визуализируемой выходной информации. Такая возможность реализована в программе LazPlot. Работа с АОМ с помощью данной программы происходит следующим образом. Программа считывает из файла спецификацию входных параметров модели. Пользователь при необходимости меняет в программе LazPlot значения параметров и нажимает кнопку «Пуск» (рис. 29). Запускается программа, в которой реализована АОМ. Программа АОМ по мере работы пишет на диск файл с выходной информацией. Программа LazPlot отслеживает изменения в этом выходном файле и обновляет свой набор временных рядов. Если в LazPlot пользователь отметил соответствующую флаговую кнопку («галочку»), то эти изменения отражаются на экране в режиме реального времени – в таблице с выбранными рядами или на графиках этих рядов. Если разработчик модели получил требовавшуюся информацию по обновившимся данным (например, увидел на графике признак некорректной работы модели), то он имеет возможность прервать текущий прогон, не дожидаясь окончания работы модели.

Параметр	Значение
Число периодов	400
Число фирм	500
Источник инновации (напр., 29 - Москва, 33 - Новосибирск)	29
Коэффициент затухания вероятности от расстояния (напр., 0.0001)	0.0001
Вероятность при нулевом расстоянии (напр., 0.0005)	0.0005
Доля сокращения предельных издержек (напр., 0.07)	0.07
Предельные издержки внедрения инновации (напр., 0.1)	0.1
Постоянные издержки внедрения инновации (напр., 0)	0

... Пуск Закреть ? ? ? Показать Сброс

Рис. 29. Окно изменения параметров и запуска АОМ в программе LazPlot

Поскольку набор выходных переменных может быть достаточно большим (это могут быть многие тысячи переменных), то крайне полезно иметь средства для быстрого выбора такого подмножества переменных, с которым происходит текущая работа. Для указанной задачи может быть использована фильтрация по именам переменных. Для этого нужны две вещи.

Во-первых, имена выходных переменных модели должны подчиняться удобному, информативному и последовательно применяемому шаблону. Такой шаблон может быть основан, например, на префиксах, суффиксах и разделяющих символах. Например, имена «ф1_цена», «ф2_цена» и т. д. могут быть присвоены рядам, содержащим цены продукции, которые установлены фирмами с соответствующими номерами. Здесь «ф» – префикс для агента-фирмы, «_цена» – суффикс для цены, а символ «_» служит разделителем.

Во-вторых, применяемое для анализа выходных данных программное обеспечение должно иметь возможность выбирать подмножества переменных, применяя некоторый фильтр по именам. Это могут быть, в частности, простые заменяющие символы, такие как «*» для группы произвольных символов и «?» для одного произвольного символа, что позволяет указывать имена в виде шаблона «ф*_цена». Более широкие возможности дает использование так называемых регулярных выражений, например,

«[^]ф\д+_цена\$». Здесь «[^]» соответствует началу строки, «\$» – концу строки, «\д» – цифре, а «+» – повторению предыдущего не менее одного раза.

В программе LazPlot используется простая фильтрация с помощью заменяющих символов «*» и «?». В списке рядов указываются только те, которые удовлетворяют данному шаблону (рис. 30). После применения шаблона при выборе переменных он сохраняется в списке-истории, чтобы в последующем его можно было выбрать повторно.

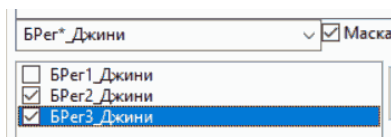


Рис. 30. Выбор рядов с помощью шаблона в программе LazPlot

Заметим, что кроме фильтрации по именам может быть использована фильтрация с использованием расширенной информации о переменных, пример чего приведен далее.

Если список переменных сформирован, то его можно сохранить для дальнейшего использования. В LazPlot есть возможность сохранить в файл список выбранных рядов, а также выбрать ряды, загрузив список из файла.

При анализе результатов могут потребоваться не только сами выходные данные в виде рядов, но и различные статистики от них. В LazPlot есть возможность выделить диапазон клеток таблицы и посчитать по этим данным простейшие статистики: сумму, среднее, минимум и максимум. Для более сложных расчетов следует использовать другое программное обеспечение. Например, можно экспортировать через буфер данные в электронную таблицу (Excel или аналогичную) и провести расчеты там. Более широкие возможности предоставляет программное обеспечение, специально предназначенное для статистических расчетов, например, язык R.

Рассмотрим использование языка программирования R для анализа выходной информации АОМ, записанной в файл в формате, используемом LazPlot. Анализ начинается со считывания

описательной информации о всех переменных. Затем считываются числовые значения всех переменных. То и другое принимает вид так называемых фреймов данных – это стандартная структура данных в R, имеющая вид таблицы, в которой по столбцам идут переменные, а по строкам – отдельные наблюдения. После импорта данных можно отфильтровать переменные (например, по именам с помощью регулярных выражений) и получить фрейм с меньшим количеством рядов. Далее можно строить графики временных рядов, а также проводить статистический анализ фрейма данных и оформлять результаты в виде таблиц и статистических графиков.

В табл. 15 приведен пример статистической таблицы по результатам расчетов по АОМ с тремя регионами. Программа выдала ряды доходов домохозяйств вместе с расширенной информацией об этих рядах, включающей сведения о принадлежности домохозяйства тому или иному региону. С помощью программы на языке R по этим данным были получены средние доходы каждого из домохозяйств за последние 50 периодов. Далее по выборкам средних доходов были рассчитаны описательные статистики – минимум, максимум, три квартиля (25%, 50% и 75%), а также среднее. По этим показателям можно получить общую картину того, как распределены доходы в каждом из регионов, и насколько велики различия в распределении потребительских доходов между регионами.

Таблица 15

Описательные статистики для дохода по трем регионам

Region	N	Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.
1	160	36.13	80.60	101.57	210.64	134.00	9983.29
2	79	42.46	89.51	118.19	139.72	149.93	873.06
3	61	44.55	102.26	145.68	163.05	182.82	1073.49

По тем же трем выборкам средних доходов была построена так называемая «скрипичная» диаграмма (англ. violin plot, рис. 31). Это вариант известной усовой диаграммы (англ. box-and-whiskers plot) с добавлением симметрично расположенной по бокам ядерной оценки плотности. На рисунке показана скрипичная диаграмма с использованием логарифмической шкалы дохода.

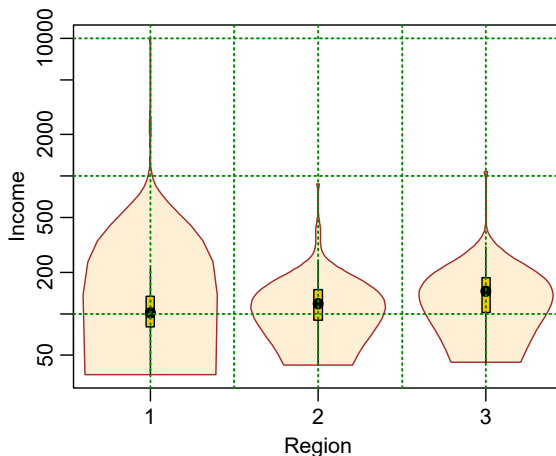


Рис. 31. Скрипичная диаграмма для дохода по трем регионам

3.10.2. Представление модели в пространстве характеристик агентов

В целом под визуализацией понимают представление некоторой информации в графическом виде, чтобы эту информацию можно было достаточно легко воспринять при помощи зрения. В контексте имитационного моделирования визуализируемая информация обычно имеет числовой характер.

Существенно огрубляя общую картину, можно сказать, что визуализация по необходимости двумерна. Это означает, что надо представить информацию в виде множества точек в двумерном геометрическом пространстве. (В каких-то случаях бывает достаточно и одномерной визуализации.) Дополнительное измерение дает цвет точек, форма значков для точек, особая штриховка областей, надписи и т. д.

Для временных рядов, которые обсуждались несколько выше, два измерения соответствуют времени и числовому значению изображаемого ряда. Для случая визуализации серии прогонов имитационной модели два измерения могут соответствовать значению изменяемого параметра и значению изучаемого выходного показателя; см., напр., [Lee et al., 2015]. Такое представление об-

суждается в п. 3.3.3 на с. 154. Примеры подобной визуализации – это рис. 18 и 37.

Для АОМ особый интерес представляет визуализация характеристик агентов. Если это двумерная визуализация, то для каждого агента i вычисляется пара характеристик (X_i, Y_i) . Соответственно, каждый агент $i = 1, \dots, N$ – это точка в пространстве двух характеристик. Цвет и внешний вид точек могут отражать дополнительные характеристики. Линии, соединяющие точки, могут отражать определенные связи между агентами в рассматриваемый период.

Часто отображение всех агентов модели приводит к наложению точек, что снижает информативность графиков. Это бывает, например, когда количество агентов очень велико или когда имеется несколько агентов с очень похожими характеристиками. В таком случае бывает целесообразно разбить агентов на группы и визуализировать характеристики групп агентов. Например, это может быть $(\bar{X}_k, \bar{Y}_k)$ – пара средних значений характеристик X_i и Y_i по группе агентов Γ_k . При этом следует учитывать, что количества агентов по группам N_k могут сильно отличаться. Поэтому кроме самих средних значений желательно каким-то образом визуализировать размер группы – N_k или долю N_k/N . Например, это может быть цвет или размер области, которая визуализирует характеристики данной группы.

Один из самых распространенных видов двумерной визуализации – это карта, отражающая пространственное размещение агентов. В этом случае (X_i, Y_i) – это координаты в двумерном пространстве. Если рассматриваются характеристики групп, то желательно дополнительно визуализировать размер группы или плотность размещения группы в двумерном пространстве. Приемы визуализации этой дополнительной информации о размере или плотности могут быть такими же, как принято на географических картах.

Когда требуется отразить изменение ситуации в модели во времени, можно использовать серию двумерных графиков для выбранных моментов времени (рис. 32, а также рис. 39 на с. 272). Кроме того, изображение можно менять по ходу работы программы АОМ. Одно из возможных средств визуализации работы АОМ – это видеоролик, показывающий изменения гра-

фика или карты во времени. Обсуждение общей проблемы визуализации пространственно-временной динамики можно найти в [Lee et al., 2015].

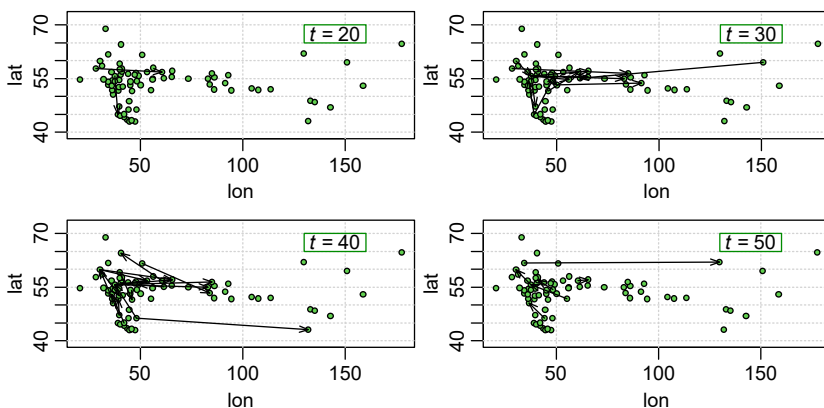


Рис. 32. Передача инноваций в АОМ диффузии инноваций

Трехмерное геометрическое пространство может представляться как двумерная проекция. Например, на рис. 33 показан график, отражающий три характеристики групп агентов в населенных пунктах. Это координаты населенных пунктов (широта и долгота) и по вертикали – доля агентов, принявших инновацию в данном населенном пункте. Серия из четырех графиков помогает отслеживать развитие ситуации с диффузией инноваций во времени.

Если визуализация больше подходит для непрерывных характеристик агентов, то построение таблиц основано на классификации по конечному набору групп. Характерный пример – это матрицы социальных счетов с классификацией по группам агентов, обсуждаемые в п. 3.4.3 на с. 163. Непрерывный показатель для целей составления таблицы можно искусственно дискретизировать, задав разбиение на интервалы.

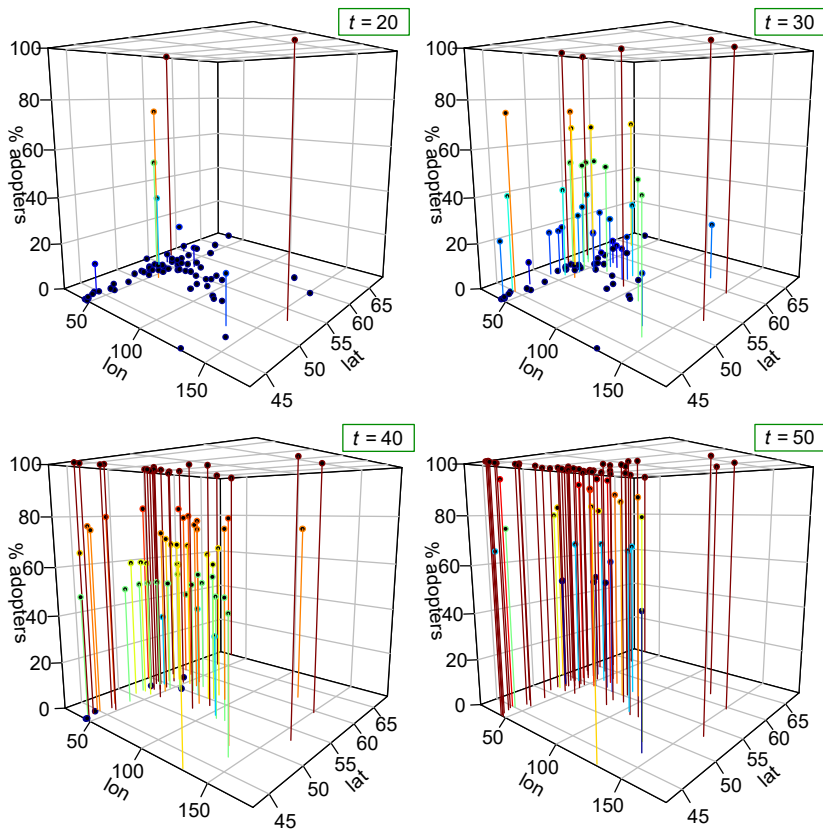


Рис. 33. Доля принявших инновацию в АОМ диффузии инноваций

Глава 4. ПРИМЕРЫ АГЕНТ-ОРИЕНТИРОВАННЫХ МОДЕЛЕЙ

В этой главе представлены примеры разнообразных агент-ориентированных моделей. В целом цель состоит в том, чтобы дать достаточно обширную картину «кухни» агент-ориентированного моделирования и продемонстрировать, как могут быть устроены АОМ, из каких основных этапов состоит моделирование, как можно описывать АОМ, какого рода эксперименты можно проводить с АОМ и т. д. Модели описываются с разной степенью детализации и разными способами, но достаточно подробно, так что их потенциально можно воспроизвести. Большинство моделей сравнительно простые. Приведенные описания моделей имеют разное происхождение. Некоторые модели были использованы в учебных целях на Экономическом факультете НГУ. Другие модели построены студентами и аспирантами НГУ при написании квалификационных работ. Также некоторые модели использовались с тестовыми целями для проверки работы подходов к программной архитектуре и алгоритмов.

Начнем этот ряд моделей с моделей сегрегации.

4.1. Модель сегрегации

Модели сегрегации разработаны будущим нобелевским лауреатом по экономике Томасом С. Шеллингом; [Schelling, 1971] и [Schelling, 1978, ch. 4]. (См. об этом в п. 2.2.2 на с. 65; там же упоминаются модели Дж. Сакоды). Шеллинг размещал монетки на клетчатой доске и перемещал их по некоторым правилам (не полностью формальным). Доска интерпретируется как город, клетки – как дома или участки. Некоторые клетки могут быть пустыми, в остальных находится по одному агенту. Монетки интерпретируются как агенты. Они могут быть двух разных типов («цветов»), представляющих две группы людей в обществе (например, две разные расы, курящих и некурящих).

Агента интересует процент соседей одного с ним типа. Соседи – это агенты из его окрестности, т. е. из соседних клеток (8 клеток для агента из внутренней клетки). Если процент «своих» соседей ниже некоторого порога, отражающего нетолерантность к «чужим», то агент не удовлетворен своим текущим местоположением. Если агент не удовлетворен, то он пытается переместиться в другую клетку.

На рис. 34 дана иллюстрация поведения агентов при пороге 60%.

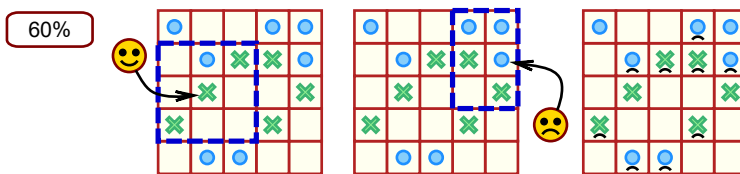


Рис. 34. На левой доске агент удовлетворен, так как «своих» $2/3$;
на средней доске агент не удовлетворен, так как «своих» 50%;
на правой доске отмечены неудовлетворенные агенты

Шеллинг продемонстрировал с помощью модели сегрегации, как могут возникать пространственные структуры на макроуровне благодаря простому локальному поведению агентов и взаимодействию между ними на микроуровне. Если агенты предпочитают находиться в соответствующей их собственной расе окружении, то возникает цепная реакция миграций, приводящая к феномену расовой сегрегации.

Если порог нетолерантности не слишком большой, модель после некоторого числа периодов приходит в стационарное состояние (см. рис. 35). Для экспериментов взята доска 20×15 , на которой случайным образом были расположены агенты в 40% клеток, поровну агентов двух типов. В стационарном состоянии имеют место кластеры агентов одного типа, что можно интерпретировать как феномен сегрегации.

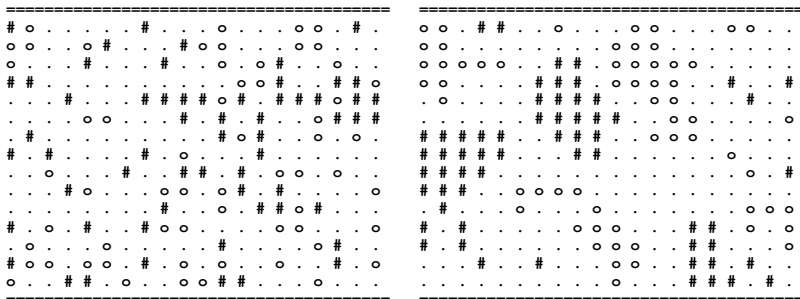


Рис. 35. Исходное состояние и стационарное состояние при пороге 75%

Существует несколько различных показателей, которыми можно характеризовать состояние системы в динамике (рис. 36). Стабильность текущего состояния можно измерять процентом агентов, удовлетворенных своим окружением. Мерой сегрегации (или кластеризации) может служить средний процент соседей того же типа. Другой возможный вариант такого показателя – это процент агентов без соседей противоположного типа.

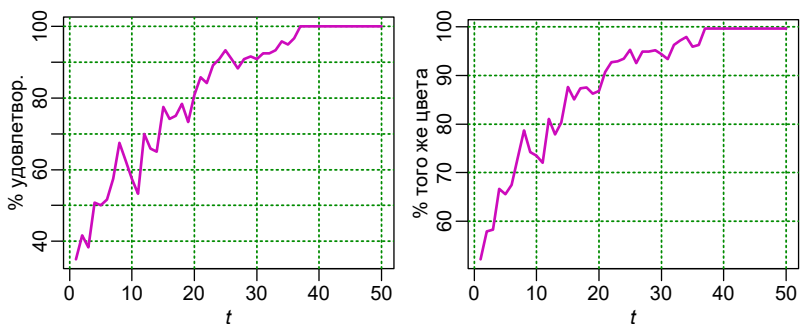


Рис. 36. Динамика процента удовлетворенных агентов и сегрегации при пороге 75%

В качестве общего показателя для отдельного эксперимента можно взять количество периодов до достижения стационарного состояния и средний процент соседей того же типа в стационарном состоянии.

На рис. 37 показаны результаты экспериментов по исследованию влияния порога нетолерантности на показатели модели после достаточно большого числа периодов. С ростом порога нетолерантности растет число периодов до стационарности. Однако при пороге, превышающем примерно 75%, модель не сходится к стационарности (показано крестиками). Также можно увидеть, что с ростом порога нетолерантности растет сегрегация в стационарном состоянии.

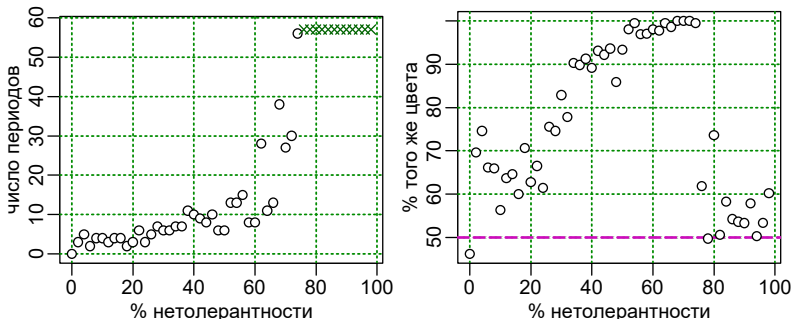


Рис. 37. Зависимость числа периодов до стационарности и сегрегации от порога нетолерантности

В модели можно наблюдать следующие эффекты:

- Как и следовало ожидать, если порог достаточно высокий (агенты нетолерантны к «чужим»), но не настолько высокий, чтобы модель не сходилась, то возникает сильная сегрегация.
- Несколько неожиданно: даже при не самой большой нетолерантности изначально смешанные состояния превращаются в конечном итоге в состояния с почти полной сегрегацией.

4.2. Модель пространственной диффузии инноваций

Рассмотрим подробнее модель, основанную на работах шведского географа Т. Хагерстранда (см. [Hägerstrand, 1965]). Как уже говорилось (см. п. 2.2.3 на с. 66), Хагерстранд предвосхитил многие ключевые идеи агентного имитационного моделирования.

В модели диффузии инноваций агенты располагаются на прямоугольной доске по N в каждой клетке. Информация распространяется от одного агента к другому. Как только агент узнает об инновации, он ее перенимает.

Сам процесс диффузии имеет случайную природу. Вероятность передачи инновации – это $P(r, s)$, где r – расстояние между агентами по горизонтали, s – по вертикали ($\sum P(r, s) = 1$). Вероятность тем выше, чем ближе агенты. В исходной модели это для задания вероятностей передачи информации в соседние клетки используется таблица 5×5 ($r = -2, \dots, 2$, $s = -2, \dots, 2$, см. рис. 38). Внутри клетки агенты выбираются с равными вероятностями. Если выбранный агент уже перенял инновацию раньше, то ничего не происходит.

.0096	.0140	.0168			
	.0301	.0547			
		.4431			
	и	т.	д.		
					$\Sigma 1.0000$

Рис. 38. Вероятности распространения инновации
из [Hägerstrand, 1965]

Рис. 39 иллюстрирует один эксперимент с данной моделью на карте размера 20×15 при $N = 10$. При инициализации один агент в одной из клеток наделен знанием инновации. Размер квадрата отражает количество агентов, воспринявших инновацию.

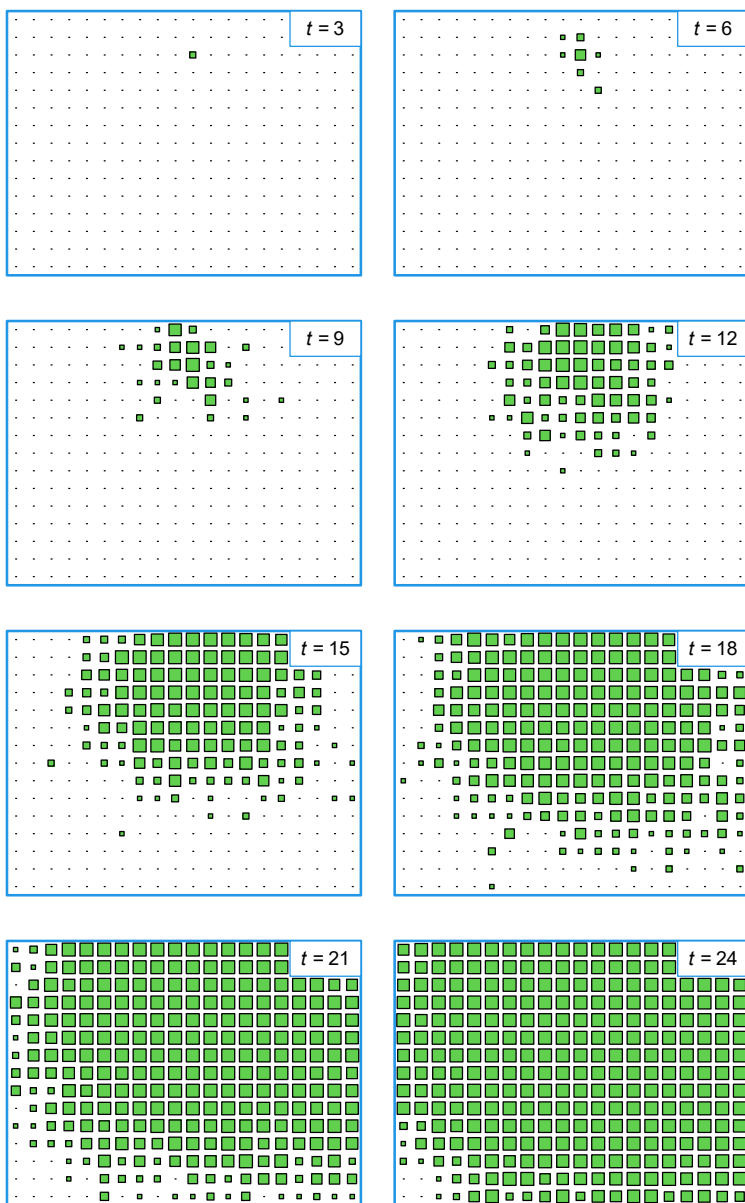


Рис. 39. Пример прогона модели пространственной диффузии инноваций

Рис. 40 показывает основные динамические показатели для проведенного эксперимента. На левом графике показано число агентов, которые восприняли инновацию в данном периоде. Этот показатель отражает скорость распространения инновации. Сначала скорость малая из-за малого количества воспринявших инновацию агентов. Скорость растет до максимума в течение примерно 17 периодов. Затем она начинает постепенно снижаться, поскольку доля воспринявших инновацию агентов становится большой. На правом графике показана соответствующая динамика доли агентов, воспринявших инновацию.

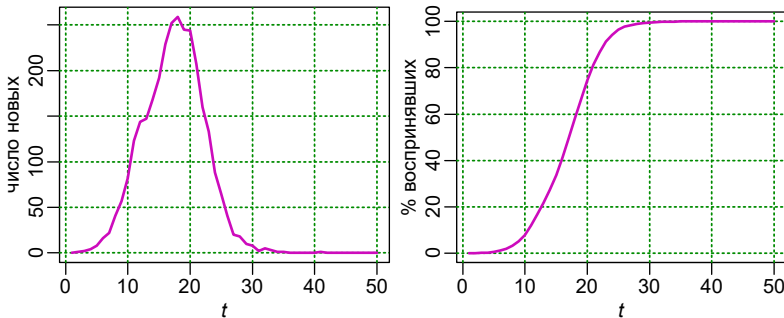


Рис. 40. Динамика числа новых агентов и общей доли агентов, воспринявших инновацию

В той же статье [Hägerstrand, 1965] рассмотрена важная модификация – модель с неизотропным пространством. В этой модели количество агентов в разных клетках разное: $N(x, y)$, где x, y – координаты клетки. Это позволяет учесть пространственную неоднородность плотности расселения агентов. Вероятности в такой модели зависят от количества агентов в клетке:

$$\frac{P(r, s)N(x + r, y + s)}{\sum P(r, s)N(x + r, y + s)}.$$

Кроме того, в данной модификации добавлены барьеры, которые не позволяют передавать инновации между некоторыми клетками. Барьеры по смыслу соответствуют различным существующим преградам на моделируемой территории, таким как озера или ле-

са. Рис. 41 иллюстрирует один из имитационных экспериментов с такой моделью. Некоторые барьеры характеризуются нулевой взаимосвязью между клетками (сплошные линии), а некоторые – половиной (пунктир).

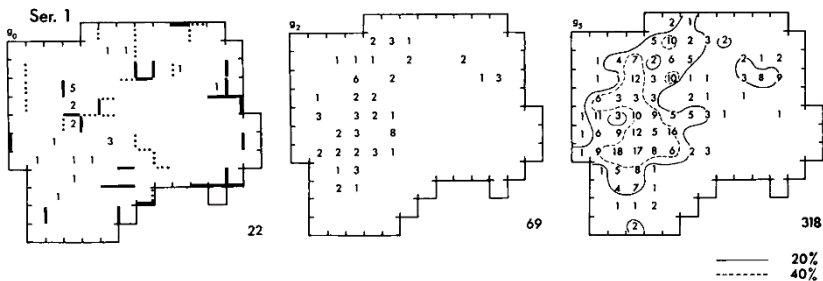


Рис. 41. Прогон модели с неизотропным пространством
в [Hägerstrand, 1965]

Эксперименты по модели с неизотропным пространством Т. Хагерstrand сравнивает с фактическими данными по Швеции. Это данные по распространению субсидий на усовершенствованный выпас за четыре последовательных года (рис. 42). Слева фактические наблюдения, а справа один из прогонов. На кривых представлено количество клеток, в которых процент восприятия инновации достиг определенного уровня.

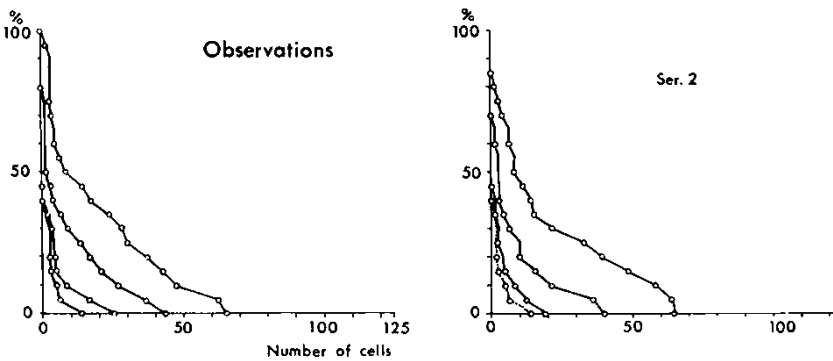


Рис. 42. Сравнение прогонов с реальными данными
в [Hägerstrand, 1965]

На примере модели пространственной диффузии инноваций можно выделить некоторые этапы исследования, проводимого с помощью АОМ. Во-первых, осуществлялась инициализация модели по реальным данным. В данном случае задавалось количество агентов в клетках и барьеры. Во-вторых, исследование проводилось в виде серии вычислительных экспериментов – прогонов модели. Т. Хагерстранд проводил эксперименты без компьютера, поэтому смог сделать только три прогона. Во-третьих, скорее всего, здесь была сделана калибровка по реальным данным – подбор подходящих вероятностей и подбор шага времени. В-четвертых, использовалась визуализация отдельных экспериментов в виде карт. В-пятых, по каждому прогону собиралась статистика, некоторый набор временных рядов агрегированных показателей (число перенявших инновацию и т. п.). Прогоны сравнивались между собой для выяснения того, насколько сильны случайные отклонения в экспериментах. В-шестых, была произведена валидация модели – сравнение результатов расчетов с реальными данными (рис. 42 и табл. 1 на с. 42).

4.3. Модель искусственного фондового рынка

Модель берет начало в Институте Санта-Фе в конце 1980-х – начале 1990-х гг. Основные разработчики модели – это Блейк Ле-Барон (экономист), В. Брайан Артур (экономист), Джон Холланд (психолог, электротехник, информатик и широко известный специалист по генетическим алгоритмам), Ричард Палмер (физик) и Пол Тейлор (информатик).

При описании модели мы будем опираться на статьи [Arthur et al., 1997; LeBaron, Arthur, Palmer, 1999]. Другую литературу по этой модели можно найти на посвященной этой теме странице Л. Тесфатсион [Tefatsion, 2012]. Реализация несколько модифицированной модели на языке Objective-C в рамках агент-ориентированного инструментария Swarm имеется в свободном доступе¹.

¹ См. <http://artstkmkt.sourceforge.net/>.

Как обычно, модель действует в дискретном времени ($t = 0, 1, 2, \dots, T - 1$). На рынке идет торговля только одним видом акций с экзогенно определяемыми случайными дивидендами d_t . Имеется также безрисковый актив с однопериодной ставкой r_f . Участниками фондового рынка являются трейдеры и «специалист» (аукционист). Трейдеры ($i = 1, \dots, N$) могут покупать и продавать акции (выбирать x_{it}), в том числе с короткой позицией, беря в долг по ставке r_f . Акции безгранично делимы. Всего имеется N акций (столько же, сколько трейдеров). Каждый период трейдер распределяет имеющееся у него богатство между деньгами и акциями.

Если в момент t трейдер i обладает богатством w_{it} , цена акции равна p_t и он включает в свой портфель x_{it} акций, то в безрисковый актив будет вложена сумма $m_{it} = w_{it} - p_t x_{it}$. Далее в период $t + 1$ вложения в акции дадут дивиденды d_{t+1} , можно будет продать акции по цене p_{t+1} , а вложения в безрисковый актив дадут проценты по ставке r_f . Таким образом, в период $t + 1$ трейдер будет обладать богатством:

$$w_{i,t+1} = (p_{t+1} + d_{t+1})x_{it} + (1 + r_f)m_{it}.$$

Предполагается, что при составлении портфеля (выборе x_{it}) трейдер максимизирует ожидаемую полезность от богатства в следующем периоде, исходя из той информации, которой обладает на момент t , т. е. он максимизирует по x_{it} величину:

$$\mathbb{E}_{it}[u(w_{i,t+1})],$$

где $\mathbb{E}_{it}$ — условное математическое ожидание, соответствующее представлениям инвестора в момент t о распределении $p_{t+1} + d_{t+1}$.

Кроме того, предполагается, что в соответствии с представлениями трейдера величина $p_{t+1} + d_{t+1}$ имеет нормальное условное распределение с математическим ожиданием $\mathbb{E}_{it}[p_{t+1} + d_{t+1}]$ и дисперсией $\text{var}_{it}[p_{t+1} + d_{t+1}]$, а функция полезности трейдера $u(w)$ относится к семейству функций CARA (англ. constant absolute risk aversion, с постоянным абсолютным неприятием риска), т. е.

$$u(w) = -\exp(-\lambda w).$$

Трейдеры в модели идентичны по функции полезности и алгоритму поведения, но каждый из них имеет свои ожидания и использует их для формирования спроса. При указанных предположениях оптимальное решение x_{it} зависит от двух первых условных моментов величины $p_{t+1} + d_{t+1}$ по формуле:

$$x_{it} = \frac{\mathbb{E}_{it}[p_{t+1} + d_{t+1}] - (1 + r_f)p_t}{\lambda \text{var}_{it}[p_{t+1} + d_{t+1}]}.$$

При сделанных предположениях спрос на акции устроен так, что не зависит от богатства. Это позволяет оставить изменение богатства трейдеров за рамками модели.

В течение каждого периода t происходит следующая последовательность событий.

- В начале периода генерируется очередной дивиденд d_t по модели авторегрессии первого порядка:

$$d_t = \bar{d} + \varphi(d_{t-1} - \bar{d}) + \varepsilon_t.$$

- Трейдеры используют d_t , а также предысторию дивидендов и цен $(p_{t-1}, d_{t-1}, \dots)$, чтобы сформировать прогноз для суммы дивидендов и цены в следующем периоде, т. е. для величины $p_{t+1} + d_{t+1}$. Это формула точечного прогноза $E_{ti} = E_{ti}(p_t)$ и измеритель точности этого прогноза σ_{ti}^2 .
- Далее каждый трейдер рассчитывает свою функцию спроса $x_{ti}(p_t)$. При этом он использует $E_{ti}(p_t)$ в качестве $\mathbb{E}_{ti}[p_{t+1} + d_{t+1}]$ и σ_{ti}^2 в качестве $\text{var}_{ti}[p_{t+1} + d_{t+1}]$, так что его спрос оказывается равным:

$$x_{ti} = \frac{E_{ti}(p_t) - (1 + r_f)p_t}{\lambda \sigma_{ti}^2}.$$

- Трейдеры сообщают свои функции спроса $x_{ti}(p)$ специалисту.
- Специалист вычисляет равновесную цену p_t , удовлетворяющую уравнению:

$$\sum_{i=1}^n x_{ti}(p_t) = N.$$

- Эта цена на акции в период t .
- Каждый трейдер реализует имеющиеся у него акции $x_{i,t-1}$ по цене p_t , а затем включает в свой портфель $x_{ti} = x_{ti}(p_t)$ акций.
- Происходит обновление параметров прогнозных алгоритмов трейдеров в связи с тем, что прогнозы предыдущего периода теперь можно сравнить с фактически реализовавшейся величиной $p_t + d_t$.

В модели прогноз линеен по $p_t + d_t$:

$$E_{ti}(p_t) = a_{ti}(p_t + d_t) + b_{ti}.$$

Эти прогнозы трейдеры формируют путем обучения.

А именно, у каждого трейдера есть набор из M предикторов, с помощью которых вычисляются $E_{ti}(p_t)$, σ_{ti}^2 . Каждый предиктор j дает свой прогноз $E_{tij}(p_t)$ и измеритель точности σ_{tij}^2 . Прогноз вычисляется по формуле:

$$E_{tij}(p_t) = a_{ij}(p_t + d_t) + b_{ij},$$

где a_{ij} , b_{ij} – параметры предиктора j агента i .

В каждый период выбирается один из предикторов трейдера, j^* . При этом:

$$E_{ti}(p_t) = E_{tij^*}(p_t), \quad \sigma_{ti}^2 = \sigma_{tij^*}^2.$$

Таким образом, выбор действий трейдера в модели, то есть выбор функции спроса $x_{ti}(\cdot)$, определяется выбором одного из предикторов.

Предикторы работают по принципу обучающейся системы классификаторов (*learning classifier system*). Агент в каждый период может наблюдать некоторую информацию об окружающем мире. Информация имеет вид строки битов фиксированной длины J . Каждый бит – это значение *истина* или *ложь* для какого-то наблюдаемого события, основанного на p_t, d_t и их предыстории. Каждый предиктор, кроме формулы прогноза и дисперсии, содержит также условие. Условие может быть выполнено или не выполнено. Условие предиктора имеет ту же длину, что и строка битов. Она состоит из символов $\{0, 1, \#\}$. Символ 0 означает, что наблюдаемый бит в соответствующей позиции должен иметь зна-

чение *ложь*, 1 – значение *истина*, а # – произвольное значение. В условии одного из предикторов стоят все #.

Каждый период рассматривается подмножество активных предикторов агента, то есть таких, условия которых выполнены. Из активных предикторов агент выбирает предиктор j^* , имеющий наименьшую дисперсию.

После того как становится известной новая цена p_t , показатели точности (дисперсии) всех предикторов, которые были активными, пересчитываются. Показатель точности меняется по формуле простого экспоненциального сглаживания:

$$\sigma_{t+1,ij}^2 = (1 - \theta)\sigma_{tij}^2 + \theta[(p_{t+1} + d_{t+1}) - E_{ti}(p_t)]^2.$$

Следует сделать еще несколько уточнений по структуре модели. В описании модели [LeBaron, Arthur, Palmer, 1999] говорится об ограничениях сверху и снизу на спрос агента: $\underline{x} \leq x_{ti} \leq \bar{x}$ (где $\underline{x} < 0$, $\bar{x} > 0$). При этом нет объяснения того, что же должно происходить, если из-за таких ограничений на спрос равновесной цены не будет существовать. Даже если ограничения на спрос не вводить, то не исключено появление отрицательных равновесных цен. Существование этих проблем говорит о неполноте описания модели.

Работа модели определяется рядом параметров, которые перечислены в табл. 16.

Таблица 16

Конфигурация модели искусственного фондового рынка

Характеристика	Значение
число агентов (трейдеров) N	25
количество акций N	совпадает с числом агентов
число предикторов у трейдера M	100
число рыночных характеристик J	12
средний дивиденд $\bar{d}$	10
коэффициент авторегрессии для дивидендов ϕ	0.95
дисперсия ошибки для дивидендов σ_ε^2	0.0743
безрисковая ставка за период r_f	0.1
коэффициент функции полезности CARA λ	0.5
коэффициент экспоненциального сглаживания показателя точности θ	1/75 или 1/150 (сложный режим / режим рац. ожиданий)

Использовались следующие дескрипторы. С 1 по 6: $p_{t-1}r_f/d_t > 0.25, 0.5, 0.75, 0.875, 1.0, 1.125$; с 7 по 10: p_{t-1} больше k -периодного скользящего среднего прошлых цен (МА), где $k = 5, 10, 100$ и 500 ; 11. всегда истина (1) ; 12. всегда ложь (0).

«Генетическую» сторону модели мы здесь не рассматриваем. Подробности используемых для обучения агентов алгоритмов можно узнать из исходной статьи.

У АОМ искусственного фондового рынка Санта-Фе имеется теоретический аналог – однородное равновесие с рациональными ожиданиями. В этом равновесии цена линейно связана с дивидендами:

$$p_t = f d_t + g,$$

где

$$f = \frac{\varphi}{1 + r_f - \varphi}, \quad g = \frac{1 + f}{r_f} ((1 - \varphi)\bar{d} - \lambda(1 + f)\sigma_\varepsilon^2).$$

Прогноз $p_{t+1} + d_{t+1}$ как функция $p_t + d_t$ имеет вид

$$\mathbb{E}_t[p_{t+1} + d_{t+1}] = a(p_t + d_t) + b,$$

где

$$a = \varphi, \quad b = (1 - \varphi)((1 + f)\bar{d} + g),$$

а соответствующая условная дисперсия равна:

$$\text{var}_t[p_{t+1} + d_{t+1}] = (1 + f)^2 \sigma_\varepsilon^2.$$

Авторы использовали теоретический аналог для целей инициализации, а также для сравнения с ним результатов работы АОМ. Как оказалось, при определенных параметрах теоретическое равновесие служит аттрактором для динамики АОМ.

Модель воспроизводит некоторые динамические особенности реальных фондовых рынков [LeBaron, Arthur, Palmer, 1999]. В частности, это предсказуемость, волатильность и корреляция между квадратами доходностей и объемом торговли. Кроме того, примечательно, что в результате обучения агенты в своих предикторах используют ту информацию, которая важна с точки зрения наблюдаемой в модели динамики, но не имеет значения в рамках равновесия с рациональными ожиданиями.

Модифицированный вариант модели был использован для тестирования алгоритма адаптивной регрессии; см. п. 3.6.5 на с. 210.

4.4. Модель цветочных магазинов ВЗ Академгородка

Данная модель была использована для проверки возможностей агент-ориентированного подхода в геомаркетинге¹. Для анализа был выбран рынок цветочных магазинов Верхней зоны Новосибирского Академгородка. В качестве агентов использованы магазины и многоквартирные жилые дома (рис. 43).

Агент-магазин $j = 1, \dots, M$ характеризуется местоположением (lat_j, lon_j) , издержками на единицу товара c_j , шириной ассортимента a_j и уровнем цен p_j . Цены пересчитывались в расчете на одну условную розу.

Агенты-потребители имеют двухуровневую структуру. Верхний уровень – это жилой дом $i = 1, \dots, N$. Дом характеризуется координатами (lat_i, lon_i) и числом жителей n_i . Нижний уровень – это отдельные жители дома. Житель характеризуется вероятностью того, что у него возникнет потребность купить букет в данный период, β . Поведение жителя по выбору цветочного магазина описывается простой моделью привлекательности (см. п. 3.7.1 на с. 213). Привлекательность магазина j для типичного жителя дома i равна:

$$A_{ij} = \exp\left(\eta(-\ln(p_j + \tau r_{ij}) + \alpha \ln(a_j))\right),$$

где r_{ij} – расстояние от дома i до магазина j , η , τ , α – коэффициенты. От рассчитанных привлекательностей зависит вероятность того, что покупатель i придет в магазин j :

$$\gamma_{ij} = \frac{A_{ij}}{\sum_{s=1}^M A_{is}}.$$

¹ Она основана на Выпускной квалификационной работе студента ММФ НГУ С.Коткина. Данные были собраны автором ВКР.

Конфигурация модели цветочных магазинов

Характеристика	Значение
число магазинов M	7
число домов N	22
один период	неделя
вероятность покупки букета β	4/52
степень для цены η	1.5
коэффициент для расстояния τ	0.5
коэффициент для ассортимента α	0.1
размер букета B	7

Для инициализации частично использовались приближенные оценки, полученные личным наблюдением (цены и ассортимент магазинов). Также сделаны приближенные оценки количества проживающих в доме жильцов на основе количества квартир. Параметры β , η , τ и α были выбраны субъективно (см. табл. 17). Например, выбранное значение параметра β означает, что в среднем за год человек посещает цветочный магазин 4 раза. Букет в модели содержит 7 роз. В модели показатели уровня цен в магазинах варьировались от 80 до 250 руб. со средним 141 руб. Показатели широты ассортимента варьировались от 26 до 114 со средним 59 (в условных единицах).

В течение каждого периода t в модели происходят следующие процессы:

- В начале периода в каждом магазине зануляется переменная объема продаж (количества купленных за период букетов): $q_{tj} := 0$.

- Определяется m_{it} – число жителей дома i , которые собрались купить букет. Число берется из биномиального распределения с параметрами n_i и β .

- Для отдельной покупки выбирается магазин j . Выбор осуществляется на основе категориального распределения с вероятностями γ_{ij} . Количество купленных букетов у этого магазина увеличивается на 1: $q_{tj} := q_{tj} + 1$.

- Собирается статистика. Это q_{jt} – объем продаж магазина j за период в натуральном выражении (на конец периода), а также:

$$\Pi_{jt} = (p_j - c_j)q_{jt} -$$

прибыль магазина j за период.

По результатам экспериментов вычисляются обобщающие статистики за T периодов – это средняя прибыль:

$$\bar{\Pi}_j = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \Pi_{tj}$$

и средний объем продаж за один период:

$$\bar{q}_j = \frac{1}{T} q_{tj}.$$

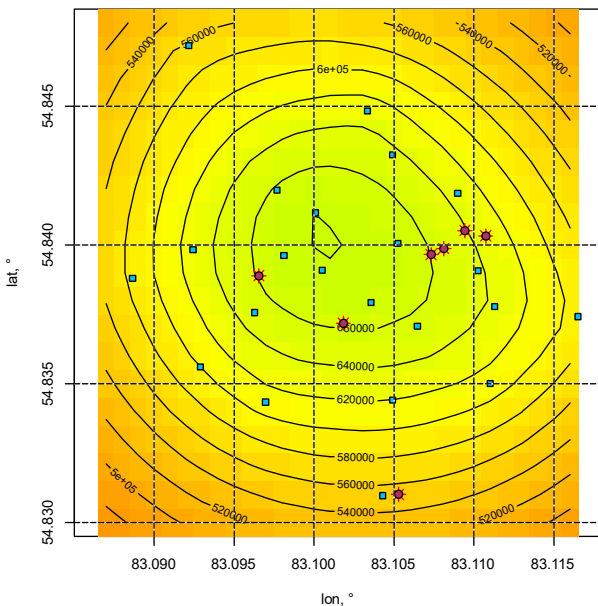


Рис. 43. Эксперимент по выбору местоположения магазина.
Дома показаны квадратами, магазины – звездочками

С моделью проводились две серии экспериментальных расчетов.

В первой серии экспериментов изучалось влияние уровня цены в магазине j на среднюю прибыль этого магазина за T периодов. Получаемая кривая зависимости средней прибыли магазина от цены имеет параболическую форму. В то же время средние прибыли конкурентов растут при росте цены из-за переключения спроса.

Во второй серии экспериментов изучались альтернативные варианты местоположения для нового магазина. Были подобраны 10 подходящих вариантов, и для каждого варианта рассчитана средняя прибыль нового магазина за T периодов. Такой анализ позволяет сделать вывод, какое место самое удачное.

Вообще говоря, здесь не обязательно ограничиваться только небольшим числом подходящих помещений. Модель позволяет вычислить среднюю прибыль нового магазина для произвольного местоположения, поэтому здесь можно составить карту по уровню прибыли (рис. 43).

4.5. Модель «Динамика команд»

Модель, предложенная Робертом Акстеллом [Axtell, 2013; Axtell, 2018], направлена на изучение динамики постоянно создающихся, растущих и исчезающих фирм в духе эволюционной экономики. Рассматривается гетерогенная популяция агентов с различающимися предпочтениями в отношении потребления и досуга. Каждая фирма в модели представляет собой коалицию таких агентов.

С одной стороны, так как производство в модели характеризуется возрастающей отдачей от масштаба, агентам выгодно собираться в команды. С другой стороны, агенты действуют некооперативно, когда выбирают уровни усилий в рамках команды, могут перемещаться между фирмами и создавать стартапы, поэтому большие фирмы нестабильны.

В модели действуют агенты-индивиды с функциями полезности Кобба–Дугласа:

$$U_i(x_i, l_i) = x_i^{\theta_i} l_i^{1-\theta_i}.$$

Здесь x_i можно интерпретировать как объем обычного потребления (автор называет его доходом), а l_i как время, которое остается на досуг агента. Агент имеет общие начальные запасы времени $\omega_i > 0$, которые распределяет между усилиями e_i и досугом, так что $l_i = \omega_i - e_i$. У каждого агента есть сеть из v_i знакомых.

Также в экономике имеются фирмы. Отдельная фирма j – это команда участников A_j размера n_j . Команды производят продукцию за счет общих усилий своих участников $E_j = \sum_{i \in A_j} e_i$. Используются производственные функции вида:

$$O_j(E) = a_j E + b_j E^{\beta_j},$$

где $a_j > 0$, $b_j \geq 0$, $\beta_j > 1$. При $b_j > 0$ здесь имеет место возрастающая отдача от масштаба.

Каждый период некоторая часть агентов активизируется с некоторой малой вероятностью. Активизировавшийся агент выбирает между текущей командой, собственным стартапом и альтернативной командой на основе максимума полезности. Какие альтернативные команды изучаются агентом, определяется его сетью знакомств. Для каждого из вариантов рассчитываются оптимальные усилия $e_{j,i}^*$ и расчетная полезность $U_i(e_{j,i}^*, E_{j,\sim i})$ при том, что усилия остальных $E_{j,\sim i}$ такие же, как в прошлом периоде.

При выборе усилий агент решает задачу максимизации своей полезности:

$$\max_{e_i \in [0, \omega_i]} x_i^{\theta_i} l_i^{1-\theta_i}$$

при ограничениях

$$l_i = \omega_i - e_i$$

и

$$x_i = \frac{O_j(E_{j,\sim i} + e_i)}{n_j} = \frac{1}{n_j} \left(a_j (E_{j,\sim i} + e_i) + b_j (E_{j,\sim i} + e_i)^{\beta_j} \right).$$

Здесь не исключен вариант, когда агент решает быть «халявщиком» (free rider), т. е. выбирает $e_i = 0$. В целом решение – это некоторый уровень усилий $e_{ij}^* = e(\theta_i, \omega_i, E_{j,\sim i}, a_j, b_j, \beta_j)$. Из-за свойств используемых функций он не зависит от n_j .

Агент выбирает фирму j , дающую максимальную расчетную полезность $U_i(e_{j,i}^*, E_{j,\sim i})$. Если выгоднее стартап, то создает стартап. Если выгоднее другая команда, то переходит в нее. В противном случае он остается в старой команде.

После того как каждый агент выберет свой вариант, складываются новые команды A_j . Тогда агент производит усилия $e_i = e_{j,i}^*$ на фирме j и получает $x_i = \frac{o_j}{n_j}$ – продукт делят поровну между участниками.

На рис. 44 деятельность агентов в течение периода представлена в виде псевдокода. Параметры модели, которые использовались автором для расчетов, приведены в табл. 18.

```

СОЗДАТЬ и ИНИЦИАЛИЗИРОВАТЬ агентов и фирмы,
время, объекты данных;
ПОКА время не закончилось ВЫПОЛНЯТЬ:
  ○ ДЛЯ каждого агента активизировать его с вероятностью 4%:
    ▪ Вычислить  $e^*$  и  $U(e^*)$  в текущей фирме;
    ▪ Вычислить  $e^*$  и  $U(e^*)$  во вновь создаваемой фирме;
    ▪ ДЛЯ каждой фирмы в социальной сети агента:
      • вычислить  $e^*$  и  $U(e^*)$ ;
    ▪ ЕСЛИ текущая фирма – не лучший вариант, покинуть ее;
      • ЕСЛИ стартап – лучший вариант: создать стартап;
      • ЕСЛИ другая фирма – лучший вариант:
        присоединиться;
  ○ ДЛЯ каждой фирмы:
    ▪ Сложить усилия агентов, произвести продукцию;
    ▪ Разделить продукцию;
  ○ СОБРАТЬ месячную и годовую статистику;
  ○ ПРИРАСТИТЬ время и сбросить объекты данных;

```

Рис. 44. Псевдокод модели «Динамика команд»
из [Axtell, 2018]

Конфигурация модели «Динамика команд» из [Axtell, 2018]

Характеристика	Значение
количество агентов	120 000 000
коэффициент пост. отдачи a	$U[0, 1/2]$
коэффициент возр. отдачи b	$U[3/4, 5/4]$
степень возр. отдачи β	$U[3/2, 2]$
степень предпочтений θ_i	$U(0, 1)$
запасы времени ω_i	1
правило дележа	поровну
число знакомых в сети v_i	$U[2, 6]$
активизация агентов за период	4 800 000 или 4% от общего числа
калибровка по времени: один модельный период	один календарный месяц
начальное состояние	все агенты в фирмах с одним агентом

Особенностью модели является то, что фирмы (команды) в ней все время появляются, исчезают и их состав изменяется. В качестве общих показателей для фирм, изменение которых во времени можно отслеживать, – это, например, количество фирм, средний размер фирмы (т. е. среднее количество участников команды), общий размер усилий, выпущенный объем продукции. Статистика по фирмам может включать число распавшихся команд и число стартапов, созданных за период.

Для агентов-индивидов можно рассчитывать средние величины по потреблению (доходам), усилиям, полезности. Также можно отслеживать трудовые потоки, например, число агентов, поменявших место работы.

Предполагается, что в модели много миллионов агентов, поэтому средние величины дают неполную картину. Дополнительно можно отслеживать динамику максимальных, минимальных значений, различных квартилей. Наиболее интересный показатель такого рода – это максимальный размер фирмы.

После определенного числа периодов модель приходит к некоторому стационарному состоянию. Характеристики этого состояния можно изучать с помощью данных за отдельный период.

Однопериодные данные по отдельному показателю для агентов-индивидов или команд – это некоторая выборка, которую можно по-разному характеризовать и изучать. Для фирм важными показателями являются их размеры по численности команды и объему произведенной продукции, производительность труда, возраст (количество периодов с момента возникновения), темпы роста. Для агентов-индивидов важными показателями являются объемы потребления (доходы), усилия, полезности, время работы на фирме и т. д.

Также представляет интерес взаимосвязь показателей в стационарном состоянии. В частности, автор модели изучал совместное распределение размера и возраста фирм, зависимость темпов роста от возраста фирмы и т. п.

Изучение результатов работы модели позволяет провести частичную верификацию. В частности, Р. Акстелл обнаружил хорошее соответствие между распределением возраста фирм в модели и распределением возраста фирм в США.

4.6. Модель оптового рынка электроэнергии

Модель рынка электроэнергии на сутки вперед предложена в статье [Гайворонская, Цыплаков, 2018]. Модель учитывает основные особенности Оптового рынка электрической энергии и мощности (ОРЭМ) России. В качестве агентов в модели действуют поставщики электроэнергии в количестве N_G и покупатели электроэнергии в количестве N_C . На реальном рынке торговля ведется относительно поставок электроэнергии для каждого часа наступающих суток. В модели для упрощения рассматривается только один типичный час, а периодом считается один день.

Как дополнительная сущность введен администратор торговой системы (АТС), который организует торговлю между агентами в виде двустороннего аукциона. Каждый период АТС суммирует функции предложения поставщиков и функции спроса покупателей, а затем находит равновесную цену и общий равновесный объем покупки/продажи электроэнергии.

Поскольку агенты подают АТС заявки в виде цены и объема, то функции спроса и предложения имеют ступенчатый вид (см. рис. 45).

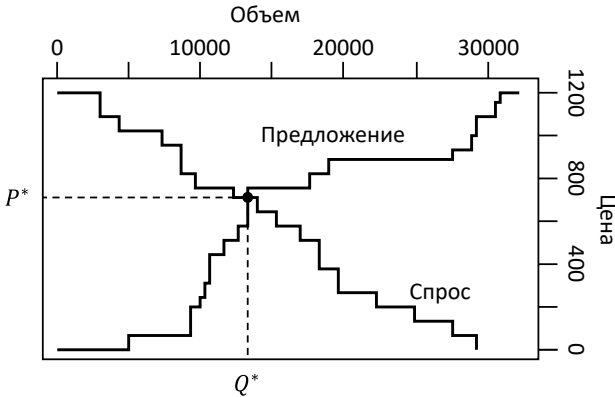


Рис. 45. Иллюстрация поиска равновесия администратором торговой системы

В течение одного периода t происходят следующие события.

- Поставщики делают заявки, указывая в них цены и объемы (p_i^g, q_i^g) , $i = 1, \dots, N_G$. Покупатели делают заявки (p_i^c, q_i^c) , $i = 1, \dots, N_C$.
- АТС определяет равновесный объем Q^* и равновесную цену P^* .
- Поставщикам и покупателям сообщается цена P^* .
- Поставщикам сообщаются объемы q_i^{g*} , которые они должны поставить:

$$q_i^{g*} = \begin{cases} q_i^g, & p_i^g < P^*, \\ 0, & p_i^g > P^*, \end{cases}$$

а покупателям – объемы q_i^{c*} , которые они должны выкупить:

$$q_i^{c*} = \begin{cases} q_i^c, & p_i^c > P^*, \\ 0, & p_i^c < P^*. \end{cases}$$

- Агенты считают свою прибыль

$$q_i^{g*}(P^* - C_i)$$

(для поставщика),

$$q_i^{c*}(r_i - P^*)$$

(для покупателя) и обучаются.

Для задания поведения агентов используется модифицированный алгоритм Эрева–Рота (см. п. 3.5.5 на с. 194). Выигрыш агента в этом алгоритме отождествляется с его прибылью. Для каждого агента задается интервал цен $[P_{\min}, P_{\max}]$ и объемов $[Q_{\min}, Q_{\max}]$. Интервалы делятся на N_P и N_Q равноотстоящих значений соответственно. Множество правил поведения (p_j, q_j) , $j = 1, \dots, J$ ($J = N_P N_Q$) из которого выбирает агент, образует прямоугольную решетку $N_P \times N_Q$.

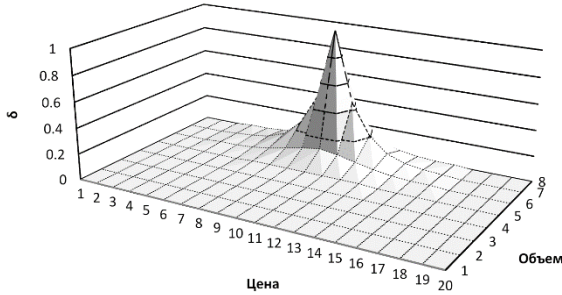


Рис. 46. Значения коэффициента δ для одного из правил

Коэффициент близости между правилами j и k^t задается общей формулой:

$$\delta(j, k^t) = \exp(-\gamma L(j, k^t)).$$

Расстояние между правилами в данной модели имеет вид:

$$L(j, k^t) = \sqrt{\left(\frac{p_j - p_{k^t}}{P_{\max} - P_{\min}}\right)^2 + \left(\frac{q_j - q_{k^t}}{Q_{\max} - Q_{\min}}\right)^2}.$$

На рис. 46 показано, как могут выглядеть значения коэффициента δ на прямоугольной решетке. Значение максимально и равно 1 для выбранного правила. Чем ближе правило к выбранному, тем коэффициент выше. Как именно используется данный коэффициент, см. в описании алгоритма.

Вероятности выбора правил рассчитываются по ожидаемым прибылям по формуле мягкого максимума:

$$p_j = \frac{\exp(\alpha^t P_j^t)}{\sum_{i=1}^J \exp(\alpha^t P_i^t)}$$

с коэффициентом $\alpha^t = \alpha^0 t$.

Таблица 19

Конфигурация модели рынка электроэнергии	
Характеристика	Значение
число поставщиков N_G	53
число покупателей N_C	21
один период	день
число значений цены N_p	20
число значений объема N_p	8
параметр φ в алгоритме обучения	1/50
параметр α^0 для мягкого максимума	$1 \cdot 10^{-6}$
параметр γ	15

Модель по замыслу отражает функционирование оптового рынка электроэнергии в сибирской ценовой зоне, поэтому она инициализировалась с использованием имеющихся данных об агентах в этой зоне. Общая конфигурация модели приведена в табл. 19.

Возможности эмпирической валидации модели ограничиваются тем, что детальные данные по агентам отсутствуют, есть только обезличенные данные в целом по рынку. На (рис. 47) сравниваются цены, полученные из эксперимента с моделью, и реальные оптовые цены на электроэнергию. В модельном прогоне расчеты производились в течение 1000 периодов, из которых взяты последние 100.

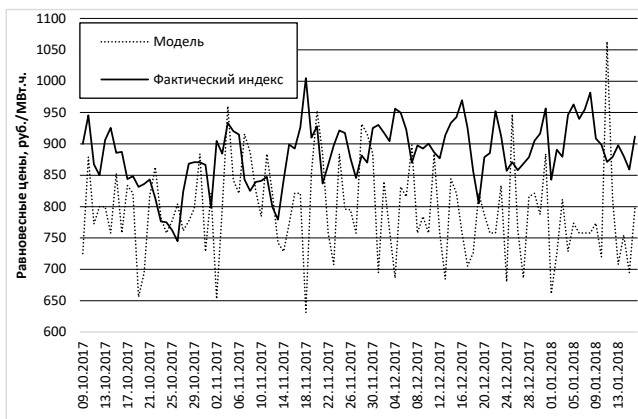


Рис. 47. Динамика равновесной цены по модели и фактического индекса равновесных цен на покупку электроэнергии за период 09.10.2017–17.01.2018

Колебания в ценах АОМ более интенсивные, однако общий характер их поведения близок к реальному, особенно если учесть, что дневной индекс равновесных цен на покупку электроэнергии – это некоторая усредненная величина, а колебания по дням цены для конкретного часа должны быть более выраженными и похожими на те, что мы получили в модели.

Эта модель позволяет экспериментировать со свойствами агентов и различными режимами работы рынка. В частности, [Гайворонская, Цыплаков, 2018] сравнили ситуацию, когда покупатели выбирают заявленную цену, и ситуацию, когда покупатели выставляют ценопринимаящие заявки. При свободном выборе цены заявки рынок более стабильный, а поведение агентов – более предсказуемое.

4.7. АОМ системы здравоохранения Новосибирской области

Описываемая АОМ моделирует систему здравоохранения Новосибирской области. Одной из основных целей данной системы является обеспечение доступности и качества оказания меди-

цинской помощи. Модель делает акцент на доступности. Она может использоваться для прогнозирования степени загруженности медицинских учреждений, в том числе влияния на загруженность тех или иных событий или изменений в системе здравоохранения.

Модель создана в качестве тестовой для разработанного в рамках гранта прототипа платформы АОМ¹. В процессе разработки она использовалась для выработки концептуальных подходов к агентному моделированию региональных экономических и социальных процессов и отработки соответствующего модельно-алгоритмического инструментария. На модели отрабатывались такие аспекты, как выбор программной архитектуры платформы, программные интерфейсы, пользовательские интерфейсы и средства визуализации, алгоритмы поведения агентов.

Модель включает агентов двух типов: Домохозяйства и Медучреждения. Домохозяйства обладают такими характеристиками, как географические координаты места жительства, муниципальная единица (задаваемая кодом ОКТМО), переменная состояния здоровья. Жители домохозяйств не перемещаются и не мигрируют в модели (их координаты остаются неизменными). Медучреждения обладают такими характеристиками, как географические координаты местоположения, число больничных коек, статистика загрузки, мощность, тип медицинского учреждения («врачебная амбулатория», «участковая больница», «центральная районная больница», «фельдшерско-акушерский пункт»).

Географически мир в модели представлен *картой*. Карта состоит из двумерного *пространства* в виде системы полигонов с вершинами вида (*широта, долгота*), отражающих реальную географию соответствующего региона. Также вводится административно-территориальное деление, соответствующее фактическому делению Новосибирской области на районы и далее на муниципальные образования, различаемые по коду ОКТМО. Это деление тоже задано как система полигонов (см. рис. 48). Территории характеризуются численностью населения. Каждый агент в модели принадлежит одному из районов и муниципальных образований.

¹ Она основана на Выпускной квалификационной работе студентки ЭФ НГУ А. Лисовой и отчете по гранту РФФИ 19-410-540002.

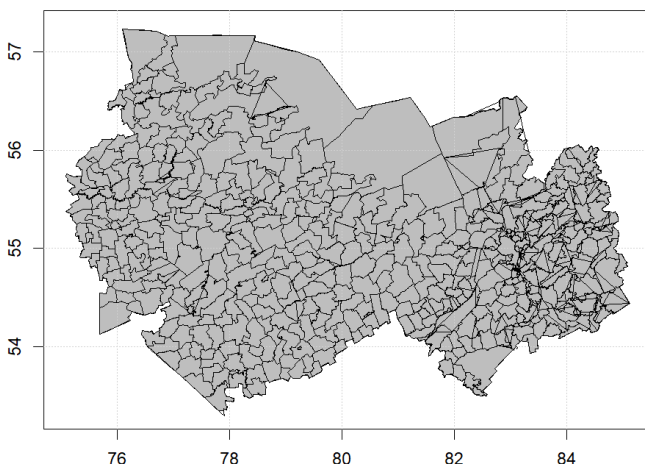


Рис. 48. Деление Новосибирской области

К географической составляющей модели можно добавить данные о реальных транспортных системах, таких как железные и автомобильные дороги, и данные о населенных пунктах. Однако в описываемом тестовом варианте модели эти объекты не вводились.

При инициализации используется случайное распределение домохозяйств по территории региона с учетом плотности населения. По каждому муниципальному образованию известна система полигонов и население. Какая-либо дополнительная информация не привлекается, поэтому при размещении домохозяйств на карте предполагается равномерное распределение домохозяйств по территории муниципального образования. При этом применяется алгоритм, описанный в п. 3.1.5 на с. 139. На рис. 49 показан результат генерации 10000 случайных точек для муниципальных образований Новосибирской области, полученный по данному алгоритму.

Один период – это один день. Последовательность событий в течение периода – это изменения состояния здоровья домохозяйств и обращения в медучреждения:

- От медучреждений домохозяйствам передается информация о текущих характеристиках медучреждений.

- Домохозяйства могут случайным образом изменить состояние здоровья.
- Если состояние здоровья побуждает домохозяйство обратиться в медучреждение, то происходит выбор медучреждения. Далее домохозяйство обращается за медицинской помощью в выбранное учреждение.
- Медучреждения лечат больных и собирают статистику по своей загрузке.
- В конце периода собирается и обрабатывается общая статистика.

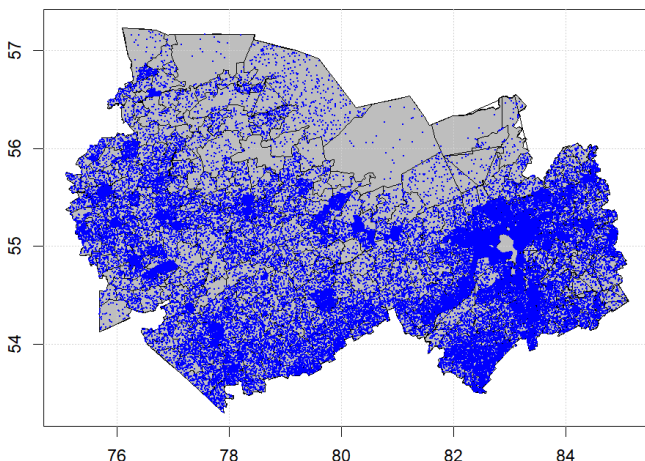


Рис. 49. Пример случайного размещения агентов на территории Новосибирской области

Предполагается, что имеется несколько классов заболеваний $d = 1, \dots, N_d$. По каждому из заболеваний домохозяйство может находиться в одном из возможных состояний здоровья $s = 1, \dots, N_s$. Переход из одного состояния в другое происходит случайным образом в соответствии с переходной матрицей:

$$P_d = (P_{djs})_{\substack{j=1,\dots,N_s, \\ s=1,\dots,N_s}}$$

где P_{djs} – вероятность перейти из состояния j в состояние s . Если

домохозяйство находится по болезни d в состоянии j , то используется строка j из матрицы P_d для случайного выбора нового состояния.

В простейшей модели только один класс заболеваний ($N_d = 1$) и два состояния здоровья ($N_s = 2$): «здоров» и «болен».

В более полном варианте модели 7 классов заболеваний («болезни системы кровообращения», «новообразования» и т. д.) и 5 состояний («Здоров», «Предболезнь», «Болезнь», «Разгар», «Смерть»).

Если хотя бы по одному заболеванию агент находится в состоянии «Смерть», то он умирает. В таком случае вместо умершего агента создается новый агент с теми же координатами. Это делается для того, чтобы количество агентов-домохозяйств в модели не менялось. Болезнь пациента может привести к смертельному исходу. Для того чтобы не менять количество агентов и не усложнять модель, предполагается, что сразу же рождается новый агент-домохозяйство, которому присваиваются те же географические координаты.

Если агент-домохозяйство болен хотя бы одним заболеванием, то он решает обратиться в медицинское учреждение.

Принятие решения по выбору медучреждения основано на простой модели привлекательности, описанной в п. 3.7.1 на с. 213. «Привлекательность» в данном случае – название условное. Это обобщающий показатель, основывается на комплексе взвешенных характеристик, который влияет на вероятность того, что пациент окажется в том или ином медицинском учреждении. Частично это по смыслу привлекательность в обычном смысле – то есть пациент предпочитает лечиться в учреждении, обладающем хорошими характеристиками. Частично же это влияние различных прочих обстоятельств, не связанных с выбором самого пациента. В частности, это факт привязки домохозяйства к медицинскому учреждению по месту жительства.

В описываемой АОМ привлекательность зависит от типа медучреждения, расстояния между пациентом и медучреждением, а также от ожиданий пациента относительно того, какова загруженность у больницы относительно норматива. Эти ожидания основаны на загруженности медучреждений в предыдущие периоды. Предполагается, что пациент не любит сидеть в очередях,

и для него более предпочтительно менее загруженное медицинское учреждение. Имеется нежесткая привязка домохозяйства к медицинскому учреждению. А именно, привлекательность для агента того медицинского учреждения, к которому он привязан, при прочих равных условиях выше.

Более конкретно, использовался следующий набор показателей:

- 1) расстояние между домохозяйством и медучреждением в км;
- 2) логарифм числа коек;
- 3) логарифм загруженности в предыдущий период;
- 4) $share/(1 - share)$, где $share$ – обеспеченность населения медицинскими кадрами высшего и среднего уровня;
- 5), 6), 7), 8) индикаторные переменные для типа медучреждения: «врачебная амбулатория», «участковая больница», «центральная районная больница» и «фельдшерско-акушерский пункт» соответственно;
- 9) индикаторная переменная совпадения ОКТМО домохозяйства и медучреждения;
- 10) индикаторная переменная для «больших» медучреждений (с мощностью больше 1200 посещений в смену).

Привлекательность медучреждения j для домохозяйства i , обозначаемая A_{ij} , равна экспоненте от линейной комбинации этих показателей (см. формулы в п. 3.7.1 на с. 213). Далее вероятность выбора медучреждения j равна:

$$\gamma_{ij} = \frac{A_{ij}}{\sum_{s=1}^N A_{is}}.$$

Здесь пациент не обязательно выбирает наиболее привлекательное медучреждение, но чем больше привлекательность, тем выше вероятность, что он попадет в соответствующее медучреждение. Случайность отражает неучтенные характеристики и факторы. Например, если в ближайшем медучреждении отсутствует профильный специалист, то он может попасть в более дальнее медучреждение. Если с лечением пациента не справляется участковая больница, то его могут направить в центральную районную больницу.

Агент-домохозяйство посещает выбранное учреждение.
Медучреждение ведет статистику по посещениям.

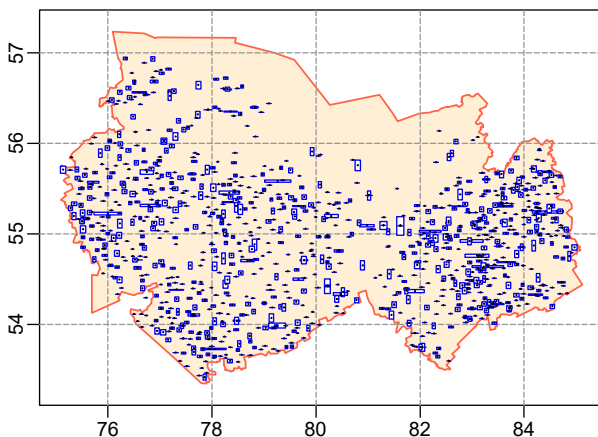


Рис. 50. Отображение карты в тестовом модуле визуализации

Для визуализации загрузки медучреждения на карте в модели используются прямоугольники (рис. 50). Ширина прямоугольника пропорциональна корню из мощности медучреждения, а высота – корню из загрузки. Если больница перегружена, то прямоугольник вытянутый по вертикали, а если недогружена, то укороченный.

Один из экспериментов с моделью состоял в следующем. Было выяснено, что одна из центральных районных больниц при мощности 254 имела среднюю загруженность выше нормы – 325 чел./смену. В связи с этим были изучены последствия с точки зрения снижения нагрузки на рассматриваемую больницу открытия дополнительной врачебной амбулатории на территории данного района. Модель была запущена на 100 периодов при первоначальном наборе медицинских учреждений и при добавлении данной врачебной амбулатории. Выяснилось, что загрузка районной больницы сокращается на 4%.

Глава 5. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛИ ЭКОНОМИКИ РОССИИ

5.1. Общее описание.

Основные виды агентов в модели

5.1.1. Общее краткое описание модели

Модель АОМММ, т. е. *Агент-ориентированная многорегиональная межотраслевая модель*, разрабатывается в Новосибирском государственном университете и ИЭОПП СО РАН (г. Новосибирск) под общим руководством В. И. Суслова [Суслов и др. 2014; Суслов и др. 2016; Суслов, Новикова, Цыплаков, 2016; Доможиров и др. 2017, ч. 1]. По замыслу данная модель в общих чертах соответствует экономике России, отражая многорегиональную структуру пространства и другие важные особенности данной экономики.

Модель отличается от известных агент-ориентированных моделей несколькими важными особенностями. Во-первых, она представляет многоотраслевую и многорегиональную экономику в целом, а не, например, отдельный сегмент рынка. Во-вторых, в ней явным образом учитывается пространственное размещение агентов и транспортные издержки. В-третьих, по производственной структуре она совместима с действующей нормативной моделью, Оптимизационной межрегиональной межотраслевой моделью (ОМММ; см. [Гамидов, Доможиров, Ибрагимов, 2013]), и основана на реальной информации, таблице «затраты–выпуск» для экономики России.

Как и в любой экономической АОМ, моделирование идет снизу вверх, с поведения отдельных экономических агентов на микроуровне. Решения агентов на микроуровне приводят к тем или иным экономическим феноменам на микроуровне. Модель, в частности, воспроизводит следующие макроэкономические явления:

- влияние транспортных издержек на структуру товарных потоков между макрорегионами [Доможиров и др. 2017, ч. 2];
- изменение благосостояния населения в ответ на изменение ставок налогов [Суслов, Новикова, Цыплаков, 2016];

- изменение благосостояния населения и показателей экономического неравенства в ответ на изменения структуры социальных пособий [Новикова, Цыплаков, 2020].

Во многом модель аналогична моделям общего равновесия, например, классической модели Эрроу–Дебре (см., напр., [Mas-Colell, Whinston, Green, 1995; Бусыгин, Желободько, Цыплаков, 2008, т. 1]). В АОМММ также есть отдельные агенты: домохозяйства, фирмы, которые взаимодействуют между собой через товарные рынки. Алгоритмы, отвечающие за поведение агентов, построены с учетом классических микроэкономических моделей, но не включают явные оптимизационные задачи. Цены устанавливаются продавцами, так что нет некоей единой рыночной цены. (Исключениями являются рынок труда и валютный рынок, где используется вальрасовский процесс «нащупывания», в котором сам рынок устанавливает единую цену.) В отличие от теоретических равновесных моделей, где сбалансированность рынков накладывается по определению, в агентной модели состояние, похожее на равновесие, при определенных условиях может возникать в результате действий и взаимодействий отдельных агентов самопроизвольно, как эмерджентное явление. На товарных рынках каждая фирма оценивает спрос на свой продукт, используя некоторое адаптивно изменяющееся уравнение регрессии. Фирмы имеют запасы готовой продукции, размер которых поддерживают на достаточно высоком уровне, ориентируясь на прогнозы спроса, за счет изменения назначаемой цены продукции.

Также структура модели связана с моделями несовершенной конкуренции в условиях продуктовой дифференциации. При этом в основе продуктовой дифференциации здесь лежит неполная рациональность, несовершенство информации и разнородность предпочтений агентов, а не стремление к разнообразию, как в моделях, восходящих к подходу Диксита–Стиглица [Dixit, Stiglitz, 1977].

Из агент-ориентированных моделей наиболее близкие аналоги – это, по-видимому, модель Г. Гинтиса [Gintis, 2007], а также модели Eurace [Cincotti, Raberto, Teglio, 2012] и Eurace@Unibi [Dawid, Harting, Neugart, 2014]. В то же время АОМММ представляет собой шаг вперед по сравнению с существующими мо-

делями, представляющими экономику в целом. Прежде всего, это касается отражения межотраслевых и пространственных потоков в экономике. В АОМММ экономика рассматривается как пространственная и состоящая из нескольких взаимозависимых отраслей.

Далее мы сначала рассмотрим общие экономические аспекты модели. В частности, будут описаны основные блоки, реализованные в модели – производство, потребление и товарно-рыночный обмен фирм и домохозяйств. Такие аспекты модели, как функции государства и инвестиции будут более подробно рассмотрены в дальнейшем в соответствующих главах.

5.1.2. Основные виды агентов в модели

Экономическая деятельность в модели осуществляется агентами, и ее описание можно дать, рассматривая поведение и взаимодействие агентов.

Основные агенты в модели аналогичны тем агентам, которых выделяют в экономической теории при моделировании рыночной экономики. Это, прежде всего, домохозяйства и фирмы. Кроме того, рынки, через которые происходят взаимодействия домохозяйств, фирм и других аналогичных агентов, тоже рассматриваются в модели как агенты.

Домохозяйство – это агент, который призван представлять одного или нескольких индивидуумов, ведущих совместное хозяйство. Домохозяйство получает доходы из различных источников. На рынке труда домохозяйства выступают как работники и получают трудовой доход. Домохозяйство может выступать владельцем долей в фирмах и получать дивиденды. Кроме того, домохозяйство тратит полученные доходы на покупку различных товаров на товарных рынках; при этом оно руководствуется своей функцией полезности.

Фирмы формируют производственные и инвестиционные планы, поставляют на товарные рынки потребительские товары, товары промежуточного потребления и капитальные товары, используя в производстве товары промежуточного потребления, труд и основной капитал. У фирмы имеются запасы основного капитала, которые постепенно выбывают и могут быть увеличены

за счет инвестиций. Каждая фирма работает только в одной отрасли. С одной стороны, фирма выходит на товарный рынок соответствующей отрасли в качестве продавца своей продукции, а с другой стороны, она выступает как покупатель необходимых производственных факторов, в том числе в качестве покупателя инвестиционных товаров, а также работодателя. При выборе своего производственного плана фирма руководствуется получаемой прибылью.

Товарных рынков столько же, сколько отраслей. Они выполняют координационные функции, помогая агентам, являющимся продавцами и покупателями, осуществлять торговлю. Через **рынок труда** фирмы получают трудовые ресурсы для своей деятельности.

Правительство собирает налоги, финансирует производство общественного блага и выплачивает пособия.

Внешние рынки выходят на товарные рынки в качестве покупателей и продавцов. Цены продажи фиксированы в иностранной валюте. В качестве покупателей внешние рынки имеют заданную функцию спроса, выраженную также в иностранной валюте. **Валютный рынок** балансирует спрос и предложение иностранной валюты.

Основные типы агентов и их основные взаимосвязи схематически показаны на рис. 51¹. Сплошными линиями со стрелками показаны поставки таких ресурсов, как товары и труд, а пунктирными линиями – перемещения денежных средств. Так, стрелки со сплошными линиями, выходящие из фигуры «Товарный рынок», соответствуют покупкам товаров, а стрелки со сплошными линиями, входящие в эту фигуру, – продажам. Каждой стрелке со сплошной линией соответствует стрелка в противоположном направлении с пунктирной линией – плата за товар. Выплата налогов, связанных с теми или иными экономическими операциями, показана пиктограммой монеты. Также пиктограммой «Транспорт» показаны перевозки, связанные с перемещением товаров.

¹ Схема подготовлена автором диссертации для статьи [Доможиров и др. 2017, ч. 1].

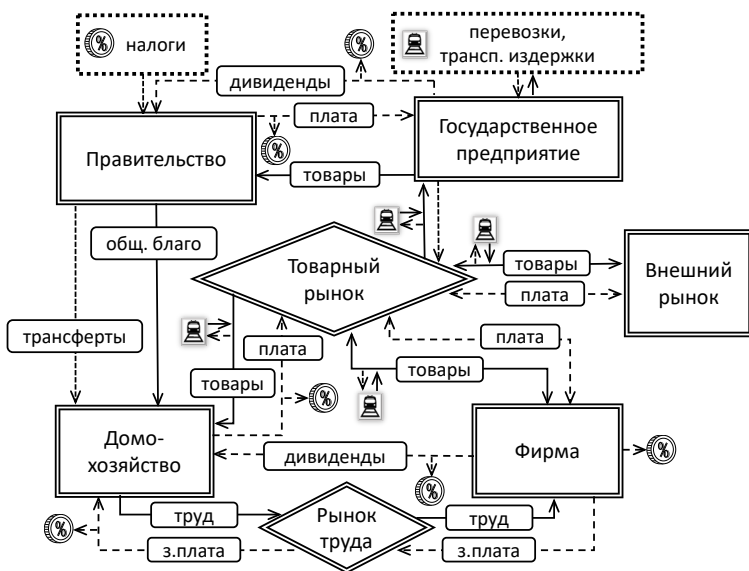


Рис. 51. Основные агенты и их взаимосвязи в АОМММ

5.1.3. Отрасли, товары, ресурсы, деньги, время

Каждая фирма принадлежит к ровно одной из N_i отраслей. В используемом варианте модели $N_i = 5$. Отрасли, в которых действуют только частные фирмы, это *добыча, обработка, строительство, услуги*. Каждая из отраслей соответствует одному товару (благу). На этапе производства все товары рассматриваются как однородные. В потреблении товары выступают в одной из трех ролей: С-товары (потребительские, покупаемые домохозяйствами), I-товары (промежуточного потребления, покупаемые фирмами) и К-товары (капитальные, покупаемые для инвестиций в основной капитал). Различие между тремя ролями проявляется уже после покупки, на этапе использования. Такой прием позволяет моделировать предприятия как однопродуктовые. Кроме того, с точки зрения выбора покупателя товары одной отрасли в определенном смысле разнородны, если произведены разными фирмами. Это то явление, которое принято называть продуктовой дифференциацией.

Еще одна отрасль – *транспорт* – носит в модели особый характер. Транспортные услуги производятся государственными предприятиями и финансируются за счет транспортных тарифов.

Еще один производимый в модели товар – это *общественное благо*, которое также производится государственными предприятиями и финансируется государством за счет собираемых налогов. Имеющееся в текущий период количество общественного блага равно произведенному количеству. Это количество непосредственно входит в функции полезности всех домохозяйств.

В производстве всех отраслей используется *труд*. Это однородный ресурс, поставщиками которого являются домохозяйства, а потребителями – фирмы.

Принципиальным свойством модели является то, что все ресурсы (товары и труд) при рассмотрении технологий производства и полезностей домохозяйств измеряются в натуральном (физическом) выражении. Поведение всех ресурсов подчиняется «законам природы». В частности, преобразование одних ресурсов в другие происходит только в соответствии с технологиями. Ресурсы не могут появиться из ниоткуда и исчезнуть в никуда, поэтому для них выполняются балансовые соотношения. Другими словами, в модели имеет место ресурсная согласованность.

В модели торговля на рынке и другие операции происходят посредством денег. Агенты в модели (такие как домохозяйства и фирмы) могут владеть запасами денег. В текущей версии модели в экономике имеются только фиатные деньги повышенной эффективности в фиксированном количестве. Движение денежных средств, как и движение товаров, подчинено правилам, обеспечивающим ресурсную согласованность.

Один период в модели соответствует одной неделе (7 дням). Для перевода между годовыми величинами и однопериодными модельными величинами длительность года берется равной 365.2425 дням.

5.1.4. Планирование действий и ожидания

Хотя домашние хозяйства и фирмы имеют явные целевые функции (полезность и прибыль), их действия являются не оптимальными, а адаптивными и включают некоторую степень случайного экспериментирования.

В модели используется универсальный алгоритм для случайного выбора планов производства фирмами, планов потребления домохозяйствами. Выбор совершается из набора случайно сгенерированных планов $\Pi_v, v = 1, \dots, V$. Для фирмы это назначаемые цены на продукцию, для домохозяйств – доли дохода, выделенные на потребление разных товаров. В набор планов включается план Π_1 , повторяющий план предыдущего периода без изменений. Остальные планы $\Pi_v, j = 2, \dots, V$ случайным образом генерируются вокруг базового плана Π_1 , т. е. используется механизм случайной мутации планов.

Выбор между планами производится на основе целевой функции агента. При этом используется алгоритм случайного выбора по мягкому максимуму, описанный в п. 3.5.3 (с. 186).

Кроме того, все покупатели на рынках не знают заранее цену, по которой будут покупать товар. Поэтому при планировании своего спроса они ориентируются на ожидаемую цену. Ожидаемые цены $\bar{p}_{it}$ формируются по правилу адаптивных ожиданий с меняющимся коэффициентом, зависящим от показателя опытности W_{it} (см. п. 3.5.2 на с. 183):

$$W_{i,t+1} = (1 - \varphi_p)W_{it} + 1,$$

$$\bar{p}_{i,t+1} = \bar{p}_{it} + \frac{1}{W_{i,t+1}}(p_{it} - \bar{p}_{it}),$$

где $\varphi_p \in (0; 1)$ – параметр забывчивости (в модели использовалось значение $\varphi_p = 0.2$), p_{it} – фактически наблюдаемая средняя цена в период t . Использование средней цены связано с тем, что товар может приобретаться покупателем у разных продавцов по разным ценам. Средняя цена p_{it} рассчитывается покупателем как общая сумма денег, заплаченная за товар i , деленная на общее купленное количество товара i за период t .

5.1.5. Общие параметры конфигурации модели

В табл. 20 указаны основные параметры конфигурации в действующем варианте АОМММ. Это только часть конфигурации модели. Другие параметры приводятся при описании отдельных блоков и подсистем модели.

Общие параметры конфигурации АОМММ

Характеристика	Значение
число отраслей для частных товаров N_i	5
число домохозяйств N_h	300
число фирм N_f	300
число макрорегионов N_r	3
длительность одного периода модели	7 дней
длительность модельного года	365.2425 дней
параметр забывчивости в прогнозировании цен φ_p	0.2

5.2. Поведение домашних хозяйств

В основе применяемых алгоритмов принятия решений в сфере потребления лежит традиционный неоклассический подход, в соответствии с которым каждое домашнее хозяйство $h = 1, \dots, N_h$ стремится максимизировать индивидуальную полезность, зависящую от потребительского набора различных товаров в рамках данного бюджета. В АОМММ этот принцип модифицируется исходя из особенностей агент-ориентированного моделирования.

В каждом периоде домохозяйство планирует сумму денег B – потребительский бюджет – которую оно потратит в данном периоде на потребление (об этом речь пойдет далее). В рамках суммы B домохозяйство выбирает структуру потребления. При этом оно ориентируется на свою функцию полезности. В модели используется функция полезности с постоянной эластичностью замены (функция CES):

$$U(X) = \left(\sum_{i=1}^{N_i} k_{ci}^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} x_i^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}},$$

где $X = (x_1, \dots, x_{N_i})$ – потребительский набор в целом, $x_i \geq 0$ – количество товара i в этом наборе, k_{ci} – коэффициент для товара i , $\sigma > 0$ – параметр эластичности замены.

В предельном случае при $\sigma \rightarrow 1$ функция CES превращается в функцию полезности Кобба–Дугласа:

$$U(X) = \exp \left(\sum_{i=1}^{N_i} k_{ci} \ln(x_i) \right),$$

где предполагается, что $\sum_{i=1}^{N_i} k_i = 1$. (Указанная формула используется, если все товары в наборе X содержатся в положительном количестве; в противном случае $U(X) = 0$.) Именно такая функция по умолчанию используется в АОМММ. Она же всюду использовалась в экспериментах с моделью.

Если в экономике есть общественные блага, то они учитываются в функции полезности по аналогии с частными товарами x_i . Поскольку для домохозяйства количество общественных благ — это точно известная экзогенная величина, и общественные блага предоставляются бесплатно, то наличие такой компоненты не приводит к изменению алгоритмов поведения. Также при рассмотрении социальной политики функция полезности может умножаться на постоянный коэффициент θ . Данный коэффициент тоже не влияет на алгоритмы. Об общественных благах и коэффициентах при полезности пойдет речь в гл. 7.

Предполагается, что выбираемый домохозяйством потребительский набор X должен удовлетворять бюджетному ограничению:

$$\sum_{i=1}^{N_i} p_i x_i = B,$$

где B — запланированный потребительский бюджет в текущем периоде, p_i — цена, по которой покупается товар i . Цены здесь должны включать косвенные налоги и транспортные издержки.

Потребительский набор при данном бюджете B и данных ценах формируется с помощью вектора структуры потребления $S = (s_1, \dots, s_{N_i})$, где s_i — доля средств, направленных на приобретение товара i ($\sum_{i=1}^{N_i} s_i = 1$). При этом

$$x_i = \frac{s_i B}{p_i}.$$

Поскольку цены на момент составления плана потребления не известны точно, используются ожидаемые цены $\bar{p}_i$. При ценах $\bar{p}_i$ данной структуре потребления S соответствует потребительский набор $\bar{X}(S) = (s_i B / \bar{p}_i)$. Полезность, соответствующая структуре потребления S , оценивается домохозяйством как $U(\bar{X}(S))$.

Домохозяйства каждый период корректируют свою структуру потребления. Набор планов $S_1, \dots, S_{V_h}$ строится на основе структуры потребления предыдущего периода посредством случайных мутаций. Типичная структура потребления получается из предыдущей по формуле:

$$s_i \leftarrow \max \left\{ (s_i + \delta_s) \left(\frac{u_i}{1 - u_i} \right)^{\mu_h} - \delta_s, 0 \right\}.$$

Здесь u_i – случайное число из равномерного распределения $U_{[0;1]}$, $\mu_h > 0$ – коэффициент, отвечающий за интенсивность мутаций, $\delta_s > 0$ – малая константа, обеспечивающая выбор нулевой доли при малой исходной доле s_i и малом значении u_i . Если $u_i < 0.5$, то доля этого товара уменьшается, если $u_i > 0.5$, то увеличивается. Получаемая первоначальная случайная структура потребления нормируется, чтобы сумма долей была равна 1.

План потребления с номером $v = 1$ – это структура потребления предыдущего периода. Выбор между планами $S_v, 1, \dots, V_h$ происходит с помощью общего алгоритма, использующего принцип мягкого максимума (см. п. 3.5.3 на с. 186). Плану S_v соответствует вероятность:

$$\frac{\exp(\beta_h U(\bar{X}(S_v)))}{\sum_{i=1}^{V_h} \exp(\beta_h U(\bar{X}(S_i)))}.$$

В результате выбора структуры потребления S для каждого товара $i = 1, \dots, N_i$ становится известной сумма $s_i B$, предназначенная для его покупки. Когда домохозяйство производит закупки на соответствующем рынке, оно исходит из функции спроса :

$$d_i(p) = \frac{s_i B}{p}.$$

Таким образом, спрос домохозяйства на отдельном рынке имеет вид гиперболы.

В модели используется сглаживание потребления в духе гипотезы перманентного дохода М. Фридмена; см., напр., [Hall, 1978]. Бюджет в период t зависит от ожидаемого домохозяйством долгосрочного дохода $\overline{Inc}_t$ и имеющихся у домохозяйства запасов ликвидных активов M_t (в данном случае – денег) по формуле:

$$B_t = \min \left\{ \frac{\overline{Inc}_t + \rho M_t}{1 + \rho}, M_t \right\}.$$

Здесь добавлено ограничение, что потребительский бюджет не может превышать M_t (ограничение ликвидности). Параметр $\rho \geq 0$ отвечает за степень сглаживания потребления. Чем меньше ρ , тем сильнее потребитель сглаживает свое потребление, больше ориентируясь не на доступные в текущий период ликвидные средства, а на ожидания доходов в будущем.

Запасы денег изменяются в соответствии с уравнением:

$$M_t = M_{t-1} - B_{t-1} + Inc_t,$$

где Inc_t – текущий доход.

Ожидаемый долгосрочный доход («перманентный доход») рассчитывается по формуле адаптивных ожиданий с меняющимся коэффициентом, зависящим от показателя опытности (см. п. 3.5.2 на с. 183):

$$W_{t+1} = \lambda W_t + 1, \\ \overline{Inc}_t = \overline{Inc}_{t-1} + \frac{1}{W_{t+1}} (Inc_t - \overline{Inc}_{t-1}).$$

Здесь W_t – меняющийся показатель опытности, $\lambda \in (0; 1)$ – параметр сглаживания при вычислении долгосрочного дохода.

Поскольку при нормальных условиях доходы потребителей в АОМММ резко не меняются по периодам, сглаживание потребления оказывает не очень заметное влияние на поведение потребителя. Кроме потребления, такое сглаживание оказывает воздействие также на спрос на деньги со стороны домохозяйства.

Параметры, используемые в действующем варианте модели, указаны в табл. 21.

Конфигурация алгоритмов поведения домохозяйств

Характеристика	Значение
коэффициент интенсивности мутаций μ_h	0.05
коэффициент мягкого максимума, β_h	100
константа для доли потребления δ_s	10^{-5}
число вариантов планов V_h	20
степень сглаживания потребления ρ	0.1
параметр сглаживания дохода λ	0.98

5.3. Поведение фирм

5.3.1. Технология производства и динамика запасов

Частные фирмы $f = 1, \dots, N_f$ в модели принадлежат к одной из N_i отраслей (исключая транспорт). Как уже говорилось, в производстве продукция рассматривается как однородная, а различия проявляются в результате покупки на конкретные цели, что позволяет моделировать предприятия как однопродуктовые.

Технологические возможности фирмы описываются производственной функцией, которая определяет объемы производственных факторов (товаров промежуточного потребления, трудовых ресурсов и запасов основного капитала), достаточные для производства запланированного объема продукции. Используется леонтьевская функция вида:

$$y = \min \left\{ \min_{i=1, \dots, N_i} \frac{x_i}{a_i}, \min_{c=1, \dots, N_c} \frac{K_c}{a_{Kc}}, \frac{L}{a_L} \right\}.$$

Здесь y – выпуск продукции, x_i – затраты промежуточных производственных факторов из отрасли i , a_i – технологический коэффициент материальных затрат, K_c – запас основного капитала вида $c = 1, \dots, N_c$, a_{Kc} – коэффициент капиталоемкости, L – используемое количество труда, a_L – коэффициент трудоемкости.

В случае леонтьевской технологии затраты факторов пропорциональны объему производства y . Для сырья, материалов и дру-

гих подобных ресурсов имеем $x_i = a_i y$. Аналогично для затрат труда $L = a_L y$, т. е. модель исходит из достаточно большой гибкости при использовании трудовых ресурсов. Эти производственные факторы закупаются в требуемом количестве каждый период.

Для основного капитала предполагать такую гибкость было бы неправильно. Поэтому предполагается, что запасы капитала только ограничивают объем производства сверху. Основной капитал фирмы и изменение его запасов обсуждается более подробно в гл. 8. Здесь нам важно, что имеется показатель:

$$\hat{y} = \min_{c=1, \dots, N_c} \frac{K_c}{a_{Kc}}.$$

Это производственные мощности, ограничивающие выпуск y сверху:

$$y \leq \hat{y}.$$

С учетом особенностей технологии фирмы при данных ценах производственных факторов и при данной зарплате можно ввести функцию операционных издержек, которая действует на интервале $[0, \hat{y}]$:

$$C_{op}(y, \rho, w) = y \sum_{i=1}^{N_i} \rho_i a_i + w a_L y = c_{op} y,$$

где ρ_i – цена фактора i , ρ – вектор этих цен, w – ставка заработной платы (включающая страховые взносы), а

$$c_{op} = \sum_{i=1}^{N_i} \rho_i a_i + w a_L$$

– это операционные издержки на единицу продукции.

Операционная прибыль, не учитывающая капитальные издержки (и налог на прибыль), равна:

$$pD - c_{op} y,$$

где p – цена продукции, D – приобретенное покупателями количество (спрос на продукцию), y – объем производства.

Далее мы будем затрагивать динамические аспекты поведения фирмы, поэтому все меняющиеся переменные будем писать

с индексом периода t . В каждом периоде фирма имеет некоторые производственные мощности $\hat{y}_t$, ограничивающие сверху ее объем производства y_t . Также фирма обладает некоторым запасом готовой продукции, который она стремится поддерживать на достаточно высоком уровне. Запас на начало периода t обозначим S_{t-1} .

Произведенная продукция y_t увеличивает запасы готовой продукции до $S_{t-1} + y_t$. Поэтому предлагаемое покупателям на рынке в период t количество товара ограничено величиной $S_{t-1} + y_t$. Запасы готовой продукции поддерживаются на некотором достаточно высоком уровне. При этом ситуация, когда запасы исчерпываются, встречается очень редко¹ и спрос покупателей практически всегда оказывается удовлетворенным.

Запасы далее уменьшаются в результате продаж на рынке D_t . Соответственно, запасы на конец периода равны:

$$S_t = S_{t-1} + y_t - D_t.$$

Спрос $D_t \in [0, S_{t-1} + y_t]$ до определенной степени зависит от цены p_t , по которой фирма предлагает свою продукцию покупателям. Выбирая цену продукции p_t и объем производства $y_t \in [0, \hat{y}_t]$ фирма может влиять на спрос, запасы S_t и свою прибыль.

5.3.2. Порядок событий для фирмы

В модели действует механизм торговли, в рамках которого продавцы назначают цены, а покупатели в соответствии с некоторым алгоритмом, включающим элемент случайности, выбирают количества товаров, приобретаемые у тех или иных продавцов. Таким образом, фирма должна сделать выбор, какую цену p на свою продукцию установить. Кроме того, следует выбрать объем производства y .

¹ Например, это может произойти в начальные периоды работы модели, когда поведение агентов и пропорции экономики еще не стабилизировались. Если все же величина спроса превысила имеющееся в наличии количество, то происходит рационирование – покупатели получают объемы товара меньше запрашиваемых.

Если оставить за кадром принятие инвестиционных решений, то в течение периода с точки зрения фирмы происходят следующие события:

- Выбирается объем производства u , а также цена p , по которой фирма будет предлагать свою продукцию покупателям в данном периоде.
- Фирма закупает на товарных рынках и рынке труда требуемые для производства объема u количества производственных факторов (сырье, материалы, трудовые ресурсы).
- Фирма производит выбранное количество u , затрачивая соответствующие производственные факторы.
- Фирма выставляет на рынок свою продукцию по цене p (с дополнительным ограничением по количеству).
- Покупатели предъявляют свой спрос на продукцию фирмы. Фирма удовлетворяет этот спрос (возможно, не полностью) и получает выручку от продажи.
- Изменяются запасы готовой продукции.
- Фирма выплачивает страховые взносы с заработной платы и налог на прибыль.
- Фирма принимает решение о сумме дивидендов собственникам и производит соответствующие выплаты.
- Фирма принимает решение о сумме денег, необходимой для закупок следующего периода.

5.3.3. Прогнозы спроса на продукцию фирмы

В модели фирмы используют оценки функции спроса на свою продукцию $\bar{D}_t(p_t)$ для целей планирования цены и объема производства. Важно, чтобы оценка спроса была достаточно точной, и чтобы она адаптировалась к текущей ситуации на рынке. Для решения этой задачи применен алгоритм адаптивной регрессии, описанный в п. 3.6.3 на с. 203.

Предполагается, что спрос на продукцию фирмы зависит от цен, установленных ею и ее конкурентами. Алгоритм покупательского выбора устроен так, что у продавца с более низкой ценой спрос при прочих равных условиях в среднем выше. Кроме того, на общий спрос покупателя-домохозяйства цена также оказывает отрицательное влияние. В целом средний спрос на продукцию фирмы можно

представить как воображаемую убывающую функцию ее цены p_t . С другой стороны, по ценам конкурентов спрос фирмы растет.

Модель регрессии для отдельной фирмы имеет лог-линейный вид

$$\ln(D_t + \delta_D) = -\beta_{1t} \ln(p_t) + \beta_{2t} \ln(\bar{p}_t^o) + \beta_{3t} + \varepsilon_{Dt},$$

где $\delta_D > 0$ – небольшая добавка, позволяющая работать с нулевым спросом, $\bar{p}_t^o$ – ожидаемая средняя цена фирм-конкурентов, ε_{Dt} – случайная ошибка.

В регрессии не только коэффициенты β_{jt} предполагаются меняющимися во времени, но и дисперсия ошибки $\sigma_{Dt}^2 = \text{var}(\varepsilon_t) = e^{h_t}$. Таким образом, в модели регрессии для спроса присутствует меняющийся параметр h_t , который отвечает за неопределенность спроса. В каждом периоде параметры β_t и h_t пересчитываются адаптивно с учетом фактически наблюдавшегося спроса D_t при установленной фирмой цене p_t .

За скорость адаптации коэффициентов β_t к текущей ситуации отвечает ковариационная матрица:

$$\Omega_\beta = \text{diag}(\omega_{\beta 1}^2, \omega_{\beta 2}^2, \omega_{\beta 3}^2).$$

Здесь корень из диагонального элемента $\omega_{\beta j}$ отвечает за скорость адаптации коэффициента регрессии β_{tj} , $j = 1, 2, 3$. При значении $\omega_{\beta j}$ близких к нулю коэффициент β_{tj} меняется медленно, не успевая за обстановкой на рынке. При большом $\omega_{\beta j}$ коэффициент β_{tj} меняется быстро, но сильно подвержен случайным шокам. За скорость адаптации параметра неопределенности h_t отвечает коэффициент $\rho_D > 0$. При большом ρ_D параметр h_t более активно реагирует на текущие ошибки в прогнозах спроса, при малом ρ_D динамика h_t становится более гладкой.

Чтобы повысить устойчивость модели регрессии к резко выделяющимся значениям спроса, для ошибки ε_{Dt} берется t -распределение Стьюдента с k_D степенями свободы, нормированное к единичной дисперсии.

Для прогнозирования цен конкурентов p_t^o применяется авто-регрессия первого порядка (с тем же адаптивным алгоритмом):

$$\ln(p_t^o) = \gamma_{1t} \ln(p_{t-1}^o) + \gamma_{2t} + \varepsilon_{pt}.$$

В качестве $\bar{p}_t^o$ в модели спроса используется прогноз из этой последней модели. В авторегрессии для цен используются параметры $\omega_{\gamma 1}, \omega_{\gamma 2}, \rho_p, \kappa_p$, которые несут тот же смысл, как и аналогичные параметры регрессии для спроса.

Прогноз функции спроса на продукцию фирмы использует текущие значения коэффициентов β_t :

$$\bar{D}_t(p) = \max\{\exp(-\beta_{1t} \ln(p_t) + \beta_{2t} \ln(\bar{p}_t^o) + \beta_{3t}) - \delta_D, 0\}.$$

Он строится так, чтобы значение $\bar{D}_t(p)$ было всегда неотрицательным несмотря на добавку δ_D . В то же время при построении прогноза по модели при конкретной цене p он берется не меньше небольшого положительного числа $\delta_D 10^{-10}$:

$$\bar{D}_t(p) = \max\{\exp(-\beta_{1t} \ln(p_t) + \beta_{2t} \ln(\bar{p}_t^o) + \beta_{3t}) - \delta_D, \delta_D 10^{-10}\}.$$

Также адаптивная регрессия используется для прогнозирования выручки фирмы Rvn_t . Это регрессия, где моделируется $\ln(\text{Rvn}_t + p_{t-1} \delta_D)$.

См. ниже объяснение того, как такой прогноз $\overline{\text{Rvn}}_t$ используется при выборе цены.

Таблица 22

Конфигурация адаптивных регрессий	
Характеристика	Значение
добавка для спроса δ_D	0.1
параметры адаптации коэффициентов уравнения спроса $\omega_{\beta 1}, \omega_{\beta 2}, \omega_{\beta 3}$	20, 20, 120
параметр адаптации неопределенности спроса ρ_D	0.3
степени свободы t Стьюдента для спроса κ_D	6
параметры адаптации коэффициентов уравнения цен $\omega_{\gamma 1}, \omega_{\gamma 2}$	0.01, 0.05
параметр адаптации неопределенности цен ρ_p	0.25
степени свободы t Стьюдента для цен κ_p	10

5.3.4. Выбор цены и выпуска

При выборе выпуска u_t и цены p_t фирма ориентируется на свою прибыль. Это ожидаемая прибыль в текущем периоде и в будущем. При этом фирма принимает во внимание прогноз спроса

при данной цене p_t , прогнозы цен производственных факторов и величину своих запасов готовой продукции. Максимизация ожидаемой прибыли происходит с элементом неполной рациональности.

Более конкретно, для принятия решения фирмой имеются следующие исходные данные:

- цена на продукцию в предыдущий период p_{t-1} ,
- объем производства в предыдущий период y_{t-1} ,
- имеющийся на начало периода запас готовой продукции S_{t-1} .
- средняя ожидаемая цена конкурирующих фирм $\bar{p}_t^o$, которая рассчитывается по адаптивной регрессии.
- оценка функции спроса на продукцию фирмы $\bar{D}_t(p)$ на основе адаптивной регрессии, использующая ожидаемую цену конкурирующих фирм $\bar{p}_t^o$,
- вектор ожидаемых цен закупок производственных факторов $\bar{\rho}_t$.
- оценка операционных издержек производства единицы продукции $\bar{c}_{op,t}$ на основе цен факторов $\bar{\rho}_t$,
- имеющаяся на начало периода величина производственных мощностей $\hat{y}_t$.

В качестве показателя прибыли фирмы выступают дисконтированные денежные потоки в периоде t и в последующих периодах. Если бы в будущем траектория оперативных издержек, цены, спроса и объемов производства была бы равна:

$$(c_{op,t}, p_t, D_t, y_t), (c_{op,t+1}, p_{t+1}, D_{t+1}, y_{t+1}), \dots,$$

то фирма получила бы:

$$p_t D_t - c_{op,t} y_t + \frac{1}{(1+r)} (p_{t+1} D_{t+1} - c_{op,t+1} y_{t+1}) + \frac{1}{(1+r)^2} (p_{t+2} D_{t+2} - c_{op,t+2} y_{t+2}) + \dots,$$

где r – нормативная величина однопериодной процентной ставки, используемая для дисконтирования. Указанная сумма зависит от случайных событий, которые произойдут в будущем. Таким образом, проблема не сводится к выбору только величин p_t, y_t . Полное оптимальное решение задачи фирмы должно иметь вид плана действий во всех возможных будущих обстоятельствах. Это ре-

шение сложной стохастической динамической оптимизационной задачи. Понятно, что получение и использование подобного решения не достижимо в рамках агентной модели. Вместо этого в АОМММ используются упрощенный алгоритм поведения.

Суть упрощенного алгоритма состоит в следующем. Предполагается, что ожидаемые средние оперативные издержки останутся на уровне $\bar{c}_{op,t}$, а функция ожидаемого спроса при данной цене p в будущем тоже будет неизменной, равной $\bar{D} = \bar{D}_t(p)$. Кроме того, алгоритм исходит из того, что в будущем выбранная цена будет соответствовать максимуму «долгосрочной» однопериодной оперативной прибыли:

$$p^* = \arg \max_p (p - \bar{c}_{op,t}) \bar{D}_t(p).$$

Этой цене соответствует ожидаемый спрос

$$D^* = \bar{D}_t(p^*).$$

При этом ожидается, что в каждом периоде оперативная прибыль будет приближенно равна:

$$\pi^* = (p^* - \bar{c}_{op,t}) D^*.$$

Помимо долгосрочной прибыли фирма при принятии решений ориентируется на величину запасов готовой продукции. Нормативная величина запасов берется равной:

$$\chi_S D^*,$$

где $\chi_S > 1$ – коэффициент запасов готовой продукции. Исходя из этого коэффициента рассчитывается разрыв в величине запасов. Выпуск выбирается таким, чтобы за один период разрыв g_S в величине запасов уменьшался на $\frac{1}{n_S}$ часть, где $n_S > 1$ – параметр, отвечающий за скорость корректировки запасов. В дальнейшем вместо n_S будем в формулах использовать упрощенное обозначение n .

Предполагается, что начиная с периода $t + n$, фирма будет устанавливать цену p^* и производить D^* . Для периодов $t, t + 1, \dots, t + n - 1$ предусмотрена особая динамика, которая ориентирована на поддержание запасов готовой продукции на нормативном уровне. А именно, цены и выпуски подбираются так, чтобы

выполнялось:

$$\bar{S}_{t+n-1} = \chi_S D^*,$$

где $\bar{S}_{t+n-1}$ – ожидаемый размер запасов к концу периода $t + n - 1$. Если положить, что в периоды $t, \dots, t + n - 1$ будут выбраны цены $p_t, \dots, p_{t+n-1}$ и выпуски $y_t, \dots, y_{t+n-1}$, то ожидаемый размер запасов равен:

$$\bar{S}_{t+n-1} = S_{t-1} + \sum_{i=0}^{n-1} y_{t+i} - \sum_{i=0}^{n-1} \bar{D}_t(p_{t+i}).$$

Если в период t будет выбрана цена

$$p_t = p,$$

в последующие периоды – цена

$$p_{t+1} = \dots = p_{t+n-1} = p^*,$$

а выпуск в периоды $t, \dots, t + n - 1$ будет оставаться неизменным на уровне D^* :

$$y_t = \dots = y_{t+n-1} = D^*,$$

то ожидаемые запасы $\bar{S}_{t+n-1}$ будут отличаться от нормативного уровня на величину разрыва:

$$g_s = g_s(p) = \chi_S D^* + \bar{D}_t(p) - D^* - S_{t-1}.$$

Чтобы покрыть такой разрыв при постоянном выпуске:

$$y_t = \dots = y_{t+n-1} = y,$$

следует выбрать этот выпуск равным:

$$y = y(p) = D^* + g_s(p)/n.$$

Здесь также предполагается, что в периоды $t + 1, \dots, t + n$ цена будет на уровне p^* :

$$p_{t+1} = \dots = p_{t+n-1} = p^*.$$

Указанный выпуск, позволяющий ликвидировать разрыв в величине запасов по сравнению с нормативом за n периодов,

однозначно задается ценой $p_t = p$. Таким образом, задача сводится к выбору подходящей цены текущего периода p .

Выбор цены p происходит на основе специальным образом сконструированной целевой функции $\Phi(p)$. В качестве целевой функции удобно выбрать прогнозируемую оперативную прибыль периода t , дополненную дисконтированными изменениями денежных потоков в последующих периодах по сравнению с величиной π^* :

$$\begin{aligned}\Phi(p) = p \min\{\bar{D}_t(p), S_{t-1} + y(p)\} - \bar{c}_{op,t}y(p) \\ - \frac{1}{1+r} \bar{c}_{op,t}(y(p) - D^*) - \dots \\ - \frac{1}{(1+r)^{n-1}} \bar{c}_{op,t}(y(p) - D^*)\end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}\Phi(p) = p \min\{\bar{D}_t(p), S_{t-1} + y(p)\} - \bar{c}_{op,t}y(p) \\ - d(r, n) \bar{c}_{op,t} \frac{g_s(p)}{n},\end{aligned}$$

где

$$d(r, n) = \frac{1}{1+r} + \dots + \frac{1}{(1+r)^{n-1}} = \frac{1}{r} \left(1 - \frac{1}{(1+r)^{n-1}}\right).$$

Добавочное слагаемое связано с дисконтированными к текущему периоду добавочными издержками постепенного уменьшения величины разрыва запасов в течение периодов $t+1, t+n-1$.

Приведенные только что формулы не учитывают тот факт, что выпуск фирмы ограничен величиной производственных мощностей $\hat{y}_t$. Используемый алгоритм исходит из того, что в будущем величина мощностей останется неизменной. Модифицируем формулы с учетом ограничений:

$$y_{t+i} \leq \hat{y}_t.$$

Прежде всего, поменяется решение в задаче максимизации долгосрочной однопериодной оперативной прибыли. Добавляется

ограничение:

$$\bar{D}_t(p) \leq \hat{y}_t.$$

С учетом данного ограничения, если при решении исходной задачи получена такая цена p^* , что $\bar{D}_t(p^*) > \hat{y}_t$, то ее следует поменять на:

$$p^* = \bar{D}_t^{-1}(\hat{y}_t),$$

чтобы выполнялось:

$$D^* = \hat{y}_t.$$

Далее, при положительной величине разрыва запасов ($g_s(p) > 0$) выпуск $D^* + g_s(p)/n$ не всегда допустим. Может оказаться, что $D^* + g_s(p)/n > \hat{y}_t$. Тогда для ликвидации разрыва запасов в течение n периодов требуется на это время повысить цену и снизить спрос. Если в период t будет выбрана цена:

$$p_t = p,$$

в последующие периоды – цена:

$$p_{t+1} = \dots = p_{t+n-1} = \tilde{p},$$

а выпуск в периоды $t, \dots, t + n - 1$ будет оставаться неизменным на уровне имеющихся мощностей $\hat{y}_t$:

$$y_t = \dots = y_{t+n-1} = \hat{y}_t,$$

то ожидаемый размер запасов в период $t + n - 1$ будет равен:

$$\bar{S}_{t+n-1} = S_{t-1} + n\hat{y}_t - \bar{D}_t(p) - (n-1)\tilde{D},$$

где $\tilde{D} = \bar{D}_t(\tilde{p})$ – ожидаемый спрос в периоды $t + 1, \dots, t + n - 1$. Для достижения нормативной величины запасов $\chi_S D^*$ спрос $\tilde{D}$ должен быть равен:

$$\tilde{D} = \frac{1}{n-1} (S_{t-1} + n\hat{y}_t - \bar{D}_t(p) - \chi_S D^*).$$

Выражая $\tilde{D}$ через величину разрыва запасов, равную $g_s = \chi_s D^* + \bar{D}_t(p) - D^* - S_{t-1}$, получим:

$$\tilde{D} = \frac{1}{n-1}(n\hat{y}_t - D^* - g_s).$$

Если вычисленная по этой формуле требуемая величина спроса неотрицательна ($\tilde{D} \geq 0$), то можно ее достичь, установив цену на уровне:

$$\tilde{p} = \bar{D}_t^{-1}(\tilde{D}).$$

В этом случае в периоды $t+1, \dots, t+n-1$ прибыль будет равна $\tilde{p}\tilde{D} - \bar{c}_{op,t}\hat{y}_t$, а не $\pi^* = (p^* - \bar{c}_{op,t})D^*$, поэтому целевая функция при такой цене равна:

$$\Phi(p) = p\bar{D}_t(p) - \bar{c}_{op,t}\hat{y}_t - d(r, n)(\pi^* - (\tilde{p}\tilde{D} - \bar{c}_{op,t}\hat{y}_t)).$$

Если же окажется, что $\tilde{D} < 0$, то фирма не может рассчитывать на то, чтобы ликвидировать разрыв запасов за n периодов. Поэтому такая цена, вообще говоря, неприемлема для фирмы. Это дает ограничение, что цена не может превышать:

$$\underline{p} = \bar{D}_t^{-1}(S_{t-1} + n\hat{y}_t - \chi_s D^*).$$

Здесь $S_{t-1} + n\hat{y}_t - \chi_s D^*$ — это ожидаемый размер запасов в период $t+n-1$ (т. е. $\bar{S}_{t+n-1}$) при нулевом спросе и максимально возможном выпуске $\hat{y}_t$ в течение n периодов. Должно выполняться:

$$\frac{\chi_s D^* - S_{t-1}}{n} \leq \hat{y}_t.$$

В противном случае ни при какой цене фирма не может рассчитывать на то, чтобы ликвидировать разрыв запасов за n периодов. В случае, когда:

$$\frac{\chi_s D^* - S_{t-1}}{n} > \hat{y}_t,$$

следует просто выбрать цену $p_t = \bar{D}_t^{-1}(0)$ («цена отсечения спроса») и выпуск $y_t = \hat{y}_t$.

Если

$$\frac{\chi_S D^* - S_{t-1}}{n} \leq \hat{y}_t$$

и $\tilde{D} < 0$, то можно использовать ту же формулу целевой функции, что и в случае $\tilde{D} \geq 0$, но взять в ней запретительно низкую цену $\tilde{p}$, например, в несколько раз большую цены отсечения $\bar{D}_t^{-1}(0)$.

Таким образом формируется целевая функция $\Phi(p)$ для разных цен p . Далее происходит выбор цены с помощью случайного выбора на основе ожидаемого выигрыша (см. п. 3.5.3 на с. 186). Набор из V_f планов относительно значения цены строится на основе цены предыдущего периода p_{t-1} посредством случайных мутаций:

$$p_v = p_{t-1} \exp(\mu_f z_v),$$

где z_v – стандартная нормальная случайная величина ($z_v \sim N(0,1)$), а μ_f – коэффициент интенсивности мутаций¹. В качестве одного из планов используется просто цена предыдущего периода p_{t-1} . Также добавляются два плана: на основе выпуска предыдущего периода y_{t-1} и мощностей $\hat{y}_t$; цены берутся исходя из обратной функции спроса $\bar{D}_t^{-1}(y)$. По формуле мягкого максимума вероятность выбрать план v с ценой p_v равна:

$$\frac{\exp(\beta_f \Phi(p_v) / \overline{\text{Rvn}}_t)}{\sum_{i=1}^{V_f} \exp(\beta_f \Phi(p_i) / \overline{\text{Rvn}}_t)}.$$

Целевая функция здесь модифицируется с помощью прогноза выручки $\overline{\text{Rvn}}_t$, то есть берется не $\Phi(p)$, а $\Phi(p) / \overline{\text{Rvn}}_t$. Как получается этот прогноз, обсуждается ниже. Такое преобразование делается для того, чтобы сделать коэффициент β_f сопоставимым у разных по масштабу производства фирм.

Параметры, используемые в действующем варианте модели, указаны в табл. 23.

¹ Можно использовать также

$$p_v \leftarrow p_{t-1} \exp(\delta_{\text{mut}}(2u_v - 1)),$$

где u_v – равномерно распределенная случайная величина $u_v \sim U_{[0,1]}$.

Конфигурация алгоритмов поведения фирм

Характеристика	Значение
коэффициент изменения выпуска, χ_y	5
коэффициент запасов, χ_s	4
число периодов для корректировки запасов, n_s	χ_s
процентная ставка, r	0.0009355
число вариантов планов, V_f	22
коэффициент интенсивности мутаций, μ_f	0.002887
коэффициент мягкого максимума, β_f	1000

Для поиска решения задачи максимизации:

$$\max_p (p - c)D(p),$$

где

$$D(p) = \exp(\alpha_0 - \alpha_1 p) - \delta$$

(при таких p , что здесь $D(p) \geq 0$), используется простой итеративный алгоритм. Из условия первого порядка максимума:

$$D(p) - \alpha_1(D(p) + \delta) \frac{p - c}{p} = 0$$

получаем шаг итераций:

$$p \leftarrow c \left(1 - \frac{1}{\alpha_1} \frac{D(p)}{D(p) + \delta} \right)^{-1}.$$

Такие итерации можно начать, например, с цены предыдущего периода p_{t-1} .

5.4. Механизм торговли на товарных рынках

5.4.1. Распределение спроса покупателей между поставщиками

Рассмотрим рынок одного товара. При этом мы не предполагаем, что этот товар полностью однороден. Можно рассматривать товар как дифференцированный, что означает, что варианты товара, предлагаемые разными продавцами, могут рассматриваться как не полностью эквивалентные с точки зрения его потребления покупателями.

Решение покупателя по поводу того, у какого поставщика в каких количествах покупать данный товар, происходит согласно алгоритму, описанному в п. 3.7.3. Это алгоритм выбора поставщика при эластичном спросе покупателя. В модель неявно заложены разнородность предпочтений покупателей, неполнота информации и неполная рациональность выбора. В результате при выборе поставщика не всегда выбирается вариант с наименьшей ценой.

Пусть имеется J продавцов, $j = 1, \dots, J$, с ценами p_j и показателями неценовой привлекательности Q_j , а также M покупателей с функциями спроса $d_i(p)$, $i = 1, \dots, M$. Каждый покупатель i сравнивает представленные на рынке варианты и рассчитывает доли γ_{ij} всех продавцов. При этом он ориентируется на цены $p_{ij} = p_j + t_{ij}$, включающие транспортные издержки t_{ij} на единицу товара (а также косвенные налоги). Доля γ_{ij} продавца j пропорциональна величине привлекательности $Q_{ij} p_{ij}^{-\eta_i}$, где η_i – фиксированный параметр эластичности привлекательности по цене. При больших значениях η_i почти весь покупаемый объем приходится на самый дешевый товар. При малых значениях η_i покупки распределяются между продавцами примерно пропорционально величинам Q_{ij} . На основе найденных долей покупатель рассчитывает средневзвешенную цену $\tilde{p}_i = \sum_{j=1}^J p_{ij} \gamma_{ij}$ и соответствующий этой цене спрос $d_i(\tilde{p}_i)$.

Спрос $d_i(\tilde{p}_i)$ делится на K_i равных порций небольшого размера. Покупатель делает случайный выбор продавца независимо для каждой из K_i порций. Количество порций, назначенных разным фирмам, определяется полиномиальным распределением с вероятностями γ_{ij} . Тем самым определяется разбивка общей величины спроса $d_i(\tilde{p}_i)$ на объемы спроса у отдельных продавцов (X_{ij}):

$$\sum_{j=1}^J X_{ij} = d_i(\tilde{p}_i).$$

В целом данная процедура напоминает эконометрическую модель условного логита (варианта мультиномиального логита).

Форма функции спроса зависит от типа агента. У домохозяйства фиксируется сумма, выделенная на покупку данного товара. Функция спроса внешнего рынка задается экзогенно, как спрос с постоянной эластичностью. Спрос фирм и госпредприятий неэластичен по цене.

5.4.2. Организация торговли на товарных рынках

Для организации торговли обычными частными товарами (т. е. не общественными товарами и не транспортом) в модель АОМММ вводятся особые агенты – товарные рынки. Домохозяйства, фирмы, внешние рынки и государственные предприятия взаимодействуют через товарные рынки, покупая и продавая товары одной из отраслей. Имеется несколько товарных рынков по числу отраслей. В каждом периоде происходит один процесс торговли для каждого из товаров.

При разработке механизма торговли на рынках учитывалось требование согласованности в использовании экономических ресурсов и тот факт, что агенты, выступающие продавцами и покупателями, должны иметь возможность планировать свои действия. При этом конструкция механизма торговли должна быть скоординирована с остальными элементами модели, а в поведение агентов должны быть заложены принципы, позволяющие функционировать рынкам непротиворечивым образом.

Поскольку в модели имеется несколько взаимосвязанных отраслей, то важным требованием является то, что торговля должна быть организована таким образом, чтобы не было прямого зацепления между процессами торговли на разных рынках.

В действующем варианте модели приняты во внимание указанные соображения, и за основу были взяты следующие принципы построения модели:

- Фирмы имеют запасы готовой продукции, которые и предлагают к продажам на рынке. Запасы выбираются достаточно большими, так чтобы события исчерпания запасов при нормальных условиях в модели не возникали.

- Продавцы в самом начале процесса торговли объявляют свои цены, и в дальнейшем эти цены остаются неизменными.

- Продавцы сообщают также максимальные количества товаров, которые они готовы продать. Купленное у продавца в результате процесса торговли количество товара не должно превышать эту верхнюю границу. Это сделано для того, чтобы купленное количество не превышало имеющиеся запасы готовой продукции продавца и в модели не возникали отрицательные запасы.

- Домохозяйства заранее распределяют свой бюджет между товарами разных отраслей. При этом они ориентируются на ожидаемые, а не на фактические цены. Бюджет, направляемый на покупку товара отдельной отрасли, фиксирован и не меняется даже в том случае, когда фактические цены, заявленные продавцами, оказываются сильно отличными от ожидаемых. Это сделано, во-первых, чтобы не приходилось менять планы домохозяйства по покупкам на одном рынке при неожиданных изменениях цен на других рынках, и, во-вторых, чтобы домохозяйства не превышали бюджет и не прибегали к заимствованиям.

- Внешние рынки, когда выступают в качестве продавцов на товарных рынках, считаются имеющими возможность поставлять любое количество товара при фиксированной цене. Цена устанавливается как фиксированная цена в иностранной валюте, пересчитанная в национальную валюту по текущему курсу.

- При необходимости в модель вводятся агенты, называемые балансирующими компаниями. Это такие производственные агенты, которые могут произвести любой требующийся товар, используя в качестве ресурса только труд. При этом трудоемкость

выбирается достаточно большой, чтобы в обычных условиях цена предлагаемого этим агентом на рынке товара была запретительно большой, и чтобы покупатели не покупали товар у данного агента. Такой агент вступает в действие в том случае, когда запасы готовой продукции у обычных поставщиков оказываются исчерпанными. Поскольку модель АОММ строится исходя из того, что запасы готовой продукции в нормальных условиях достаточно большие и вряд ли могут быть исчерпаны одновременно у всех поставщиков, предполагается, что этот агент может быть задействован в начальные периоды, когда агенты не до конца обучены и экономика не стабилизировалась. Также по активности данных агентов можно судить о проблемах в работе модели.

- Из-за наличия в модели балансирующих компаний и внешних рынков при описании механизма торговли можно исходить из того, что каким бы ни был спрос покупателей на рынке, он всегда будет удовлетворен, хотя, возможно, и по очень высокой цене. Таким образом, процесс торговли всегда должен заканчиваться за конечное число итераций.

Каждый период характеризуется определенной последовательностью событий, связанных с торговлей: а) объявление продавцами своих цен и предлагаемых объемов через товарный рынок; б) информирование потенциальных покупателей об имеющихся вариантах; в) обработка покупателями информации об имеющихся вариантах; г) выставление заявок покупателями через рынок; д) принятие товарным рынком решения об объемах покупок; е) информирование покупателей и продавцов о совершенных сделках.

Далее мы обсудим алгоритм, посредством которого товарные рынки выбирают объемы покупок.

5.4.3. Алгоритм для нахождения объемов покупок

После того как продавцы выставят свою продукцию на товарный рынок, на рынке будут представлены $j = 1, \dots, J$ вариантов от разных продавцов. Для каждого из вариантов продавец устанавливает цену p_j , а также максимальное имеющееся в наличии количество товара q_j , где $q_j = +\infty$, если количество не ограничено.

Данный набор вариантов дается для рассмотрения потенциальным покупателям $i = 1, \dots, M$. Если покупка товара варианта j для покупателя i связана с транспортными издержками t_{ij} на единицу товара, то полная цена для него составит $p_{ij} = p_j + t_{ij}$. Если имеется косвенный налог на покупку данного товара, то он тоже учитывается в цене p_{ij} . Это индивидуальная цена товара варианта j для покупателя i . Таким образом, если покупатель i приобретет X_{ij} товара варианта j , то его полные расходы на это составят $p_{ij}X_{ij}$. Также покупатель рассчитывает для каждого варианта j его неценовую привлекательность Q_{ij} . В простейшем варианте привлекательность определяется только ценой p_{ij} и для всех вариантов берется $Q_{ij} = 1$.

Каждый покупатель формулирует свою заявку. Заявка покупателя i должна содержать следующую информацию:

- функцию спроса d_i ,
- эластичность привлекательности по цене η_i ,
- размер порции Δ_i ,
- таблицу индивидуальных цен $p_{ij}, j = 1, \dots, J$,
- таблицу неценовых привлекательностей Q_{ij} .

В начале работы алгоритма заполняются нулями векторы количества приобретаемого товара: $X_{ij} := 0$. Кроме того, в начале все варианты являются активными и принадлежат множеству активных вариантов:

$$A := \{1, \dots, J\}.$$

Дальше происходит цикл по всем покупателям $i = 1, \dots, M$.

Вычисляются вероятности для всех активных вариантов $j \in A$

$$\gamma_{ij} := \frac{Q_{ij} p_{ij}^{-\eta_i}}{\sum_{s \in A} Q_{is} p_{is}^{-\eta_i}}$$

и вычисляется средняя цена по активным вариантам:

$$p_i^A := \sum_{j \in A} \gamma_{ij} p_{ij} = \frac{\sum_{j \in A} p_{ij}^{-(\eta_i - 1)}}{\sum_{j \in A} p_{ij}^{-\eta_i}}.$$

Вычисляется величина остаточного спроса покупателя на активные варианты:

$$R_i := \max\{d_i(p_i^A) - X_i, 0\},$$

где $X_i = \sum_j X_{ij}$. Определяется количество покупаемых порций:

$$K_i := \lfloor R_i / \Delta_i \rfloor$$

и генерируется спрос в штуках порций $n_1, \dots, n_J$ по мультиномиальному распределению $\text{Mult}(K_i, \gamma_{i1}, \dots, \gamma_{iJ})$, где у неактивных вариантов вероятность нулевая: $\gamma_{ij} = 0, j \notin A$. В результате по варианту j дополнительно покупается:

$$\Delta X_{ij} = \frac{n_{ij}}{K_i} R_i$$

товара и общее приобретаемое количество товара варианта j становится равным:

$$X_{ij} := X_{ij} + \Delta X_{ij}.$$

Если у активного варианта $j \in A$ общее запрашиваемое количество:

$$Y_j := \sum_{i=1}^m X_{ij}$$

превышает имеющееся количество, т. е.:

$$Y_j > q_j,$$

то происходит пропорциональная корректировка:

$$X_{ij} := X_{ij} \frac{q_j}{Y_j}, i = 1, \dots, M.$$

Такой исчерпанный вариант j становится неактивным:

$$A := A \setminus \{j\}.$$

Если в описанном цикле вариантов с $Y_j > q_j$ не будет найдено, то алгоритм останавливается.

Ситуация, когда активных вариантов не остается ($A = \emptyset$), не должна возникать, если хотя бы у одного продавца выставленное на рынок количество товара бесконечно.

Рассмотрим также особую заявку покупателя в виде суммы денег (бюджета) B_i . Будем считать, что покупатель должен истратить на покупку товара ровно B_i (не больше и не меньше). В ходе работы механизма часть этой суммы может быть уже истрачена на покупку товара. Пусть оставшаяся сумма равна R_{Bi} . По тем же формулам вычисляются вероятности γ_{ij} для активных вариантов и средняя цена p_i^A . Количество покупаемых порций берется в этом случае равным:

$$K_i := \lfloor R_{Bi} / (p_i^A \Delta_i) \rfloor.$$

Так же по мультиномиальному распределению генерируется спрос в штуках порций n_{ij} , $j \in A$. Вычисляется фактическая средняя цена:

$$\bar{p}_i^A := \frac{1}{K_i} \sum_{j \in A} n_{ij} p_{ij}.$$

В результате у варианта j дополнительно покупается:

$$\Delta X_{ij} = \frac{n_{ij}}{K_i} \frac{R_{Bi}}{\bar{p}_i^A}.$$

Данная модификация встраивается очевидным образом в описанный общий алгоритм. Она используется в модели для описания поведения агентов-домохозяйств.

Если эластичности привлекательности по цене η_i большие, то конкуренция продавцов более острая. Наоборот, при малых значениях η_i продавцы меньше конкурируют друг с другом. Если размеры покупаемых порций Δ_i большие, то распределение спроса по продавцам более случайное. Наоборот, если Δ_i большие, то распределение спроса более предсказуемое, близкое к теоретическим долям γ_{ij} . В АОМММ у покупателей берутся одинаковые эластичности привлекательности по цене η для всех рынков. Размер порции Δ задается вектором и может различаться по рынкам. В табл. 24 указаны те значения, которые использовались в экспериментах.

Конфигурация алгоритмов поведения покупателей

Характеристика	Значение
эластичность привлекательности по цене у домохозяйств η_h	10
эластичность привлекательности по цене у фирм η_f	10
размер порции у домохозяйств Δ_{hi}	0.9 для всех товаров i
размер порции у фирм Δ_{fi}	0.9 для всех товаров i

5.5. Другие рынки в АОМММ

В отличие от товарных рынков рынок труда и валютный рынок не являются приоритетом при развитии АОМММ, поэтому было принято решение предусмотреть для них упрощенное правдоподобное поведение без использования агент-ориентированного подхода. Важно, чтобы динамика этих рынков не приводила к нестабильности в остальной части экономики и обеспечивалась приближенная сбалансированность спроса и предложения.

5.5.1. Особенности моделирования труда

В АОМММ реализован упрощенный вариант рынка труда на основе механизма нащупывания равновесия¹. Рынок труда в модели пока единый с централизованно устанавливаемой ставкой заработной платы. За взаимодействие агентов и изменение ставки заработной платы отвечает специальный агент – рынок труда. Совокупный спрос на труд складывается из затрат труда всех производственных агентов. Совокупное предложение труда складывается из предложения труда со стороны всех домохозяйств.

¹ Имеются определенные наработки по агент-ориентированному децентрализованному рынку труда, но модификация АОМММ в этом направлении пока не осуществлена.

Если j – это производственный агент (фирма или госпредприятие), y_{jt} – его объем производства в период t , а a_{jL} – коэффициент трудоемкости, то затраченное количество труда будет равно $L_{jt} = a_{jL}y_{jt}$.

В действующем варианте АОМММ предложение труда неэластично. Каждое домохозяйство h наделено определенным фиксированным запасом труда $\bar{L}_{ht}$. В экспериментах с моделью запасы труда $\bar{L}_{ht}$ поддерживались на неизменном уровне и множество агентов-домохозяйств не менялось.

Условия равновесия для рынка труда имеют обычный вид:

$$\sum_j L_{jt} = \sum_j a_{jL}y_{jt} = \sum_h \bar{L}_{ht}.$$

Однако в каждый конкретный период t рынок не уравновешен. Агент «Рынок труда» играет роль вальрасовского аукциониста, нащупывающего баланс спроса и предложения за счет корректировки цены.

Корректировка зависит от дисбаланса рынка труда, которая измеряется относительной разницей между предложением и спросом на труд:

$$\text{Imb}_{LM,t} = \ln \left(\sum_h \bar{L}_{ht} \right) - \ln \left(\sum_j L_{jt} \right).$$

Для ослабления влияния случайных флуктуаций используется smoothed версия этой величины на основе формулы адаптивных ожиданий с показателем опытности (см. п. 3.5.2 на с. 183):

$$\widetilde{\text{Imb}}_{LM,t+1} = \widetilde{\text{Imb}}_{LM,t} + \frac{1}{W_{LM,t+1}} (\text{Imb}_{LM,t} - \widetilde{\text{Imb}}_{LM,t}),$$

где опытность меняется как:

$$W_{LM,t+1} = (1 - \varphi_{LM})W_{LM,t} + 1,$$

а $\varphi_{LM} \in (0; 1)$ – параметр забывчивости. Величину $\widetilde{\text{Imb}}_{LM,t+1}$ можно интерпретировать как прогноз показателя дисбаланса рынка в следующий период $\text{Imb}_{LM,t+1}$. Изменение ставки зара-

ботной платы зависит от прогнозного дисбаланса с коэффициентом $\lambda_{LM} > 0$:

$$w_{t+1} = \exp(-\lambda_{LM} \widetilde{\text{Imb}}_{LM,t+1}) w_t.$$

В модели используются $\varphi_{LM} = 0.2$, $\lambda_{LM} = 0.25$.

5.5.2. Внешняя торговля и рынок иностранной валюты

В модели используется одна универсальная иностранная валюта с единым курсом E единиц национальной валюты за единицу иностранной валюты. Для каждого из внешних рынков $k = 1, \dots, N_{FM}$ по каждому из товаров i задается цена импорта $p_{Imp,ki}$, выраженная в иностранной валюте. Кроме того, задается функция спроса на экспорт, в которой цена p_{Exp} тоже берется в иностранной валюте:

$$D_{Exp,ki}(p_{Exp}).$$

Как уже обсуждалось, в механизме торговли на товарных рынках внешние рынки выступают как продавцы, предлагая товары по ценам $p_{Imp,ki}E$, и как покупатели со спросом:

$$d_{FM,ki}(p) = D_{Exp,ki}(p/E).$$

При покупке внутренним агентом X_i единиц товара i на внешнем рынке k ему требуется обменять $p_{Imp,ki}EX_i$ единиц национальной валюты на $p_{Imp,ki}X_i$ единиц иностранной валюты. При продаже X_i единиц товара i с ценой p_i на внешнем рынке k внешнему рынку, выступающему как покупатель, требуется обменять p_iX_i/E единиц иностранной валюты на p_iX_i единиц национальной.

Когда сумма s национальной валюты обменивается на s/E единиц иностранной, то изменяются общие показатели дисбаланса Imb_{HC} , ImbF_{HC} , Imb_{FC} , ImbF_{FC} :

$$\begin{aligned} \text{Imb}_{HC} &:= \text{Imb}_{HC} + s, \text{ImbF}_{HC} := \text{ImbF}_{HC} + s, \\ \text{Imb}_{FC} &:= \text{Imb}_{FC} - \frac{s}{E}, \text{ImbF}_{FC} := \text{ImbF}_{FC} - \frac{s}{E}. \end{aligned}$$

Показатели Imb_{HC} и Imb_{FC} обнуляются каждый период, а ImbF_{HC} и ImbF_{FC} обнуляются только при инициализации.

Валютный курс меняется по следующей формуле:

$$E = \exp(-\lambda_{FC}\text{Imb}_{FC} + \lambda_{HC}\text{ImbF}_{HC}) E.$$

В модели используются

$$\lambda_{FC} = 10^{-5}, \lambda_{HC} = 10^{-6}.$$

5.6. Географическая структура модели и транспорт¹

Географическая структура АОМММ привязана к условной карте России. Пространство в модели является непрерывным. Положение агента в пространстве задается географическими координатами – широтой и долготой. Акцент на пространственные явления приводит к использованию отдельных геоинформационных технологий. При инициализации модели используются статистические и географические данные по экономике России. В частности, учитывается численность населения по городам, статистические показатели по экономической деятельности в разрезе регионов. При этом в модели рассматриваются в большей степени экономические, чем географические аспекты пространства.



Рис. 52. Иерархическая структура модели

¹ Этот параграф использует материалы из статьи [Доможиров и др. 2017, ч. 1] в той ее части, которая в основном написана автором диссертации.

Географическая структура АОМММ в определенном смысле является иерархической (рис. 52). Экономика страны делится на три макрорегиона: Запад, Центр и Восток с границами, определяемыми географическими границами сгруппированных федеральных округов. Каждый макрорегион r ($r = 1, \dots, N_r$, где $N_r = 3$) состоит из обычных регионов, которых в текущей реализации модели 77. Каждый регион содержит города. Наконец, на нижнем уровне находятся фирмы и домохозяйства. Уровень городов и регионов используется в модели на этапе инициализации для размещения (назначения координат) фирм и домохозяйств. В целом моделирование направлено на многорегиональное экономическое пространство России.

В модель реализована возможность ввести региональные правительства и предприятия, производящие региональные общественные блага. Эти агенты привязаны к макрорегионам. Уровень макрорегионов используется также при составлении статистической отчетности, отражающей работу модели.



Рис. 53. Три макрорегиона по границам федеральных округов

«Запад»: Северо-Западный, Центральный, Южный, Северо-Кавказский;
 «Центр»: Приволжский, Уральский;
 «Восток»: Сибирский, Дальневосточный

Внешние рынки выпадают из указанной иерархической структуры: они обладают только координатами и не привязаны к регионам. Всего используется три внешних рынка. Условно их можно назвать «Европа», «Центральная Азия» и «Китай». Координаты соответствуют городам Мюнхен, Алма-Ата и Пекин.

Агенты учитывают свои координаты и координаты тех агентов, с которыми взаимодействуют. Ключевым аспектом пространственного моделирования в АОМММ является учет величины транспортных издержек при реализации взаимодействия агентов экономики через товарные рынки. За счет учета транспортных издержек создается структура взаимодействий агентов в пространстве.

Стоимость перевозки товара зависит от расположения двух взаимодействующих агентов – ее переменная часть пропорциональна расстоянию между двумя агентами. В текущей реализации модели расстояние считается по длине кратчайшего пути, без учета транспортных сетей. Эти добавочные издержки агенты учитывают при торговле друг с другом. Предполагается, что их выплачивает покупатель.

Размеры России сопоставимы с размерами земного шара, поэтому использование в модели плоской карты привело бы к слишком большим искажениям (например, непропорционально большим расстояниям на карте для местностей вблизи полярного круга). В связи с этим координаты в модели выражаются в градусах широты и долготы, а расстояние между двумя точками вычисляется как длина кратчайшей дуги (ортодромия). Для целей расчета расстояния Земля рассматривается как шар радиуса 6371 км. Расстояние считается по формуле:

$$2R \arctg(\sqrt{a}/\sqrt{1-a}),$$

где

$$a = \sin^2(\Delta\varphi/2) + \cos\varphi_1 \cdot \cos\varphi_2 \cdot \sin^2(\Delta\lambda/2),$$

φ_i, λ_i – широта и долгота точки $i = 1, 2$, R – радиус шара, $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ и $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$. В вычислениях используется обычная для языков программирования функция арктангенса дроби atan2 .

Применяется двухчастная структура затрат транспорта на перевозку: одна часть затрат пропорциональна перевозимому количеству, а вторая – расстоянию между взаимодействующими агентами и перевозимому количеству. В модели отсутствует дезагрегация по типу перевозимого груза, но затраты транспорта разные для разных отраслей.

Транспорт выделяется как отдельная отрасль. Он производится госпредприятиями (условно – аналог «РЖД»). Транспортные тарифы задаются с помощью фиксированной маржи к издержкам производства соответствующего количества услуг транспорта.

Как уже обсуждалось, при выборе поставщика (j) покупателем (i) некоторого товара учитываются транспортный тариф t_{ij} , который добавляется к цене p_j . Вероятность γ_{ij} выбора продавца j пропорциональна величине $(p_j + t_{ij})^{-\eta_i}$, где η_i – параметр. Таким образом, транспортные издержки влияют на выбор покупателем продавца, а значит, и на географию транспортных потоков.

Были проведены эксперименты по географической визуализации работы модели на экране компьютера. Использовано анимированное изображение на карте и графики некоторых статистических показателей. Подложкой служит подробная физическая карта России в обратной равнопромежуточной конической проекции. Координаты модели (т. е. широта и долгота) перед отображением на экране переводятся в координаты карты. На экран могут выводиться также многоугольники с границами для регионов. За счет полупрозрачности эти два изображения могут смешиваться. Размещение агентов на карте отображается в виде пиктограмм. Для фирмы это пиктограмма одной из четырех отраслей, а для домохозяйства – круг. Динамика потоков товарного обмена между всеми участниками торговли визуализируется линиями со стрелками, раскрашенными в цвета отраслей. При этом на экране отражаются не все сделки, а только некоторая выборка (рис. 54).

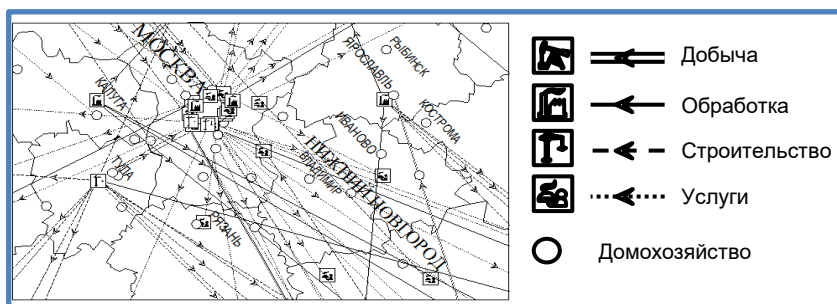


Рис. 54. Визуализация работы модели с помощью карты

5.7. Связь с ОМММ

Модели АОМММ и Оптимизационная межрегиональная межотраслевая модель (ОМММ) имеют много схожих черт как на техническом, так и на содержательном уровне. Обе модели разделяют взгляд на экономику как на сложную систему с взаимозависимыми частями. Схожим образом в эти модели включаются производственные технологии. Обе модели позволяют проводить структурный анализ происходящих в экономике процессов как в отраслевом, так и в пространственном разрезе. Первая модель является имитационной, вторая – линейной оптимизационной. Есть отличия в способах конструирования модели (снизу вверх или сверху вниз), во взгляде на конечное потребление и перераспределение, в способах моделирования рыночных и ценовых механизмов, в представлении пространства.

Информационной основой для АОМММ служит малоразмерная версия ОМММ («полигон») [Гамидов, Доможиров, Ибрагимов, 2013]. Данная версия была создана с целью апробации тонких теоретических конструкций (равновесия, ядра) и тестирования различных вычислительных методов поиска особых состояний экономики. Малоразмерная ОМММ и АОМММ разработаны в сопоставимой региональной и отраслевой номенклатуре.

5.7.1. Оптимизационная межрегиональная межотраслевая модель (ОМММ)

Использованная малоразмерная ОМММ лежит в русле методологии оптимизационной межрегиональной межотраслевой модели (ОМММ), которая развивается с 1960-х годов в Институте экономики и организации промышленного производства СО РАН; см. [Гранберг, 1965; Гранберг, 1973; Гранберг, Суслов, Суспицын, 2007; Суслов и др., 2022]. В свою очередь ОМММ берет начало из модели «затраты–выпуск» В. Леонтьева. Также на эту модель повлиял межрегиональный межотраслевой анализ, который развивали, в частности, У. Айзард [Isard, 1951; Изард, 1966] и Л. Мозес [Moses, 1955], и который является естественным развитием леонтьевского подхода «затраты–выпуск»

в межрегиональном разрезе. Подобные модели, обзор которых можно найти в [Hewings, Jensen, 1986], используют для изучения межотраслевых и межрегиональных взаимосвязей в экономике, для оценки влияния изменений пространственной структуры на различные макроэкономические показатели. С одной стороны, их можно рассматривать как способ соединения региональных межотраслевых моделей в единую модель, с другой – как пространственную развертку «точечных» межотраслевых моделей национальной экономики.

Традиционно в упомянутых моделях балансового типа первоочередное внимание уделяется анализу производства и постулируются технологии леонтьевского типа, которые предполагают отсутствие взаимозаменяемости между производственными факторами. Потребление населения и другие составляющие конечного потребления входят в такие модели в экзогенно заданной структуре.

В балансовых моделях используются тождества по всем видам ресурсов: совокупное промежуточное использование данного продукта плюс совокупное конечное использование должно быть равно объему производства этого продукта с поправкой на сальдо экспорта и импорта. Также имеют место балансы по трудовым ресурсам. В целом решение, полученное по модели, должно удовлетворять этим тождествам. В межрегиональных моделях, в частности в ОМММ, кроме отраслевой разбивки используется также разбивка по регионам. В рамках каждого региона выполняется баланс ресурсов с поправкой на сальдо вывоза и ввоза.

Слово «оптимальная» в ОМММ связано с тем, что кроме балансов ресурсов в данной модели происходит оптимизация: вычисляются оптимальные значения объемов выпуска продукции для данного набора отраслей в данном множестве регионов при выполнении балансовых и технологических ограничений. Целевая функция строится на основе переменных конечного потребления регионов, взятых в фиксированной экзогенной отраслевой структуре. С одной стороны, ОМММ можно представить как задачу линейной векторной оптимизации. С другой стороны, она представима в виде параметрической задачи линейного программирования, в которой параметром выступает вектор терри-

ториальных пропорций конечного потребления (целевых переменных регионов).

Такие модели применяются как инструменты оценки возможностей регионов, сценарного анализа и построения долгосрочных прогнозов развития экономики в пространственно-отраслевом разрезе, обоснования инвестиционных проектов, анализа альтернативных вариантов использования природных ресурсов и размещения производства. С помощью модели также решаются задачи коалиционного анализа пространственной структуры экономики (с ОМММ ассоциируется кооперативно-игровая постановка), поиска состояний эквивалентного (с ОМММ ассоциируется модель общего равновесия) и взаимовыгодного обмена (ядро кооперативно-игровой постановки ОМММ).

Статический вариант ОМММ, описанный в [Суслов и др., 2022, с. 30], имеет следующий вид (для упрощения переменные экспорта и импорта исключим из модели). Ставится задача на максимум объема конечного потребления по экономике в целом:

$$z \rightarrow \max.$$

Объемы конечного потребления по регионам z^r , $r = 1, \dots, R$ задаются долями λ_r ($\sum_{r=1}^R \lambda^r = 1$):

$$z^r \geq \lambda^r z.$$

Объемы z^r должны быть такими, чтобы были выполнены балансы производства и распределения по всем отраслям $i = 1, \dots, n$ и регионам $r = 1, \dots, R$, а именно:

$$x_i^r - \sum_{j=1}^n a_{ij}^r x_j^r - \sum_{s \neq r} x_i^{rs} + \sum_{s \neq r} x_i^{sr} \geq q_i^r + \alpha_i^r z^r,$$

где x_i^r – выпуск отрасли i в регионе r , a_{ij}^r – коэффициент затрат продукции отрасли i в производстве отрасли j в регионе r , x_i^{rs} – поставки продукции отрасли i из региона r в регион s , q_i^r – фиксированная часть конечного потребления продукции i в регионе r , α_i^r – доля продукции отрасли i в конечном потреблении в регионе r ($\sum_{i=1}^n \alpha_i^r = 1$).

Для транспортной отрасли ($i = \tau$) такие ограничения имеют особый вид:

$$x_{\tau}^r - \sum_{j=1}^n a_{\tau j}^r x_j^r - \sum_{s \neq r} \sum_{j=1}^n c_{r\tau}^{rs} x_j^{rs} - \sum_{s \neq r} \sum_{j=1}^n c_{r\tau}^{sr} x_j^{sr} \geq q_{\tau}^r + \alpha_{\tau}^r z^r,$$

где x_i^r – выпуск отрасли i в регионе r , $c_{r\tau}^{rs}$ – коэффициент дополнительных затрат транспорта региона r на вывоз продукции j из региона r в регион s , а $c_{r\tau}^{sr}$ – коэффициент дополнительных затрат транспорта региона r на ввоз продукции j из региона s . Кроме того, для каждого региона r действует ограничение на трудовые ресурсы:

$$\sum_{j=1}^n l_j^r x_j^r \leq L^r,$$

где l_j^r – коэффициент трудоемкости отрасли j в регионе r , L^r – трудовые ресурсы в регионе r .

5.7.2. Малоразмерная ОМММ

В математическом смысле малоразмерная ОМММ является задачей линейного программирования, решение которой определяет состояние экономики региона на последний (10-й) год заданного периода времени. Первый год периода обозначается как 0-й год.

Производство в условной экономике представлено в разрезе 5 отраслей (видов деятельности): добыча, обработка, строительство, транспорт и услуги. Из них добыча и обработка производят транспортабельную продукцию, которая участвует в транспортно-экономическом взаимодействии регионов между собой и с внешними рынками. Строительство и услуги введены в условную экономику как поставщики нетранспортабельной продукции. Наличие таких отраслей существенно меняет свойства многорегиональных моделей, и поэтому их учет при моделировании весьма желателен для адекватного отражения реальных экономических отношений. Обработка и строительство являются капиталоемкими отраслями.

Условная экономика разделена на три региона: Запад с развитой обработкой и недостатком природных ресурсов, Центр с большими возможностями развития добычи и относительно низким уровнем обработки, Восток, характеризующийся сырьевой направленностью производства и, кроме того, суровыми природно-климатическими условиями и большой удаленностью от западных и центральных регионов.

5.7.3. Сопоставление АОМММ с ОМММ¹

На техническом уровне АОМММ использует информацию малоразмерной ОМММ для инициализации параметров агентов и экономики. В частности, для задания производственных функций агентов-фирм используются технологические коэффициенты из ОМММ.

На содержательном уровне у АОМММ тоже много общего с ОМММ и другими моделями класса «затраты–выпуск» (и моделями общего равновесия): модель АОМММ отражает взгляд на экономику как на сложную систему с взаимозависимыми частями и количественно описывает взаимосвязи между этими частями. В частности, производственные процессы в экономике связаны системой взаимодействий, отражающих сложившееся разделение труда. Например, продукция отрасли А может использоваться в качестве сырья для продукции отрасли Б, в то время как продукция отрасли Б в свою очередь может использоваться в производственном процессе отрасли А. Производственные цепочки могут быть достаточно длинными и сложными и образовывать циклы. Эти цепочки порождают также потоки добавленной стоимости, служащей источником инвестиций, государственного и личного потребления.

Ключевое отличие состоит в характере самих моделей. В ОМММ используется подход «сверху вниз». Разработчик модели определяет основные параметры экономики из единого принципа – оптимального плана. АОМММ – это имитационная модель, которая строится «снизу вверх»: в ней множество независимых агентов ведут экономическую деятельность по собственным

¹ Этот пункт использует материалы из статьи [Доможиров и др. 2017, ч. 1].

алгоритмам поведения. Агенты могут ориентироваться в принятии решений на максимизацию своих целевых функций, но, в отличие от ОМММ, для вычисления состояния экономики в целом оптимизация не используется. Соответственно, ограничения по труду и основным фондам в ОМММ относятся к экономике в целом, а в агентной модели надо подобные ограничения перевести в плоскость мотивов принятия решений отдельными агентами.

Как уже говорилось, в ОМММ и балансовых моделях в целом акцент делается, прежде всего, на описании и анализе производственной структуры экономики. В отличие от ОМММ, где сфера потребления присутствует только опосредованно в параметрах отраслевой структуры конечного потребления региона, в АОМММ в явном виде моделируется потребление, потребительские предпочтения и поведение домохозяйств.

Кроме того, в АОМММ в явном виде представлены процессы, которые связывают созданную в производстве добавленную стоимость и конечный спрос. Например, чтобы возник спрос на продукцию отрасли со стороны домохозяйства, требуется, чтобы этот спрос обеспечивался потребительскими доходами. Потребительские доходы, в свою очередь, должны быть сформированы из различных источников. Это могут быть трудовые доходы, доходы от собственности, государственные пособия и т. д. Аналогично, конечный спрос со стороны государства требуется обеспечить соответствующими бюджетными доходами. В ОМММ эти и многие другие процессы остаются за кадром.

В ОМММ в явном виде не моделируются рыночные и ценовые механизмы. Возникающие в ОМММ «теневые цены» (двойственные оценки ограничений) не являются ценами в традиционном определении. В АОМММ моделируется рыночное взаимодействие агентов, ценообразование на рынках осуществляется непосредственно каждым агентом. Цена, с которой агент выходит на рынок, – это динамический элемент его поведения.

Важными являются также отличия в представлении пространства. В ОМММ, как в большинстве классических и неоклассических моделей регионального роста и развития, экономика представлена дискретным абстрактным пространством. Это своего рода граф, в котором каждый регион соответствует одной вершине. Продукция одной отрасли одного региона в ОМММ анализируется в целом.

В АОМММ агенты существуют и ведут экономическую деятельность в непрерывном физическом двумерном пространстве. С точки зрения взаимодействия агентов важен не регион, а их расположение в пространстве, поскольку от этого зависят затраты на перевозку продукции. Потоки товаров между агентами полностью дезагрегированы – до уровня отдельных сделок на товарных рынках.

Как уже обсуждалось, в АОМММ произведенная фирмой продукция рассматривается как однородная. Она становится С-товаром, I-товаром или К-товаром по факту использования на соответствующие нужды. Примерно то же самое происходит в ОМММ. Однако в ОМММ нет отдельных фирм, вся отрасль рассматривается агрегированно. В то же время в АОМММ покупатель (будущий потребитель) делает выбор между продукцией разных фирм и не считает продукцию разных фирм одинаковой. Спрос покупателя распределяется между разными фирмами. Уже после приобретения товара в потреблении товар снова трактуется как однородный. Это, в частности, позволяет отразить встречные перевозки между парами регионов в рамках одной и той же производственной отрасли.

5.8. Последовательность событий в модели

Работа модели состоит из этапа инициализации и ряда идущих друг за другом временных периодов. Жесткая инициализация задает неизменные свойства агентов и экономической системы (например, предпочтения, технологические коэффициенты и т. д.). Мягкая инициализация задает изменяемые свойства. Значения изменяемых свойств задаются таким образом, чтобы система могла с самого начала функционировать более или менее гладко.

В течение каждого периода происходит стандартная последовательность событий (в упрощенном варианте, без региональных правительств, внешних рынков и валютного рынка):

- Объявляется начало периода. Некоторые переменные сбрасываются на исходный уровень.
- Рынок труда сообщает об установленной ставке заработной платы.
- Центральное правительство формирует планы на период.
- Объявляются параметры налогов.

- Рынок общественных благ организует их покупку.
- Домохозяйства, фирмы и другие агенты составляют планы на текущий период.
- Рынок труда запрашивает предложение труда.
- Фирмы и другие продавцы выставляют свои товары на соответствующие рынки, объявляя цену и доступное количество.
- Домохозяйства, фирмы и другие покупатели сравнивают имеющиеся варианты (с учетом цен и транспортных тарифов) и делают по ним заказы в пределах доступных количеств.
- Происходит рыночная торговля.
- Исполняются заключенные на товарном рынке сделки, а их участникам сообщают параметры сделок. Выплачиваются соответствующие налоги и осуществляются платежи за перевозки. Рынок сообщает продавцам, каким был спрос на их товары.
- Рынок труда запрашивает у фирм и других производителей использованное количество труда, а также собирает у них средства на выплату заработной платы по действующей ставке. Собранная заработная плата выплачивается домохозяйствам в зависимости от количества труда, которое домохозяйство поставило на рынок. Часть направляется в Пенсионный фонд по действующей ставке.
- Пенсионный фонд платит пенсии пенсионерам.
- Собирается налог на прибыль.
- Фирмы принимают решение о размере инвестиций, определяют величину дивидендов и выплачивают их собственникам согласно долям собственности.
- Фирмы, получившие убытки, обращаются к правительству за помощью в их покрытии.
- Выплачиваются социальные трансферты.
- На рынке труда сопоставляется спрос на труд и предложение труда со стороны домохозяйств и корректируется ставка заработной платы.
- Правительство подсчитывает полученные доходы.
- Объявляется конец периода.
- Агенты вычисляют и корректируют различные нужные им показатели. В частности, фирмы корректируют свои функции спроса, все покупатели корректируют свою информацию о ценах, правительство вычисляет бюджетный дефицит.
- Агенты заполняют статистическую отчетность.

- Агент-ориентированная система обрабатывает статистику и представляет свои отчеты пользователю.
- Начинается новый период.

5.9. Инициализация

Задание начального состояния системы – важный этап построения АОМ. Наполнение АОМ адекватной (т. е. приближенной к публикуемой статистике) информацией представляет собой серьезную проблему, поскольку требуется задать характеристики каждого из разнородных агентов и общесистемные параметры. В АОМММ, в частности, требуется разместить домохозяйства и фирмы в пространстве, установить значения технологических коэффициентов и коэффициентов функции полезности, разделить доли собственности между домохозяйствами и многое другое.

Как уже обсуждалось, процесс инициализации АОМ можно условно разделить на две части: мягкую инициализацию и жесткую, где жесткая инициализация отвечает за задание базовых неизменяемых характеристик, а мягкая – за задание изменяемых переменных состояния системы и агентов на некотором первоначальном уровне, обеспечивающем достаточно адекватные стартовые условия.

5.9.1. Жесткая инициализация АОМММ

Основной информационный каркас для жесткой инициализации в АОМММ – это таблицы «затраты–выпуск» (ТЗВ) российской экономики. Использование такой информации в многоотраслевых экономических АОМ является довольно естественным и достаточно широко распространено; см., напр., [Mandel et al., 2009; De Andrade, Monteiro, Câmara, 2010; Boero, 2015; Poledna et al., 2023]. ТЗВ, представляя входящие и исходящие потоки товаров и услуг по каждому сектору, дают информацию о его связях с поставщиками и потребителями. При соответствующих предположениях их можно использовать как источник информации о технологических коэффициентах в производственной функции.

Таблица «затраты–выпуск» используется для инициализации АОМММ не непосредственно, а косвенным образом. Сначала на основе ТЗВ строится малоразмерная ОМММ. При этом происходит

агрегирование отраслей, а также распределение производства по макрорегионам. Технологии, применяемые в макрорегионах, различаются, что отражает физико-географические различия в условиях производства. Данные малоразмерной ОМММ используются для задания технологических коэффициентов, величины общих запасов капитала фирм, коэффициентов транспортных затрат.

Материалоемкость и капиталоемкость берется из соответствующих матриц для трех макрорегионов (коэффициентов текущих материальных затрат и коэффициентов капиталоемкости для основного капитала). Величина капитала берется из матрицы ограничений на базовые объемы производства. Ограничение на объем производства в данной отрасли данного макрорегиона умножается на капиталоемкость, и полученный капитал делится между фирмами данной отрасли, принадлежащих данному макрорегиону. Коэффициенты текущих материальных затрат для транспорта использованы как коэффициенты транспортных затрат для компоненты, не зависящей от расстояния.

Таким образом, для задания почти всех технологических параметров используется информация из малоразмерной ОМММ. Исключением являются коэффициенты выбытия (амортизации) основного капитала по отраслям, которые взяты непосредственно из официальной статистики. Данные коэффициенты показывают выбытие капитала за год, поэтому при инициализации они преобразуются к используемому в модели временному периоду (неделе).

Исходно задаются общие объемы производства по всем отраслям и макрорегионам. Из структуры межотраслевой межрегиональной ТЗВ и технологических коэффициентов для этих объемов производства можно вычислить объемы конечного потребления по всем отраслям и макрорегионам. Далее из коэффициентов выбытия по отраслям и видам капитала можно вычислить объемы инвестиций, необходимые для поддержания заданных объемов производства. Вектор объемов конечного потребления на инвестиционные цели и экспорта вычитается из вектора общих объемов конечного потребления для вычисления конечного потребления домохозяйств. При данных расчетах предполагается, что показатели измеряются в модельных натуральных единицах, используемых в АОМММ. Объем трудовых ресурсов по макрорегионам используется для распределения объема труда по домохозяйствам.

Далее составляется аналогичная ТЗВ в стоимостных показателях. Для каждого из ресурсов в экономике выбирается некоторая единая цена. Цены всех товаров берутся равными 1 за исключением транспортного тарифа и цены общественного блага, которые калибруются. Также калибруется ставка заработной платы.

Конечное потребление домохозяйств в стоимостном выражении задает структуру потребления домохозяйств. Данная структура берется в качестве набора коэффициентов в функции полезности Кобба–Дугласа.

Из валовой добавленной стоимости по отраслям и макрорегионам выделяется амортизация и оплата труда. Это позволяет вычислить прибыль. В целом из данных ТЗВ в стоимостных показателях можно вычислить доходы бюджета при заданных ставках налогов (на прибыль, подоходного, НДС). При заданной структуре бюджетных расходов это позволяет откалибровать объем производства общественных благ.

В модели использованы элементы геоинформационного подхода. Для размещения и задания отдельных характеристик агентов были использованы следующие данные: 1) географические координаты городов Российской Федерации; 2) численность населения городов; 3) статистические данные о количестве предприятий и об отгрузке продукции в разрезе видов экономической деятельности и субъектов Российской Федерации.

Каждый из макрорегионов содержит несколько десятков субъектов Российской Федерации, которые в явном виде не моделируются, но статистическая информация о них используется при инициализации модели. В свою очередь, субъекты РФ содержат города со своими координатами центральных точек, размером населения и данными о числе фирм. Вокруг центральных точек городов концентрируются агенты – домохозяйства и фирмы.

Вероятность того, что создаваемое на этапе инициализации домохозяйство попадет в данный город, пропорциональна населению города. При распределении домохозяйств по городам используется метод систематической выборки. Домохозяйства размещаются согласно двумерному нормальному распределению в координатах (широта, долгота) с вершиной в точках, соответствующей координатам центральной точки города, и коэффици-

ентом масштаба, пропорциональном квадратному корню из населения данного города:

$$\Lambda_h = \Lambda + \rho\sqrt{N} \sin(\alpha)/k_\Lambda, \Phi_h = \Phi + \rho\sqrt{N} \cos(\alpha)/k_\Phi,$$

где Λ_h , Φ_h – долгота и широта домохозяйства в градусах, Λ , Φ – долгота и широта центральной точки города, N – население, $\rho \sim N(0, \sigma_{Coord}^2)$, $\alpha \sim U_{[0, 2\pi]}$, σ_{Coord} – параметр разброса точек,

$$k_\Lambda = 111.320 \cos(0.0174532925 \cdot \Phi), k_\Phi = 110.574$$

– расстояние в км, соответствующее одному градусу долготы и широты (коэффициент в косинусе отвечает за перевод градусов в радианы). На рис. 55 показаны выборки из 50 точек по данному методу для двух городов.

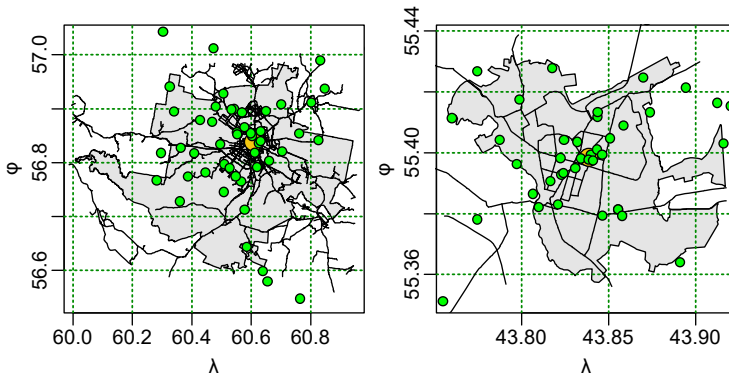


Рис. 55. Выборки из 50 случайных точек для Екатеринбурга и Арзамаса

Фирмы также размещаются по двумерному нормальному распределению вокруг точки, задаваемой координатами города. Вероятность попадания создаваемой фирмы в регион пропорциональна количеству фирм данной отрасли в данном регионе, а вероятность попадания фирмы в город данного региона пропорциональна населению города. Здесь тоже применен метод систематической выборки.

При задании размера фирм используется степенной закон, обсуждаемый в п. 3.1.6. Под размером фирмы понимается величина ее производственных мощностей. При этом требуется согласовать между собой такие характеристики, как количество фирм

в рассматриваемой отрасли по макрорегионам, и общие объемы производства по макрорегионам. В АОМММ применяется следующий алгоритм согласования. Сначала по исходному значению степенного параметра α подбирается параметр минимального размера фирмы. Затем фиксируется минимальный размер фирмы, одинаковый по всем макрорегионам, и для каждого макрорегиона подбирается свой параметр степени, как решение уравнения, приведенного в п. 3.1.6. Размер основного капитала каждого вида для фирмы f равен выбранной величине производственных мощностей $\hat{y}_f$, умноженной на капиталоемкость: $K_{fc} = a_{fkc}\hat{y}_f$.

Собственность на доли фирм распределяется по домохозяйствам следующим образом. Сначала для каждого домохозяйства h генерируется коэффициент $\alpha_h > 0$. При этом используется лог-нормальное распределение:

$$\ln(\alpha_h) \sim N(0, \sigma_{cap}^2),$$

где параметр $\sigma_{cap} > 0$ отвечает за неравномерность распределения собственности. Чем больше σ_{cap} , тем сильнее неравенство в распределении собственности. Для каждой фирмы и каждого домохозяйства определяется, будет ли домохозяйство владеть долей в данной фирме. Вероятность этого определяется параметром доли владельцев фирм $\pi_{cap} \in (0; 1)$. При этом используется алгоритм систематической выборки. Далее доля каждого домохозяйства-собственника берется пропорциональной величине из равномерного распределения $U_{[0, \alpha_h]}$. Первоначально вычисленные доли нормируются к единице по каждой фирме.

Таблица 25

Некоторые общие параметры жесткой инициализации АОМММ

Характеристика	Значение
параметр разброса координат агентов σ_{Coord}	0.015
параметр неравномерности распределения собственности σ_{cap}	1.5
доля владельцев фирм π_{cap}	0.19
исходный параметр степенного закона для размера фирм α	0.7 – 0.9 в зависимости от отрасли

Некоторые общие параметры жесткой инициализации АОМММ указаны в табл. 25. Кроме того, для каждого из агентов задаются его собственные параметры. Эти параметры указаны в соответствующих разделах описания модели.

5.9.2. Мягкая инициализация АОМММ

Мягкая инициализация очень важна для АОМ. Она обеспечивает достаточно «спокойную» работу модели в первые периоды, пока агенты обучаются. Здесь важно согласование планов отдельных агентов. В основе согласованности по ценам и объемам производства лежат балансовые соотношения, используемые при жесткой инициализации на основе малоразмерной ОМММ. В частности, вектор расчетных цен (p_i^{init}) по отраслям и ставка заработной платы w^{init} для мягкой инициализации берутся такими же, какие лежат в основе жесткой инициализации.

Ожидаемые цены всех агентов-покупателей ($\bar{p}_{i0}$) определяются на основе вектора расчетных цен (p_i^{init}). Расчетные цены при этом увеличиваются на коэффициент, призванный учесть транспортные издержки покупателя.

Общее личное потребление домохозяйств определяется из балансов по благам в денежном выражении. Эта общая величина при инициализации делится поровну между домохозяйствами. Расходы по товарам после нормировки к единичной сумме задают первоначальную структуру расходов домохозяйства. Доходы домохозяйства вычисляются из его суммарных расходов с поправкой на подоходный налог. Денежные средства домохозяйства при инициализации делаются равным этим однопериодным доходам.

У фирм исходные объемы выпуска устанавливаются по производственным мощностям. Исходные цены на продукцию строятся на основе вектора расчетных цен p_i^{init} с добавлением небольшой случайной флуктуации. Стоимость основного капитала рассчитывается как запасы основного капитала в расчетных ценах. Планируемые инвестиции рассчитываются по стоимости основного капитала и коэффициентов выбытия. Денежные средства задаются в зависимости от расчетных издержек на покупку про-

изводственных факторов при заданном объеме производства при ценах p_i^{init} и зарплате w^{init} .

В модели адаптивной регрессии для спроса на продукцию фирмы коэффициенты наклона β_{10} и β_{20} в период $t = 0$ выбираются исходя из эластичности привлекательности по цене в алгоритме нахождения объема покупок. Коэффициент эластичности по ценам конкурентов β_{20} берется несколько меньшим, чем коэффициент эластичности по своей цене β_{10} . Константа β_{30} выбирается такой, чтобы спрос при данной цене продукции был равен объему производства. Также при инициализации задается первоначальное значение среднеквадратического отклонения ошибки σ_{D0} , соответствующее неопределенности спроса, а также первоначальное значение ковариационной матрицы коэффициентов $P_{\beta 0}$ пропорционально ковариационной матрице Ω_β , отвечающей за скорость адаптации. В регрессии для прогнозирования цен конкурентов коэффициенты берутся соответствующими случайному блужданию.

Таблица 26

Некоторые общие параметры мягкой инициализации АОМММ

Характеристика	Значение
ожидаемая цена товара i для агента-покупателя $\bar{p}_{i0}$	$1.1p_i^{init}$
объем производства фирмы y_{f0}	$\hat{y}_f$
цена на продукцию фирмы отрасли i , p_{f0}	$p_{f0} = p_i^{init}(1 + 0.05 \cdot (2u - 1)), u \sim U_{[0;1]}$
модуль эластичности спроса по своей цене β_{10}	10.5
эластичность спроса по ценам конкурентов β_{20}	9.5
среднеквадратическое отклонение ошибки спроса σ_{D0}	0.3
ковариационная матрица коэффициентов спроса $P_{\beta 0}$	$100 \Omega_\beta$
коэффициент авторегрессии для цен конкурентов γ_{10}	1
константа в авторегрессии для цен конкурентов γ_{20}	0
среднеквадратическое отклонение ошибки авторегрессии для цен конкурентов σ_{p0}	0.01
ковариационная матрица коэффициентов авторегрессии для цен конкурентов $P_{\gamma 0}$	$100 \Omega_\gamma$

5.10. Собираемая статистика

По своему замыслу модель АОМММ предназначена для проведения серий экспериментальных расчетов с изменением разнообразных параметров, влияющих на решения агентов, например, ставок налогов, параметров межбюджетной политики. Модель способна предоставить пользователю обширный массив детальной информации, поступающей от большого количества разнородных агентов, размещенных в пространстве. Это ставит проблему анализа собранных данных и обобщения результатов работы модели, проблему перехода от микроэкономических данных на макроуровень. Для анализа требуется иметь возможность собирать агрегированные показатели и структурные таблицы. В АОМММ модельная выдача состоит из двух видов данных: временных рядов и таблиц потоков.

5.10.1. Собираемые временные ряды

При работе модели статистические показатели собираются по отдельным секторам и крупным агентам как на уровне экономики в целом, так и на уровне макрорегионов. Каждый период собранные показатели пополняют выходной файл модели. Тем самым создается база временных рядов, которые затем можно анализировать. Перечислим отдельные ключевые показатели:

- физические объемы производства,
- объемы производства в стоимостном выражении,
- производственные мощности,
- цены производителей,
- инвестиции в основной капитал,
- затраты труда в производстве,
- потребление (физические объемы),
- цены потребителей,
- потребительские доходы,
- уровни полезностей домохозяйств,
- показатели неравенства (индекс Джини, индекс Аткинсона),
- значение функции благосостояния,
- объемы продаж на товарных рынках.

Есть ряды, которые собираются для отдельных агентов. Например, для фирм это объемы производства, цены на продукцию, издержки. Для домохозяйств – объемы потребления, доходы по источникам, уровни полезности. Для правительств – доходы по видам налогов, расходы по статьям расходов. Для товарных рынков – средние цены и объемы продаж. Для внешних рынков – объемы экспорта и импорта в различных единицах по отраслям.

Показатели для групп агентов служат исходными данными для агрегированных показателей. Процедуры агрегации могут быть самыми разными. Это, в частности, простое суммирование, вычисление взвешенных средних. Есть показатели, вычисление которых требует каких-то специальных операций, таких как сортировка. Примером такого особого показателя является индекс Джини.

Те физические и стоимостные показатели, которые относятся к производству, а также производные от них показатели (например, рентабельность), собираются в разрезе отраслей и макрорегионов. То же самое относится и к потреблению отдельных товаров. Есть показатели, которые не связаны с отраслями, например, потребительские доходы или благосостояние. Они собираются в разрезе макрорегионов. Часть показателей относятся только к экономике в целом. Это, в частности, ВВП, индекс потребительских цен, ставка заработной платы.

Собранные временные ряды визуализируются графиками, которые могут обновляться в ходе работы модели по мере поступления новых данных (рис. 56). Это делается с помощью программы LazPlot, которая обсуждалась в параграфе 3.10. На графиках по горизонтальной оси номер периода, а по вертикальной оси отображаемый показатель в соответствующих единицах.

Другое представление временных рядов модели – это табличная форма (рис. 57). В таблице можно увидеть числовые значения ряда для каждого из периодов. Можно выделить часть таблицы, а затем скопировать ее через буфер в другую программу, а также экспортировать в файл. Это позволяет использовать для расчетов по модели другие программы, например, электронные таблицы. По выбранной части таблицы в LazPlot выдаются простейшие статистики: сумма, среднее, минимум и максимум.

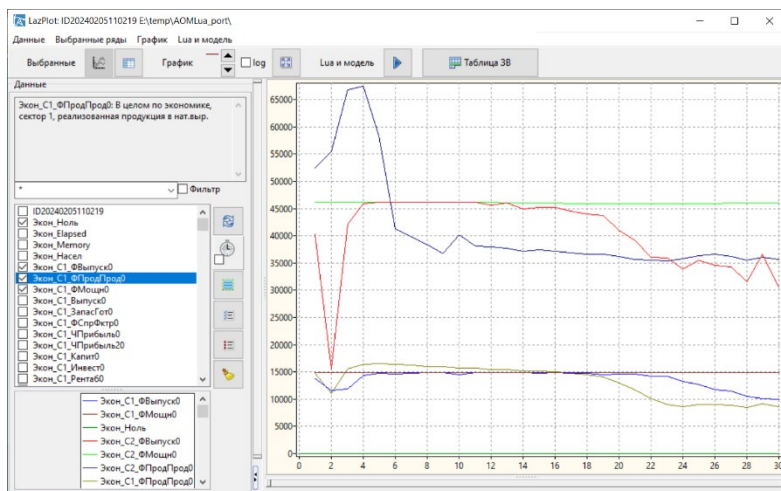


Рис. 56. Отображение собираемой статистики в виде графиков в программе LazPlot

The screenshot shows the LazPlot software interface with the 'Таблица' (Table) view selected. The table displays the same data series as the graph in Figure 56, but in a tabular format. The columns are labeled 'Экон_С1_ФВыпуск', 'Экон_С1_ФМощн', 'Экон_С1_ЗатГри', 'Экон_С1_ФСпрФктр', 'Экон_С1_ЧПрибыл0', 'Экон_С1_ЧПрибыл20', 'Экон_С1_Капит0', 'Экон_С1_Инвест0', and 'Экон_С1_Рентаб0'. The rows represent periods from 0 to 20. The table shows the following data:

Период	Экон_С1_ФВыпуск	Экон_С1_ФМощн	Экон_С1_ЗатГри	Экон_С1_ФСпрФктр	Экон_С1_ЧПрибыл0	Экон_С1_ЧПрибыл20	Экон_С1_Капит0	Экон_С1_Инвест0	Экон_С1_Рентаб0
0	NaN	NaN	0.00	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
1	13861.83	14948.20	0.00	40279.97	46196.20	53456.67			
2	11564.33	14950.26	0.00	13579.64	46203.36	54191.31			
3	11906.26	14944.86	0.00	42024.10	46195.96	66802.54			
4	14284.20	14946.64	0.00	43972.66	46177.62	67494.58			
5	14753.72	14943.51	0.00	46167.90	46195.37	58303.73			
6	14582.37	14939.46	0.00	46190.71	46190.71	41317.81			
7	14735.94	14939.93	0.00	46157.24	46157.24	39819.75			
8	14930.97	14934.44	0.00	46156.80	46156.80	38338.88			
9	14932.76	14932.76	0.00	46148.34	46148.34	36749.80			
10	14452.98	14921.77	0.00	46114.11	46124.06	40129.11			
11	14889.21	14922.48	0.00	46150.20	46150.20	38091.35			
12	14888.17	14915.19	0.00	45655.33	46117.74	37941.82			
13	14913.38	14913.38	0.00	46071.40	46103.62	37738.86			
14	14842.34	14909.85	0.00	44898.45	46048.45	37209.53			
15	14777.19	14911.32	0.00	45226.18	46030.46	37406.14			
16	14904.25	14910.65	0.00	45260.04	45993.29	37127.21			
17	14699.15	14913.70	0.00	44502.96	45954.93	36878.52			
18	14737.27	14911.04	0.00	44048.15	45925.39	36640.58			
19	14539.30	14919.83	0.00	43760.51	45891.16	36572.00			
20	14600.06	14917.61	0.00	40992.37	45881.38	36156.43			

Рис. 57. Отображение собираемой статистики в виде таблицы

Ряды можно выбирать с помощью текстовой маски. Например, маска «Экон_*» позволяет выбрать все ряды, имена которых начинаются с «Экон_», т. е. относятся к экономике в целом, а не к отдельному агенту или макрорегиону. Маска «Фм*_С5_Цена» позволяет выбрать ряды цен на продукцию для всех фирм 5-й отрасли. Список выбранных рядов можно сохранить в текстовом файле. При последующей работе с программой можно загрузить сохраненный список.

Также программа LazPlot позволяет просматривать другие таблицы, связанные с моделью. Это таблица агентов с их описаниями, таблица «затраты–выпуск» и матрица социальных счетов (таблица SAM). О последних двух таблицах речь пойдет далее.

5.10.2. Таблицы потоков в АОМММ

Использование различных таблиц потоков с точки зрения агентного моделирования подробно обсуждалось в параграфе 3.4 на с. 157. В АОМММ используется расширенная сбалансированная таблица «затраты–выпуск» (ТЗВ), принципы построения которой описаны в п. 3.4.6 на с. 172. Также в АОМММ в качестве результатов расчетов выдается упрощенная матрица социальных счетов (МСС, таблица SAM) с разбивкой по агентам. Структура используемых таблиц основана на горизонтальной и вертикальной согласованности денежных потоков между агентами. Такая согласованность заложена в самой архитектуре модели.

В основе АОМММ лежит идея о том, что решения агентов на микроэкономическом уровне приводят к структурным и пространственным изменениям на макроуровне. Для отслеживания подобных изменений можно использовать агрегированные временные ряды в разрезе секторов и макрорегионов, о которых речь шла выше. Можно усреднить значения каждого временного ряда из заданного набора за несколько временных периодов и составить из этих средних таблицу в разрезе секторов и (или) макрорегионов. Такой подход к анализу вполне работоспособен, но все же более удобно иметь готовые структурные таблицы.

Подобные таблицы могут быть использованы как средство системного представления результатов работы АОМ. Для сопоставимости показателей в таблице желательно, чтобы вся таблица была в денежном выражении. По-видимому, самый универсаль-

ный вид структурных таблиц – это таблицы, характеризующие денежные потоки в экономике.

Важным требованием к таблицам потоков, предназначенным для использования в агентном моделировании, является соответствие их замыслу и структуре модели. В частности, это относится к отраслевой и региональной структуре АОМ. Кроме того, при изучении бюджетных процессов важно, чтобы в таблицах были представлены финансовые потоки, связанные с государственными закупками, налогами, пособиями и т. п.

Для табулирования результатов расчетов по АОМММ и анализа этих результатов с точки зрения пространственной и отраслевой структуры взаимодействий между агентами, а также денежных потоков в государственном секторе, был разработан вариант сбалансированной расширенной таблицы «затраты–выпуск». Таблица содержит разделы, относящиеся к распределению и перераспределению доходов, и имеет региональную разбивку.

Сбалансированность таблицы выражена в том, что она имеет нулевые итоговые суммы по всем строкам и столбцам. Заметим, что при составлении подобных таблиц в экономической АОМ мы потенциально можем учесть любую нужную транзакцию и занести ее в соответствующую клетку таблицы. Как следствие, ТЗВ по результатам АОМ не требует дополнительной балансировки, а нулевые итоговые суммы служат для проверки корректности расчетов.

Столбцы в левой части таблицы соответствуют производственным агентам, классифицированным по отраслям и макрорегионам. Столбцы в правой части соответствуют агентам, осуществляющим конечное использование продуктов. Это, в частности, домохозяйства с разбивкой по макрорегионам, правительства – федеральное и региональные по макрорегионам, внешние рынки («Экспорт»), валютные рынки, пенсионный фонд. К конечному использованию относится также столбец для инвестиций (валового накопления), не привязанный к конкретной группе агентов. Последний ненулевой столбец относится к товарным рынкам, рынкам общественных благ и рынкам услуг транспорта. Таким образом, каждому агенту, имеющему дело с денежными платежами, соответствует ровно один из столбцов ТЗВ.

В верхней части таблицы строки отражают транзакции с продуктами, произведенными некоторой отраслью некоторого макро-

региона, а также с общественными благами. В левых столбцах записывается промежуточное использование этих продуктов (рис. 58), в правых – конечное использование, а в столбце для рынков – общие продажи со знаком минус (рис. 59). Аналогичную структуру имеют лежащие ниже строки, относящиеся к продуктам разных отраслей, произведенных за рубежом («Импорт»).

	R1, S1	R1, S2	~	F.Pub.Good	R.Pub.Good	Total IC
R1, S1	52	393	~	4	11	1416
R1, S2	141	1428	~	131	331	7743
R1, S3	9	30	~	39	99	718
R1, S4	0	0	~	0	0	0
R1, S5	126	1227	~	191	486	7904
R2, S1	65	501	~	6	14	1822
R2, S2	123	1239	~	115	299	6896
R2, S3	6	20	~	32	82	586
R2, S4	64	404	~	62	160	2789
R2, S5	56	535	~	94	239	3787
R3, S1	131	986	~	11	30	3826
R3, S2	96	981	~	93	239	5504
R3, S3	2	8	~	13	34	246
R3, S4	0	0	~	0	0	0
R3, S5	40	374	~	82	219	3162
F.Pub.Good	0	0	~	0	0	0
R.Pub.Good	0	0	~	0	0	0
Ttl Domestic	910	8127	~	873	2240	46399

Рис. 58. ТЗВ для АОМММ – промежуточное использование

	~	Hh, R1	~	Fed.Gv	~	R.Gvmt3	Pens.	Invest.	Export	FXMarket	Total FC	Ttl Output	Ttl Output(-)
R1, S1	~	438	~	0	~	0	0	0	334	0	1278	2694	-2694
R1, S2	~	1293	~	0	~	0	0	2381	129	0	5337	13081	-13081
R1, S3	~	505	~	0	~	0	0	2621	158	0	3795	4513	-4513
R1, S4	~	0	~	0	~	0	0	0	0	0	0	0	0
R1, S5	~	4394	~	0	~	0	0	0	495	0	9349	17254	-17254
R2, S1	~	566	~	0	~	0	0	0	422	0	1652	3474	-3474
R2, S2	~	1145	~	0	~	0	0	2120	114	0	4766	11662	-11662
R2, S3	~	343	~	0	~	0	0	2159	126	0	3090	3676	-3676
R2, S4	~	1646	~	0	~	0	0	0	584	0	4291	7081	-7081
R2, S5	~	1966	~	0	~	0	0	0	250	0	4635	8422	-8422
R3, S1	~	1129	~	0	~	0	0	0	923	0	3460	7286	-7286
R3, S2	~	901	~	0	~	0	0	1687	93	0	3788	9292	-9292
R3, S3	~	127	~	0	~	0	0	915	60	0	1299	1544	-1544
R3, S4	~	0	~	0	~	0	0	0	0	0	0	0	0
R3, S5	~	1415	~	0	~	0	0	0	293	0	4150	7311	-7311
F.Pub.Good	~	0	~	2880	~	0	0	0	0	0	2880	2880	-2880
R.Pub.Good	~	0	~	0	~	1770	0	0	0	0	7374	7374	-7374
Ttl Domestic	~	15869	~	2880	~	1770	0	11882	3980	0	61143	107543	-107543

Рис. 59. ТЗВ для АОМММ – конечное использование и общие продажи

Отдельная строка служит для записи транзакций по косвенным налогам («НДС») (рис. 61).

Следующая группа строк относится к составляющим валовой добавленной стоимости и распределению доходов. Это строки, соответствующие оплате труда, производственным субсидиям со знаком минус и валовой прибыли (валовому смешанному доходу, англ. gross operating surplus). В ту же группу входит балансирующая строка, отражающая не транзакции между агентами, а изменение запасов денег (ΔM). Составляющие валовой добавленной стоимости записываются в левых столбцах (рис. 60), а получаемые доходы (оплата труда, дивидендные выплаты, налог на прибыль) записываются со знаком минус в правых столбцах (рис. 61).

Кроме того, в таблицу введены строки для перераспределения доходов (рис. 61). Сюда входит подоходный налог, социальные трансферты домохозяйствам, пенсии, межбюджетные трансферты¹.

Наконец, ниже идет строка, соответствующая продажам продукции производственными агентами. Такие продажи записываются в левой части таблицы и в столбце экспорта со знаком минус. В столбце товарных рынков те же продажи записываются со знаком плюс.

Общий вид расширенной сбалансированной ТЗВ для АОМММ показан на рис. 62. Как видно, итоговые суммы по всем строкам и столбцам равны нулю. Кроме того, в таблице есть строка и столбец валового выпуска, подытоживающие объемы производства в разрезе отраслей и макрорегионов. Соответствующие цифры в указанных строке и столбце совпадают.

	R1, S1	R1, S2	~	F.Pub.Good	R.Pub.Good	Total IC
~	~	~	~	~	~	~
Employees	1197	1554	~	1392	3566	26362
Subsidies(-)	-2	0	~	0	0	-2
Gross OS	561	2998	~	575	1470	32533
ΔM	-11	22	~	0	0	113
Gross VA	1746	4574	~	1967	5035	59006

Рис. 60. ТЗВ для АОМММ – валовая добавленная стоимость

¹ Дезагрегация транзакций, связанных с перераспределением, расширяет возможности анализа по сравнению со сбалансированным вариантом ТЗВ, использованным в работе [Новикова, Цыплаков, 2021].

	~	Hh, R1	~	Fed.Gv	~	R.Gvmt3	Pens.	Invest.	Export	FXMarket	Total FC	Ttl Output	Ttl Output(-)
~	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~
VAT	~	2964	~	-9441	~	694	0	0	0	0	0	0	0
Employees	~	-9559	~	0	~	0	-4394	0	0	0	-26362	0	0
Subsidies(-)	~	0	~	2	~	0	0	0	0	0	2	0	0
Gross OS	~	-6683	~	-862	~	-627	0	-12472	0	0	-32533	0	0
ΔM	~	-40	~	-20	~	7	0	0	0	0	-113	0	0
Gross VA	~	-16282	~	-880	~	-619	-4394	-12472	0	0	-59006	0	0
Income Tax	~	2111	~	0	~	-1162	0	0	0	0	0	0	0
Unem. Bnfts	~	-601	~	303	~	155	0	0	0	0	0	0	0
Child Bnfts	~	-579	~	303	~	155	0	0	0	0	0	0	0
Welf. Bnfts	~	-1653	~	850	~	435	0	0	0	0	0	0	0
Pov. Bnfts	~	0	~	0	~	0	0	0	0	0	0	0	0
UBI	~	0	~	0	~	0	0	0	0	0	0	0	0
Ps.W. Bnfts	~	0	~	0	~	0	0	0	0	0	0	0	0
Other Transf	~	0	~	0	~	0	0	0	0	0	0	0	0
Pensions	~	-2425	~	0	~	0	4394	0	0	0	0	0	0
Interbudget	~	0	~	4511	~	-1053	0	0	0	0	0	0	0
Other Redistr	~	0	~	1473	~	-376	0	0	93	0	0	0	0
Ttl Redistr.	~	-3146	~	7441	~	-1845	4394	0	93	0	0	0	0
Ttl Output	~	0	~	0	~	0	0	0	4206	0	4206	111749	-111749
Ttl Output(-)	~	0	~	0	~	0	0	0	-4206	0	-4206	-111749	111749
Balance	~	0	~	0	~	0	0	0	0	0	0	0	0

Рис. 61. Расширенная ТЗВ для АОМММ – НДС, распределение и перераспределение

Рассмотрим технологию заполнения расширенной сбалансированной ТЗВ в рамках АОМММ. На рис. 51 на с. 303 показаны группы агентов и потоки ресурсов. Денежные потоки на схеме показаны пунктирными линиями. На рис. 63 приведена агрегированная схема денежных потоков (без встречных потоков других ресурсов). Эти две схемы помогают понять структуру ТЗВ в АОМММ.

Например, трансферты на обеих схемах показаны стрелкой, идущей от правительства к домохозяйствам. В расширенной ТЗВ отдельный трансферт, например, детское пособие, учитывается в соответствующей строке в разделе перераспределения. В столбце домохозяйства из конкретного макрорегиона сумма трансферта указывается со знаком минус (получение денег), а в столбце государства – со знаком плюс.

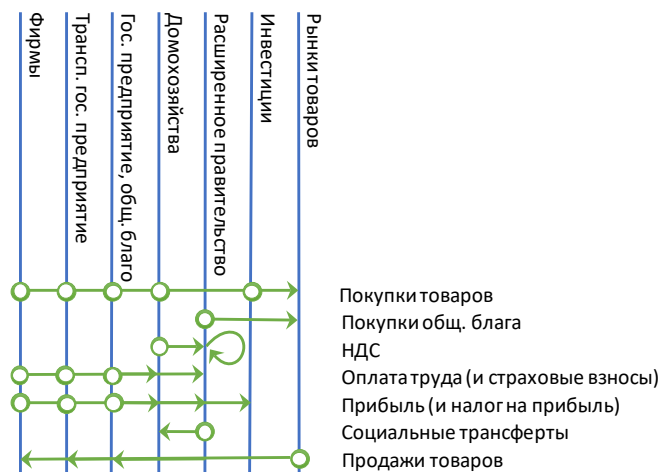


Рис. 63. Схема денежных потоков в АОМММ

При продаже и покупке товара (С-товара или I-товара) денежный поток проходит через товарный рынок. Продавцами могут являться фирмы или внешние рынки («Импорт»). Покупателями могут являться фирмы, государственные предприятия, домохозяйства или внешние рынки («Экспорт»). Транзакция по покупке и продаже товара учитывается в расширенной сбалансированной ТЗВ в двух строках. В строке из верхней части ТЗВ, соответствующей отрасли и макрорегиону продавца, сумма покупки (не включающая затраты на транспорт) добавляется в клетку на пересечении со столбцом покупателя и вычитается из клетки на пересечении со столбцом рынка. В строке продаж в нижней части ТЗВ сумма продажи, наоборот, вычитается из клетки на пересечении со столбцом покупателя и прибавляется к клетке на пересечении со столбцом рынка.

При учете покупок и продаж следует отличать покупки фирмой I-товаров (сырья, материалов и т. п.) от покупки К-товаров, поскольку они учитываются в разных частях таблицы (левой и правой части соответственно). При покупке К-товаров одним из агентов (частной фирмой или госпредприятием), они

учитываются не в столбце соответствующего агента, а в столбце «Инвестиции».

Производство государственными предприятиями общественных благ оплачивается федеральным и региональными правительствами. Эта транзакция проводится через агента-посредника – рынок общественных благ. Сумма добавляется в клетку на пересечении строки общественных благ и столбца соответствующего правительства, и вычитается из клетки на пересечении со столбцом рынка. Та же сумма добавляется в клетку на пересечении строки продаж и столбца рынка, и вычитается из клетки на пересечении со столбцом госпредприятия.

В АОМММ принято предположение, что транспорт оплачивает покупатель. На рис. 51 около сплошных линий, соответствующих покупкам товаров, помещены пиктограммы «Транспорт» и стрелками изображено предоставление услуг транспорта и соответствующая плата. Соответственно, оплата услуг транспорта вносится в ячейку на пересечении строки Сектора 4 («Транспорт») одного из макрорегионов и столбца покупателя.

Вместо налога на добавленную стоимость в модели используется похожий налог на конечное потребление. Этот налог платят домохозяйства и правительства. (Налог на экспорт нулевой.) Налог добавляется в клетку на пересечении строки «НДС» (то же, что «Чистые налоги на продукты» в стандартной таблице ЗВ) и столбца из левой части ТЗВ, соответствующему агенту, потребляющему товар. Та же сумма вычитается из ячейки той же строки, стоящей на пересечении со столбцом правительства.

Когда производственный агент выплачивает заработную плату работнику-домохозяйству, соответствующая сумма, включающая социальные взносы, прибавляется к ячейке на пересечении столбца агента (в левой части таблицы) и строки «Оплата труда». Сумма заработной платы без социальных взносов отнимается от ячейки в столбце домохозяйства, а сумма социальных взносов – в столбце пенсионного фонда.

Отметим, что особенностью АОМММ является использование ТЗВ в качестве как входной, так и выходной информации для агентного моделирования. В литературе по АОМ такой

подход пока не развит. Можно упомянуть только [Beckenbach, Briegel, Daskalakis, 2007], где построение региональных ТЗВ использовано в динамике для анализа изменений, происходящих в региональной экономике в результате распространения инноваций, моделируемых с помощью агентно-ориентированного подхода.

	Фм	ГосКомп	Транс	БКомп	ДХ	Прав	РПрав	ВнРн	ВалРн	ПФ	ТовРн	РнОбл	РнТр	Транс	ΔМ	Получен	Затрачено	Баланс
Фм	0	0	0	0	0	41	173	0	0	0	30209	0	0	0	786	91209	-91209	0
ГосКомп	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10254	0	0	0	10254	-10254	0
Транс	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5234	0	0	7081	-7081	0
БКомп	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ДХ	16236	0	0	0	0	1456	3729	0	0	4394	0	0	21968	0	261	48044	-48044	0
Прав	485	131	285	0	6547	1130	2894	0	100	0	0	0	0	0	51	11622	-11622	0
РПрав	2695	382	59	0	4967	6077	0	0	0	0	0	0	0	0	96	14275	-14275	0
ВнРн	0	0	0	0	0	0	0	0	50	0	4206	0	0	0	0	4256	-4256	0
ВалРн	0	0	0	0	0	7	0	143	0	0	0	0	0	0	0	150	-150	0
ПФ	3208	826	359	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4394	-4394	0
ТовРн	49284	4561	4375	0	34215	0	0	3827	0	0	0	0	0	0	0	96262	-96262	0
РнОбл	0	0	0	0	0	2880	7374	0	0	0	0	0	0	0	0	10254	-10254	0
РнТр	16041	4131	1796	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	21968	-21968	0
ТрансРн	2361	222	207	0	2158	0	0	286	0	0	0	0	0	0	0	5234	-5234	0
ΔМ	899	0	0	0	157	31	106	0	0	0	0	0	0	0	0	1193	-1193	0
Затрачен	91209	10254	7081	0	48044	11622	14275	4256	150	4394	96262	10254	21968	5234	1193	326194	-326194	0

Рис. 64. Матрица социальных счетов (таблица SAM) для АОМММ

Более полную картину финансовых потоков могут дать матрицы социальных счетов [Макаров и др., 2021]. Однако имеется ограничение, что по строкам и столбцам МСС используются одни и те же счета, между которыми происходит передача денежных средств, так что при большой детализации таблица может стать излишне громоздкой. В АОМММ используются упрощенный вариант МСС (рис. 64). В этой таблице столбцы и строки соответствуют типам агентов. Когда один агент передает денежные средства другому, то сумма добавляется в ту ячейку, которая лежит на пересечении столбца первого агента и строки второго. Приход и расход по счету каждого агента совпадают с точностью до изменения запасов денег (ΔМ), поэтому таблица всегда является сбалансированной.

Например, из приведенной таблицы (рис. 64) видно, на какие суммы совершали покупки разные типы агентов: фирмы, госкомпании, домохозяйства и внешние рынки. Соответствующие суммы расположены в строке товарных рынков.

5.11. Особенности программной реализации

На уровне программного кода модель реализована с помощью таких приемов, как объектно-ориентированное программирование и обмен сообщениями между агентами через диспетчера с двумя стеками. (Подробнее об этом см. в п. 3.9.3 на с. 243). Модульная программная архитектура и инкапсуляция делают модель гибкой и позволяют без больших сложностей вносить требуемые модификации.

Код включает общую библиотеку для создания агент-ориентированных моделей, а также собственно программную реализацию АОМММ, созданную с использованием этой библиотеки. Вместе с другими программными продуктами, написанными автором (программой LazPlot, частично описанной в параграфе 3.10, и библиотекой на языке R, которая позволяет загружать результаты работы модели и проводить их статистический анализ), данный код образует платформу, предназначенную для агент-ориентированного моделирования.

5.11.1. Особенности языка программирования

АОМММ реализована на языке программирования Lua. Это скриптовый язык с динамической типизацией и с автоматическим управлением памятью. Для ускорения работы программы использован LuaJIT – трассирующий JIT-компилятор для языка программирования Lua¹. Выбор языка программирования определялся следующими соображениями.

С одной стороны, Lua – это язык высокого уровня с весьма пологой кривой обучения. Благодаря простому синтаксису и малому набору базовых понятий написание программ на нем доступно даже не очень искушенным в программировании пользователям. Легкость в освоении, свойственная Lua, может быть полезна и для опытного программиста, поскольку позволяет без проблем в сжатые сроки разобраться в особенностях данного языка и приступить к написанию кода.

¹ <https://luajit.org/luajit.html>

С другой стороны, с точки зрения опытного программиста язык Lua очень продуктивный даже при написании сложных программ. Он обладает выразительными и гибкими конструкциями, дающими профессионалу широкие возможности. Идея состоит не в том, чтобы дать эти широкие возможности прямо «из коробки», а в том, чтобы за счет гибкости позволить использовать те подходы, которые удобны для решаемой задачи. В частности, Lua позволяет использовать приемы как функционального, так и объектно-ориентированного программирования.

Среди особенностей Lua можно назвать то, что функции там являются объектами первого класса, причем Lua поддерживает замыкания. Еще в Lua есть универсальный тип данных – таблицы, на основе которых можно конструировать самые разные конкретные структуры и типы данных. Таблицы могут наделяться метатаблицами, которые позволяют переопределить поведение используемых объектов и структур. В частности, Lua позволяет перегружать операции (арифметические, обращение к элементам таблицы по ключу и т. д.). Кроме того, можно для конкретных типов данных создавать итераторы, работающие в цикле `for`.

Lua известен как один из самых быстрых скриптовых языков с большой скоростью компиляции. А вариант с JIT-компиляцией LuaJIT по скорости выполнения сопоставим с языком программирования Си.

Lua также известен своим удобством взаимодействия с языком Си. Его несложно встроить в программу на Си и несложно вызывать из него написанные на Си библиотеки.

Дополнительным преимуществом является то, что Lua (и LuaJIT) со стандартными библиотеками занимает очень мало места. Если написать АОМ с использованием Lua, то код вместе с Lua можно отправить в сообщении электронной почты. (Конечно, данные, используемые моделью, могут быть слишком большими и могут не уместиться в сообщении.)

Среди популярных в настоящее время скриптовых языков программирования Lua можно сопоставить с JavaScript и Python. По сравнению с JavaScript Lua выигрывает за счет большей гибкости. Если сравнивать с Python, то в определенном смысле Lua

– это менее богатый возможностями язык программирования. Однако с точки зрения удобства программирования поведения агентов в модели класса АОМММ различие между Python и Lua несущественны. Причем Lua сильно опережает Python по скорости, что является ключевым фактором при разработке больших моделей с сотнями и тысячами агентов со сложными алгоритмами поведения и большим количеством взаимодействий между агентами.

Среди недостатков Lua можно назвать не очень большое распространение этого языка и ограниченные возможности обработки ошибок. Также в Lua «из коробки» отсутствуют функции для работы с текстами на Unicode и битовые операции, но это не очень большие недостатки с точки зрения программирования АОМ.

5.11.2. Используемые классы

Иерархия классов в АОМММ начинается с `AgentClass`. Это абстрактный класс, являющийся предком всех остальных агентных классов. Агент данного класса имеет уникальный идентификатор, умеет высылать и принимать сообщения через диспетчера сообщений.

Агенты функционируют в рамках агент-ориентированной системы. Все классы для АО систем, реализующих конкретные АОМ, являются потомками абстрактного класса `ABSystemClass`. В АОМММ объект «системного» класса является по сути одним из агентов (агентом с идентификатором 1). В отличие от остальных агентов, он играет организующую роль, подавая сигналы к инициализации, к началу и окончанию периода, к началу основных событий в течение периода.

Для построения экономических моделей используется набор классов, реализующих экономические процессы. В частности, `BaseEconomyClass` – это абстрактный класс, являющийся предком всех экономических агент-ориентированных систем. Потомки этого класса могут работать с отраслями экономики, таблицами «затраты–выпуск» и SAM, имеют реестр денежных счетов, список операций с деньгами и список контрактов. При проведении операции с деньгами одна и та же

сумма денег вносится на счет одного агента и снимается со счета другого агента, благодаря чему достигается горизонтальная согласованность по деньгам. При заключении контракта сведения о контракте вносятся в список контрактов. Когда контракт выполняется, он изымается из списка контрактов, а записанные сведения используются для передачи ресурсов между агентами и для отображения в списке счетов. Уникальный идентификатор контракта используется для проверки того, затрагивают ли изменения запасов ресурсов именно тех агентов, которые участвуют в данной транзакции. Для таблиц «затраты–выпуск» и SAM предусмотрены такие операции как инициализация, запись транзакции, а также окончательное формирование и запись в файл. Потомки `BaseEconomyClass` включают такие дополнительные неэкономические функции, как датчик случайных чисел и таймер времени выполнения.

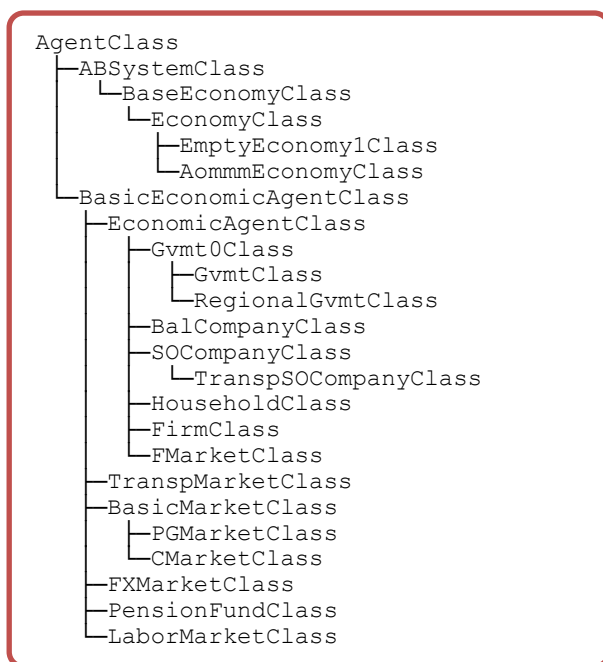


Рис. 65. Иерархия классов в АОМММ

Класс `EconomyClass` – абстрактный класс, который развивает и конкретизирует `BaseEconomyClass`. Потомки этого класса могут работать с капитальными благами, общественными благами, налогами и с конкретными классами экономических агентов (домохозяйствами, фирмами, товарными рынками, правительством, транспортными компаниями и т. д.). Здесь есть подпрограмма, в рамках которой вычисляются основные статистические показатели, описывающие экономику. Кроме того, этот класс умеет задавать структуру таблиц «затраты–выпуск» и `SAM`, а также заполнять их данными об операциях различных видов между агентами разных типов.

Родительский класс для всех экономических агентов – это `BasicEconomicAgentClass`. Он является непосредственным потомком класса `AgentClass`. Агенты этого класса имеют структуру `Stat` для записи своих статистических переменных, имеют метод для передачи или сбора денежных сумм, а также метод для получения денежных сумм. Передача денег от агента агенту инициируется одним из агентов и выполняется только тогда, когда будет подтверждена другим агентом. Также агенты этого класса отслеживают свои запасы денег и записывают изменение запасов между периодами в таблицы «затраты–выпуск» и `SAM`.

Непосредственными потомками этого класса являются классы `TranspMarketClass` (транспортные рынки), `FXMarketClass` (валютные рынки), `PensionFundClass` (пенсионный фонд) и `LaborMarketClass` (рынок труда). Кроме того, потомком является класс `BasicMarketClass`, порождающий классы `PGMarketClass` (рынки, через которые продаются общественные блага) и `CMarketClass` (товарные рынки), а также важный абстрактный класс `EconomicAgentClass`.

В `EconomicAgentClass` входят такие типы агентов, которые могут быть покупателями на товарных рынках. При совершении покупок они собирают статистику по ценам и осуществляют соответствующее обучение. Когда товарные рынки сообщают цены представленных на них товаров, агенты класса `EconomicAgentClass` формируют свою заявку, включающую

параметр эластичности привлекательности по цене, размер порции и функцию спроса. Когда товарный рынок завершает торговлю, агенты данного класса оплачивают свои покупки. Кроме самих по себе товаров, они оплачивают услуги транспорта и косвенные налоги.

Потомками `EconomicAgentClass` являются `Gvmt0Class` (правительства, включая центральное правительство `GvmtClass` и региональные правительства), `BalCompanyClass` (вспомогательные балансирующие компании), `SOCompanyClass` (госкомпании, включая транспортные `TranspSOCompanyClass`), `HouseholdClass` (домохозяйства), `FirmClass` (фирмы) и `FMarketClass` (внешние рынки).

Для того чтобы реализовать конкретную АОМ, нужно создать класс экономической системы на основе `EconomyClass`, наделить его агентами при инициализации, задать события, происходящие в течение периода, создать экземпляр класса и запустить его на заданное число периодов.

Так, в том же модуле (`ABEconomy`), где определяются перечисленные выше классы, определяется класс простой экономической системы `EmptyEconomy1Class` как потомок `EconomyClass`. Это простая тестовая экономика, которая не моделирует никаких конкретных экономических явлений, а служит просто для проверки того, что библиотека в принципе может работать, не выдает в этом простом случае сообщений об ошибках и высвобождает, как требуется, оперативную память.

По тому же принципу, что и `EmptyEconomy1Class`, устроены классы экономик, использовавшихся для целей тестирования библиотек АОМММ, в том числе тех экономик, которые рассматриваются в параграфе 6.1, но эти классы расположены в отдельных модулях.

`AommmEconomyClass` – класс, реализующий экономику АОМММ. Он расположен в отдельном модуле, импортирующем `ABEconomy`. Данный класс является потомком класса `EconomyClass`. В нем переопределяются отдельные методы, содержащиеся в классе `EconomyClass` и в классах экономических агентов. В частности, переопределяется метод

`collect_Statistics`, предназначенный для расчета агрегированных статистических показателей. Он задействует версию метода из родительского класса, а после этого добавляет большое количество других показателей, в том числе с разбиением по макрорегионам. Также в переопределенном методе `configure_IO_Table` таблица «затраты–выпуск» модифицируется с учетом разбиения по макрорегионам и наличия нескольких социальных пособий.

В переопределенном методе `start_Period` задаются процессы, происходящие в течение периода в АОМММ (см. параграф 5.8). В переопределенных методах `initialize` и `initialize_soft` происходит инициализация АОМММ (см. параграф 5.9). Данные методы задействуют переопределенные методы для инициализации отдельных составляющих модели. В частности, это относится к инициализации параметров кривой спроса, инициализации долей собственности в фирмах и инициализации параметров экономической политики, таких как ставки налогов. Данные для инициализации загружаются из отдельных модулей `RussianRegions` (данные по регионам) и `AommmData` (прочие данные модели, такие как технологические коэффициенты из малоразмерной ОМММ и многое другое). Меняя эти два модуля, можно менять наполнение АОМММ, не трогая сам по себе код модели.

На процесс инициализации можно влиять с помощью передаваемых методам `initialize` и `initialize_soft` аргументов. Меняя параметры, с которыми запускается модель, можно менять ее характеристики. Это позволяет проводить эксперименты и изучать влияние изменения параметров на результаты.

Глава 6. ТЕСТИРОВАНИЕ МОДЕЛИ И ПЕРВОНАЧАЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РАСЧЕТЫ

6.1. Тестирование составляющих модели

Для тестирования отдельных составляющих АОМММ на той же библиотеке агент-ориентированного моделирования были реализованы упрощенные модели. В таких моделях малое число типов агентов, малое число отраслей и т. д. Деятельность агентов тоже упрощена. Например, в тестовой модели либо вообще нет правительства, либо правительство используется только для обеспечения устойчивого поступления доходов домохозяйствам. Эксперименты с подобными моделями дают возможность проверить работу тех или иных составляющих полной АОМММ, а также пригодность программного кода для реализации каких-то экономических АОМ, отличных от АОМММ.

6.1.1. Тестирование алгоритмов поведения домохозяйств

В основе распределения расходов домохозяйства между разными группами товаров в АОМММ лежит алгоритм, основанный на случайной мутации долей потребления. Данный алгоритм был протестирован на упрощенной модели домохозяйства. Была взята функция полезности Кобба–Дугласа вида

$$U(X) = \exp(0.5 \ln(x_1) + 0.2 \ln(x_2) + 0.3 \ln(x_3))$$

при постоянном потребительском бюджете $B = 20$ и постоянных ценах, равных 1.

Рис. 66 иллюстрирует работу алгоритма выбора долей потребления домохозяйством в этой модели. Доли изображены на стандартном симплексе с углами, соответствующими доле 100% одного из товаров. Исходная структура потребления (0.1, 0.7, 0.2) изображена кружком. Вокруг нее точками показаны рассматривавшиеся альтернативные планы для выбора структуры следующего периода. Траекторией со стрелками изображено изменение структуры по пе-

риодам. Также на симплексе показана карта кривых безразличия, соответствующих указанной функции полезности. Видно, что через несколько периодов структура приближается к оптимальной и флуктуирует случайным образом в окрестности оптимума.

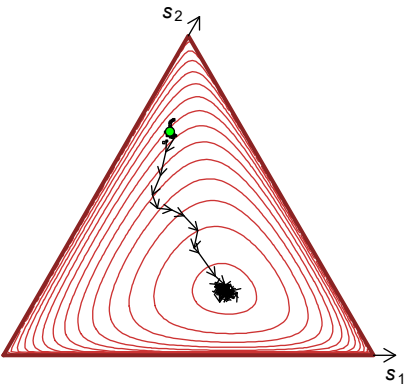


Рис. 66. Корректировка структуры потребления домохозяйства

Другой эксперимент был проведен с алгоритмом сглаживания потребления домохозяйством. На рис. 67 показана динамика показателей для отдельного домохозяйства. Видно, что потребительские расходы имеют более гладкую динамику по сравнению с доходами, а запас денег превышает доходы и расходы одного периода.

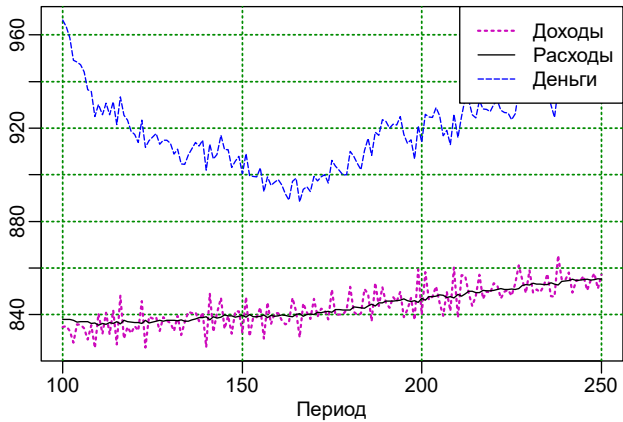


Рис. 67. Доходы, расходы и запасы денег домохозяйства

6.1.2. Тестирование алгоритма выбора поставщика

В АОМММ покупатели рассчитывают привлекательности поставщиков по формулам, описанным в п. 3.7.1. Рассмотрим ситуацию, описываемую табл. 14 на с. 218. Покупатель выбирает из 4 поставщиков с разными ценами и транспортными издержками. В тестовой экономике действуют следующие агенты:

- один покупатель, предъявляющий спрос $D(p) = 127523p^{-25}$ на товар 1,
- одна фирма отрасли 1, производящая единицу соответствующего товара из 0.005 единиц товара 2, характеризующаяся эластичностью привлекательности по цене, равной 5,
- 4 производителя отрасли 2, производящие свою продукцию из труда с коэффициентами трудоемкости a_{Lj} ,
- транспортная компания, перевозящая товар 2 с затратами транспорта 2 на единицу товара и единицу расстояния, с трудоемкостью 1.

Параметры модели выбраны так, чтобы согласовываться с табл. 14 на с. 218.

В табл. 27 показаны результаты прогона модели в течение 500 периодов. Каждый период фирма делит свой спрос на товар 2 примерно на 1000 порций. Средняя доля поставщиков в спросе фирмы за 500 периодов очень близка к теоретической доле. В каждый отдельный период отношение наблюдаемой и теоретической доли попадает в интервал $[0.9, 1.1]$ с довольно большой вероятностью, причем у крупных поставщиков частота попадания близка к 100%.

Таблица 27

Сравнение теоретических долей поставщиков и долей в модели

Поставщик, j	1	2	3	4
Трудоемкость, a_{Lj}	100	200	150	250
Расстояние до поставщика, L_j	50	30	20	10
Привлекательность, A_j	33.40	8.99	43.16	7.45
Теоретическая доля, γ_j	35.91%	9.67%	46.41%	8.01%
Средняя доля, $\bar{\gamma}_j$	35.84%	9.66%	46.48%	8.02%
Среднее отношение, $\bar{\gamma}_j/\gamma_j$	0.9980	0.9986	1.0016	1.0013
Частота попадания отношения в интервал $[0.9, 1.1]$	98.80%	69.60%	100.00%	64.00%

6.1.3. Тестирование алгоритма прогнозирования спроса на продукцию фирмы

Были проведены эксперименты по тестированию адаптивных свойств используемого в модели алгоритма регрессии с меняющимися коэффициентами. Ранее в п. 3.6.5 (с. 210) алгоритм адаптивной регрессии уже был протестирован в рамках модифицированного варианта модели фондового рынка.

Рассмотрен сценарий сдвига в потребительских предпочтениях, приводящий к изменению потребительского спроса в затронутых отраслях. В АОМММ по умолчанию используются функции полезности Кобба–Дугласа, для которых, как известно, коэффициенты определяют доли отдельных товаров в расходах домохозяйства. За счет увеличения коэффициента для товара 2 (отрасль «Обработка») и уменьшения коэффициента для товара 5 («Услуги») на 5 процентных пунктов в период $t = 100$ были изменены доли соответствующих товаров в расходах. Это повлияло на спрос в этих двух отраслях. Для стабилизации рынков после сдвига требовались изменения в функциях спроса отдельных фирм.

На рис. 68 показана динамика объемов продаж и производства нескольких фирм в отрасли 2 для одного прогона модели. Размеры показанных фирм существенно различаются. Это требует соответствующего установления цен на продукцию – при прочих равных условиях цена на более крупной фирме должна быть более низкой. На этапе инициализации модели этот эффект был учтен, но фирмам все равно потребовался некоторый период обучения, поскольку кроме цены спрос также зависит от местоположения фирмы, ее рынка сбыта и других факторов.

Наблюдается повышательный тренд в объемах производства, связанный с ростом относительной цены продукции в этой отрасли и ростом рентабельности. Объемы продаж следуют этому же тренду. Сразу после периодов $t = 1$ и $t = 100$ продажи для некоторых фирм опережали производство, но адаптация функций спроса привела к постепенному выравниванию этого перекоса.

Такую же картину можно наблюдать в агрегированной динамике объемов продаж, производства отрасли 2 (рис. 69 слева). Запасы готовой продукции в два указанных периода адаптации снижались, но затем возвращались к требуемому уровню.

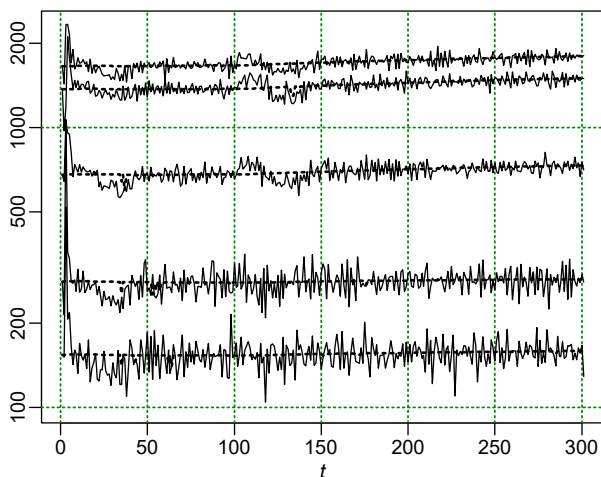


Рис. 68. Продажи и производство нескольких фирм в отрасли 2

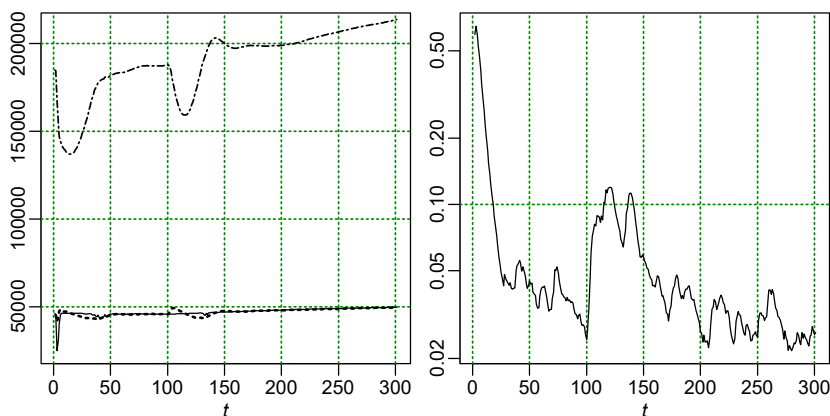


Рис. 69. Слева – Продажи, производство и запасы готовой продукции в отрасли 2 в целом; справа – средняя неопределенность спроса в отрасли 2

Среднеквадратическое отклонение ошибки ε_t в регрессии для спроса равно $e^{h_t/2}$. Этот ряд можно рассматривать как показатель неопределенности, связанный с предсказанием спроса. В АОММ для целей мониторинга рассчитывается среднее геометрическое этого показателя, взвешенное по объемам продаж

фирм. Динамика средней неопределенности спроса в отрасли 2 показана на рис. 69 справа. В период после начала работы модели неопределенность спроса находилась на высоком уровне, что связано с тем, что фирмы еще недостаточно изучили свой спрос. Затем неопределенность падает, а после периода $t = 100$ повышается, но до более низкого уровня, чем вначале. Постепенно неопределенность опять падает, отражая тот факт, что происходит обучение и фирмы все более точно предсказывают спрос на свою продукцию.

6.1.4. Тестирование расширенной таблицы «затраты–выпуск» – модель S12HG

Рассмотрим упрощенную теоретическую межотраслевую равновесную модель, являющуюся конкретизацией экономики S12HG из параграфа 3.4 на с. 157. В этой модели производится два товара, причем каждый из них используется в производстве каждого. Первый товар потребляется домохозяйствами, а второй товар, кроме того, закупается правительством. В экономике также есть один ограниченный ресурс – труд. Его совокупное предложение фиксировано и равно L . Цены двух товаров обозначим p_1 и p_2 , а ставку заработной платы (цену труда) w .

Правительство собирает с фирм налог на прибыль со ставкой τ . В целом доходы бюджета равны $T_1 + T_2$, где T_j – собранная сумма налогов с отрасли j . Предполагаем, что закупки правительством товара 2 фиксированы и равны g . При этом расходы на эти закупки равны

$$G = p_2 g.$$

Остальные средства идут на выплату пособий домохозяйствам в общей сумме

$$B = T_1 + T_2 - G.$$

Предполагаем, что все фирмы отрасли j , $j = 1, 2$, используют в производстве одну и ту же леонтьевскую технологию: на производство единицы товара j затрачивается a_{ij} единиц товара i , $i = 1, 2$, а также a_{Lj} единиц труда. Издержки на единицу продукции фирмы, производящей товар j , равны:

$$p_1 a_{1j} + p_2 a_{2j} + w a_{Lj}.$$

Считаем, что цена на продукцию устанавливается в равновесии на основе постоянной маржи μ , одинаковой для обеих отраслей, так что

$$p_j = \frac{p_1 a_{1j} + p_2 a_{2j} + w a_{Lj}}{1 - \mu}.$$

В данной модели равновесные цены при заданной ставке заработной платы w не зависят от физических объемов и удовлетворяют системе линейных уравнений:

$$\begin{aligned}(1 - \mu - a_{11})p_1 - p_2 a_{21} &= w a_{L1}, \\ -p_1 a_{12} + (1 - \mu - a_{22})p_2 &= w a_{L2}.\end{aligned}$$

Прибыль фирмы f , производящей x_{fj} товара j , равна:

$$\mu p_j x_{fj}.$$

Из этой суммы $\tau \mu p_j x_{fj}$ выплачивается в виде налога на прибыль, а остальное – дивиденды собственников. В целом по отрасли j сумма налога на прибыль равна:

$$T_j = \tau \mu p_j x_j,$$

где x_j – совокупный объем производства данной отрасли. Сумма дивидендов равна:

$$D_j = (1 - \tau) \mu p_j x_j.$$

Если фирма f производит x_{fj} товара j , то она выплачивает заработную плату $w a_{Lj} x_{fj}$. Общий фонд заработной платы отрасли j равен:

$$W_j = w a_{Lj} x_j.$$

Из баланса рынка труда:

$$a_{L1} x_1 + a_{L2} x_2 = L$$

следует, что

$$W_1 + W_2 = wL.$$

Предполагаем, что функции полезности домохозяйств имеют форму Кобба–Дугласа:

$$U_h = \exp(k_1 \ln c_{h1} + k_2 \ln c_{h2}),$$

где c_{hi} – потребление товара i домохозяйством h . Отдельное домохозяйство максимизирует свою функцию полезности в рамках бюджета:

$$p_1 c_{h1} + p_2 c_{h2} \leq \text{Inc}_h.$$

В равновесии спрос на товар i домохозяйства с доходом Inc_h равен:

$$c_{hi} = k_i \frac{\text{Inc}_h}{p_i}.$$

Суммарный спрос всех домохозяйств составляет:

$$c_i = \frac{k_i}{p_i} \sum_{h=1}^{N_h} \text{Inc}_h = \frac{k_i}{p_i} \text{Inc},$$

где

$$\begin{aligned} \text{Inc} &= W_1 + W_2 + D_1 + D_2 + B = \\ &= wL + (1 - \tau)\mu(p_1 x_1 + p_2 x_2) + \tau\mu(p_1 x_1 + p_2 x_2) \\ &- G == wL + \mu(p_1 x_1 + p_2 x_2) - p_2 g \end{aligned}$$

– это совокупные доходы домохозяйств. При этом потребительские расходы на товар i равны:

$$C_i = p_i c_i = k_i \text{Inc}.$$

В равновесии имеет место равенство спроса и предложения на рынках обоих товаров:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + c_1 &= x_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + c_2 + g &= x_2. \end{aligned}$$

Резюмируя предыдущее, видим, что при данных ценах p_1, p_2, w равновесие в модели S12HG можно найти из следующей системы линейных уравнений относительно переменных x_1, x_2 ,

c_1, c_2, Inc :

$$\begin{aligned}x_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + c_1, \\x_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + c_2 + g, \\p_i c_i &= k_i \text{Inc}, i = 1, 2, \\\text{Inc} &= wL - p_2 g + \mu p_1 x_1 + \mu p_2 x_2.\end{aligned}$$

В качестве конкретного числового примера рассмотрим модель S12HG с параметрами:

$$a_{11} = 0.2, a_{21} = 0.3, a_{12} = 0.3, a_{22} = 0.4, a_{L1} = 0.3, a_{L2} = 0.1, \\ \mu = 0.2, \tau = 0.3, k_1 = 5/7, k_2 = 2/7, L = 20, g = 5.$$

Если взять ставку заработной платы $w = 1$, то этим параметрам соответствуют равновесные цены $p_1 = 1, p_2 = 1$ и равновесные объемы:

$$x_1 = 50, x_2 = 50, c_1 = 25, c_2 = 10, \text{Inc} = 35.$$

В табл. 28 указанное равновесие представлено в виде расширенной сбалансированной таблицы «затраты–выпуск».

Таблица 28

Расширенная ТЗВ для равновесия в модели S12HG

	S1	S2	Hh	Gv	Выпуск (-)	Всего
S1	10	15	25	0	-50	0
S2	15	20	10	5	-50	0
Оплата труда	15	5	-20	0	0	0
Прибыль	10	10	-14	-6	0	0
Трансферты	0	0	-1	1	0	0
ΔM	0	0	0	0	0	0
Выпуск (-)	-50	-50	0	0	100	0
Всего	0	0	0	0	0	0

Для тестирования корректности составления расширенной сбалансированной таблицы «затраты–выпуск» в используемой программной библиотеке агент-ориентированного моделирования реализуем описанную здесь теоретическую модель S12HG в виде AOM.

В табл. 29 представлены основные параметры AOM экономики S12HG.

Конфигурация АОМ S12HG

Характеристика	Значение
число домохозяйств	20
число фирм в отрасли 1	30
число фирм в отрасли 2	30
технологические коэффициенты, $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, a_L = (a_{L1}, a_{L2})$	$A = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 \\ 0.3 & 0.4 \end{pmatrix}, a_L = (0.3, 0.1)$
маржа в производстве, μ	0.2
ставка налога на прибыль, τ	0.3
коэффициенты функции полезности, k_1, k_2	5/7, 2/7
трудовые ресурсы, L	20
закупки товара 2, g	5

Табл. 30 – это расширенная таблица «затраты–выпуск» АОМ экономики S12HG за периоды с 251 по 300. Количество денег у агентов было выбрано таким, чтобы при приближении АОМ к стационарности валовой продукт был примерно равен 100. Видно, что результаты работы вычислимой модели очень близко согласуются с теоретическими значениями, указанными в табл. 28.

Таблица 30

Расширенная ТЗВ для АОМ экономики S12HG

	S1	S2	Total IC	Hholds	Gvmt	Total FC	Ttl Output	Ttl Output(-)	Balance
S1	9.99	14.98	24.97	24.97	0	24.97	49.94	-49.94	0
S2	14.99	19.99	34.98	10	4.99	14.99	49.98	-49.98	0
Total IC	24.97	34.98	59.95	34.97	4.99	39.97	99.92	-99.92	0
Employees	14.85	4.95	19.8	-19.8	0	-19.8	0	0	0
Gross OS	10.11	10.04	20.16	-14.11	-6.05	-20.16	0	0	0
ΔM	0.01	0	0.01	-0.01	0	-0.01	0	0	0
Gross VA	24.97	15	39.97	-33.92	-6.05	-39.97	0	0	0
Other Transf.	0	0	0	-1.06	1.06	0	0	0	0
Ttl Redistr.	0	0	0	-1.06	1.06	0	0	0	0
Ttl Output	49.94	49.98	99.92	0	0	0	99.92	-99.92	0
Ttl Output(-)	-49.94	-49.98	-99.92	0	0	0	-99.92	99.92	0
Balance	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Кроме корректности построения расширенной ТЗВ данная АОМ из-за наличия соответствующей теоретической модели позволяет проверить сходимость к теоретическому равновесию.

Причем важной особенностью данной экономики является наличие двух взаимосвязанных отраслей, что позволяет отслеживать сходимость с точки зрения корректности отражения межотраслевых связей и в целом структуры экономики.

Прогон модели, послуживший основой для табл. 30, был инициализирован состоянием, в котором производство двух отраслей соответствовало неравновесному состоянию: $x_1 = 40$, $x_2 = 80$. Начиная с состояния, далекого от равновесия, модель постепенно пришла к объемам производства, близким к равновесным $x_1 = 50$, $x_2 = 50$. То же самое касается относительных цен (которые приблизились к теоретическим равновесным значениям $p_1/w = 1$, $p_2/w = 1$) и других величин. Также видно, что структура экономики в целом оказалась весьма близкой к равновесной.

6.2. Сходимость к квазиравновесию в АОМММ

В базовом варианте АОМММ технологии, предпочтения домохозяйств и прочие параметры экономики не меняются от периода к периоду. Для такой системы естественно ожидать сходимости к воображаемому стационарному состоянию, которое можно назвать квазиравновесием. (Мы предпочитаем использовать здесь более «нейтральный» термин, а не термин «равновесие».) Квазиравновесие в АО модели можно рассматривать как аналог обычного общего равновесия для классической Вальрасовской модели, когда на рынках устанавливаются такие цены, которые уравнивают спрос и предложение.

Для того чтобы оценить способность предлагаемой модели достигать приближенно стационарного состояния и имитировать работу конкурентных рынков, мы провели ряд компьютерных экспериментов. В этих экспериментах отслеживалась динамика показателей, которые могли бы служить критериями сходимости к квазиравновесию:

1) *Неопределенность спроса*. При оценке спроса на продукцию каждая фирма вычисляет параметр неопределенности спроса $e^{h_t/2}$ – среднеквадратическую ошибку для логарифма спроса. Этот показатель безразмерный, и поэтому можно рассчитывать

его агрегированный уровень по всем отраслям как среднее геометрическое, взвешенное по величине выручки.

2) *Изменчивость цен*. Вычисляется как средний квадрат отклонения логарифма цены, назначаемой фирмой, от тренда, оцениваемого по алгоритму экспоненциального сглаживания. Как и неопределенность спроса, это безразмерный показатель. В целом по экономике можно рассчитать агрегированный показатель изменчивости как среднее геометрическое, взвешенное по выручке.

Сходимость этих показателей к нулю должна отражать сходимость к квазиравновесию.

На рис. 70 показаны графики двух показателей сходимости к квазиравновесию – неопределенности спроса и изменчивость цен. Поскольку в соответствующих уравнениях адаптивной регрессии зависимая переменная берется в логарифмах (для спроса – приблизительно), то данные показатели имеют смысл доли от значений спроса и цены соответственно. В табл. 3/ средние показатели приведены по подпериодам. Оба показателя в процессе функционирования системы уменьшаются в несколько раз. Предсказания спроса на продукцию у фирм становятся все более точными (стабилизируется на уровне около 5% в конце). Изменчивость цен после первоначального роста почти до 20% снижается до низкого уровня (примерно 1.5%).

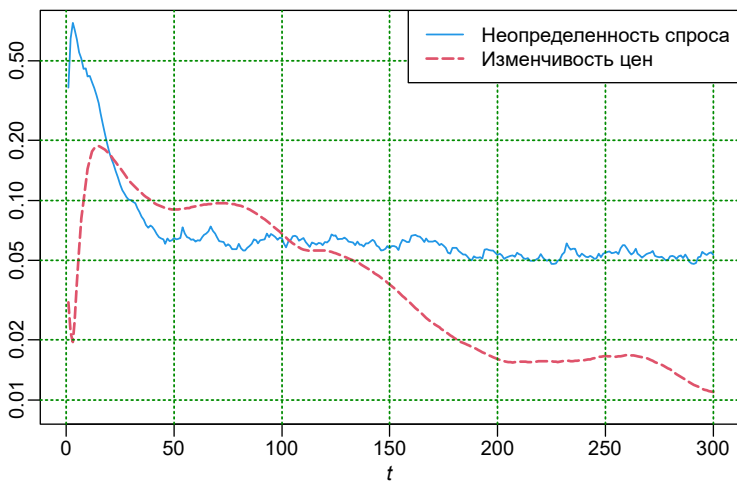


Рис. 70. Показатели сходимости к квазиравновесию

Таблица 31

Средние показатели сходимости к квазиравновесию по подпериодам

Период	1–100	101–150	151–200	201–250	251–300
Неопределенность спроса	14.4%	6.2%	5.8%	5.3%	5.3%
Изменчивость цен	10.3%	5.2%	2.4%	1.6%	1.4%

Еще один показатель – это *разброс цен*. Подобный показатель для каждого товарного рынка можно рассчитать как среднеквадратическое отклонение логарифмов цен фирм от среднего логарифма цен по рынку. Здесь не следует ожидать выполнения закона единой цены из-за различия в размерах фирм, наличия транспортных издержек, технологических различий у фирм и не полностью рационального поведения покупателей. Поэтому данный показатель, вообще говоря, не должен сходиться к нулю. В то же время уменьшение до некоторого стабильного уровня может быть одним из признаков сходимости к квазиравновесию.

На рис. 71 показана динамика показателей разброса по отраслям, а в табл. 32 – средние этих показателей по двум подпериодам. Цены были сначала подвергнуты корректировке на величину производственных мощностей фирм для большей сопоставимости. Поскольку рассматривались логарифмы цен, среднеквадратическое отклонение рассчитывалось в процентах (от средней цены). Как дисперсия при расчете среднеквадратического отклонения, так и среднее взвешиваются по объему выпуска фирмы. Показатели разброса сравнительно большие только в первые 50 периодов, а затем колеблются вокруг примерно стабильного уровня. Самый большой показатель разброса в отрасли 5 («Услуги») – около 3%. Такое поведение цен в данной отрасли может объясняться большим количеством мелких фирм. В целом, как и следовало ожидать, нельзя говорить о тенденции к очень сильной унификации цен, но разброс цен довольно небольшой. Фирмы учитывают динамику цен конкурентов в отрасли, так что отдельные цены меняются достаточно синхронно. Нет фирм, скорректированные по мощностям цены которых были бы принципиально отличными от средних по рынку.

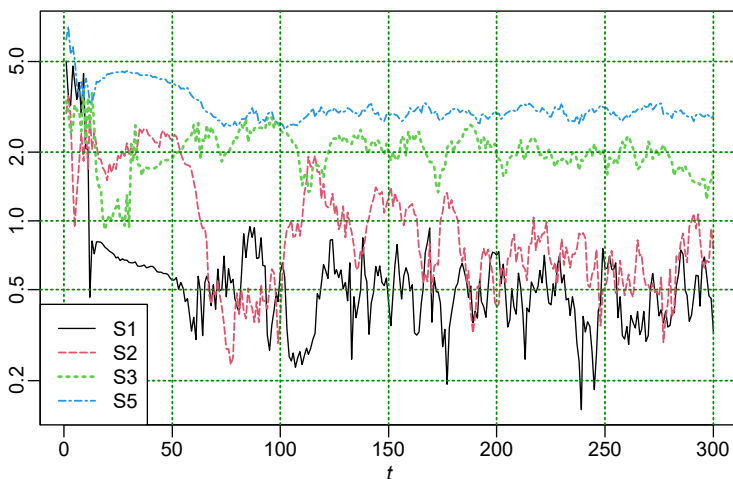


Рис. 71. Среднеквадратические отклонения скорректированных цен по отрасля

Таблица 32

Средние по двум подпериодам среднеквадратические отклонения скорректированных цен по отраслям

Период	S1	S2	S3	S5
1–150	0.78%	1.35%	2.12%	3.44%
151–300	0.48%	0.73%	1.96%	2.98%

Помимо спроса и цен, следует обратить внимание на сходимость основных макроэкономических показателей. Результаты такого анализа показаны на рис. 72 и в табл. 33. На рис. 72 видно, что графики нескольких основных показателей постепенно становятся горизонтальными. Для получения табл. 33 осуществлен прогон модели длиной 1000 периодов. К 700-му периоду основные макропоказатели сходятся к своим долгосрочным уровням. По всем рассмотренным показателям были вычислены средние значения за периоды 701–1000. Таблица показывает, как снижается со временем среднеквадратическое относительное отклонение от этих долгосрочных уровней. К 300-му периоду отклонения от долгосрочных уровней довольно малы (за исключением средней рентабельности) и поэтому ими можно пренебречь при обработке результатов экспериментов с моделью.

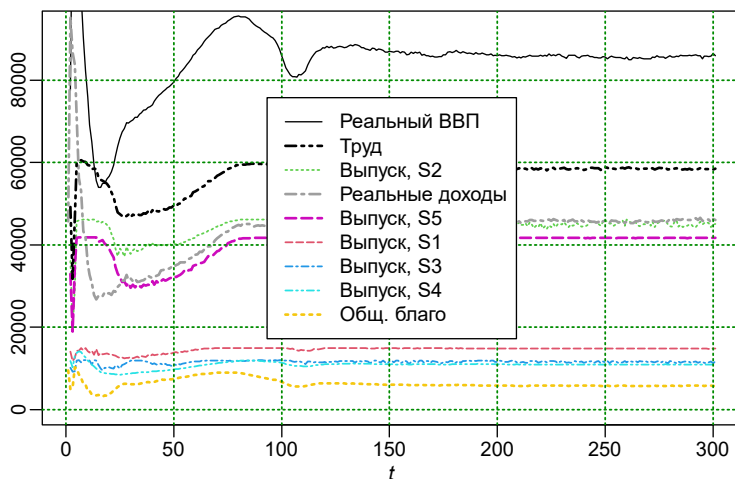


Рис. 72. Динамика нескольких основных показателей
(в соответствующих единицах)

Таблица 33

Среднеквадратическое отклонение от среднего за период 701–1000

Период	1–100	101–150	151–200	201–250	251–300	301–1000
Реальный ВВП	18.4%	3.0%	0.8%	0.3%	0.5%	0.5%
Выпуск, отрасль 1	6.9%	2.0%	2.2%	2.0%	1.8%	0.8%
Выпуск, отрасль 2	10.1%	2.7%	1.5%	1.2%	1.5%	1.3%
Выпуск, отрасль 3	6.0%	3.3%	3.5%	2.9%	2.5%	1.1%
Выпуск, отрасль 4	12.9%	2.0%	1.1%	0.6%	0.4%	0.3%
Выпуск, отрасль 5	16.9%	1.7%	0.3%	0.2%	0.2%	0.1%
Общественное благо	35.0%	5.4%	1.3%	1.7%	2.3%	1.1%
Затраты труда	11.6%	1.3%	1.0%	1.0%	1.0%	0.5%
Реальные доходы	28.1%	4.2%	1.5%	1.0%	1.3%	0.8%
Индекс Джини	32.7%	7.5%	1.4%	1.2%	1.9%	1.2%
Импорт в иностр. валюте	20.1%	2.6%	2.0%	1.9%	1.9%	1.7%
Экспорт в иностр. валюте	9.2%	0.8%	0.8%	0.8%	0.8%	0.5%
Средняя рентабельность	27.3%	10.7%	13.7%	11.5%	9.0%	2.5%

Глава 7. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ПОЛИТИКИ ГОСУДАРСТВА В АГЕНТ-ОРИЕНТИРОВАННОЙ МОДЕЛИ

7.1. Методологические основы моделирования экономической политики в АОМ

В этой главе¹ рассматривается возможность использования АОМ экономики в целом в качестве инструмента, помогающего изучать с помощью имитационного сценарного моделирования, как государственная политика влияет на общие показатели функционирования экономики и какие изменения государственной политики могут привести к росту благосостояния населения. На наличие подобной возможности указали в своей программной статье, посвященной агент-ориентированному моделированию, Дж. Фармер и Д. Фоули [Farmer, Foley, 2009, p. 686]. Они, в частности, указали на перспективность использования АОМ для сравнения таких инструментов государственной политики, как снижение налогов и увеличение государственных расходов.

Известный специалист по экономике общественного сектора, нобелевский лауреат Джозеф Стиглиц в своей книге 2019 г. ([Stiglitz, 2019, p. 144], рус. пер. [Стиглиц, 2020, с. 197]) подчеркнул ключевое место государства в решении острых проблем. Он пишет: «...без правительства у нас ничего не получится – мы не можем допустить возврата к экономике джунглей. Нам необходимы действия со стороны правительства. Вопрос в том, как добиться, чтобы правительство действительно служило интересам всего общества. Самыми успешными странами оказываются те,

¹ В написании программного кода и расчетах по блоку государства на первоначальном этапе принимала участие студентка ФИТ НГУ М.А. Гусак. В целом работа над моделью государственного сектора велась совместно с Т.С. Новиковой. Соответствующие исследования нашли отражение в серии статей ([Суслов, Новикова, Цыплаков, 2016; Новикова, Цыплаков, 2020] и др.). Идеи экспериментов в основных чертах взяты из этих статей, но все расчеты для диссертации были произведены автором заново на текущей версии модели. Также для диссертации проведен расширенный анализ результатов.

что нашли правильный ответ на этот вопрос и создали сильное и эффективное правительство».

При всей важности вопроса о том, какие изменения в государственной экономической политике можно считать улучшающими общественное благосостояние, а какие наоборот, на него сложно дать обоснованный ответ. С одной стороны, эксперименты с реальной экономикой могут привести к самым разным, в том числе крайне неблагоприятным последствиям. К тому же изменения в экономической политике происходят параллельно со многими другими событиями и процессами, так что их последствия сложно выделить в чистом виде. С другой стороны, большинство эмпирических и теоретических моделей рассматривают экономику агрегированно, не уделяя достаточно внимания последствиям изменений с точки зрения отдельных дезагрегированных групп населения. Кроме того, большинство традиционных моделей сильно огрубляют структуру экономики, абстрагируясь от того, что экономика – сложная система, состоящая из множества взаимосвязанных частей.

Учитывая указанные проблемы с анализом влияния действий государственных органов на экономику, можно говорить о том, что агент-ориентированное моделирование представляется довольно перспективным направлением исследований в этой области. С модельной экономикой можно проводить множество самых разных экспериментов, не боясь никому навредить. Если, кроме того, используется достаточно развитая и проработанная АОМ экономики в целом, то экспериментируя с ней можно отслеживать последствия изменения экономической политики по самым разным показателям и критериям, в том числе основанным на сильно дезагрегированной информации. В данной главе мы используем для подобных расчетов АОМММ.

Суть предлагаемого экспериментального подхода состоит в том, что инструменты государственной политики используются как способ изменения институциональной среды, в рамках которой свои решения принимают частные агенты. Проводится серия расчетов с разными вариантами государственной экономической политики. Анализ статистики, собранной по этим расчетам, позволяет увидеть, как изменения в экономической политике сказываются на выбранных результирующих показателях. Изменение

в тех или иных параметрах политики может приводить к изменению структуры использования различных ресурсов (таких как финансовые ресурсы, труд и капитал) между государственным и частным сектором, росту или падению благосостояния домашних хозяйств и различным прочим последствиям.

В АОМММ акцент делается на следующих характеристиках результатов моделирования:

Расширенный вариант таблицы «затраты–выпуск». В нашей модели ТЗВ включает разделы распределения и перераспределения и имеет разбивку не только по производственным отраслям и другим секторам экономики, но и по макрорегионам. В разделе перераспределения расширенной ТЗВ отражаются в достаточно подробной классификации транзакции, связанные с налогообложением и различными социальными выплатами.

Расширенная статистика по благосостоянию населения. Кроме привычных статистических показателей, связанных с доходами и расходами населения, расходами общественного сектора на социальные нужды и т. д., в модели используются показатели, связанные с изоэластичной функцией общественного благосостояния. Данная функция строится на основе функций полезности домашних хозяйств как агентов микроэкономического уровня. Полезности – это воображаемые показатели, которые не наблюдаются в реальной жизни, но которые могут быть заложены в агентную модель. Изоэластичная ФОБ рассчитывается при определенных значениях параметра неприятия неравенства. Меняя данный параметр, можно подстроить ФОБ под определенные представления о соотношении критериев общей эффективности и справедливости. Изменения в изоэластичной ФОБ можно разложить на отдельные составляющие, такие как изменение индекса неравенства и изменения региональных ФОБ.

Среди инструментов государственной экономической политики мы рассматриваем изменение налоговой нагрузки, изменение соотношения расходов на общественные блага и общей суммы социальных трансфертов, а также изменение долей различных трансфертов в общей сумме социальных трансфертов. Государство задает значения всех этих параметров в качестве институциональных рамок принятия микроэкономических решений. Основ-

ные решения принимаются на микроэкономическом уровне домашними хозяйствами и предприятиями. На мезо- и макроуровне изменения параметров государственной политики проявляются в изменении уровня благосостояния населения, структуры экономики в разрезе отраслей, регионов, общественного и частного секторов.

Поскольку мы рассматриваем модель экономики в целом, оказывается важным требование сбалансированности по ресурсам и в целом отсутствия нарушения «законов природы» в модели. Этот вопрос подробно обсуждался в параграфе 3.4 на с. 157. При анализе мероприятий государственной экономической политики он является одним из ключевых. Пусть, например, рассматриваются последствия увеличения производства общественных благ. Для такого увеличения требуется обеспечить правительство денежными ресурсами, достаточными для закупки желаемого количества общественных благ. Это можно сделать за счет уменьшения размера социальных пособий или за счет увеличения ставок налогов. Соответственно, доходы населения при этом должны упасть, из частного сектора экономики будут изъяты ресурсы и т. д. На рынке труда больше труда будет использовать государственный сектор и меньше частный. Если не будет ресурсной согласованности, то легко можно прийти к неверным выводам по поводу последствий сделанных изменений для экономики. Например, можно ошибочно получить прирост количества общественных благ без соответствующих негативных последствий.

С этой точки зрения корректно сконструированная АОМ экономики в целом позволяет проводить системное изучение экономической политики с учетом целого комплекса последствий. В частности, в рамках АОМ мы можем отслеживать изменения структурных характеристик экономики, таких как перераспределение ресурсов между частным и общественным сектором, изменение отраслевой и пространственной структуры производства, изменение благосостояния по доходным и пространственным группам населения и т. п.

7.2. Структура блока «Государство» в АОМММ

7.2.1. Агенты, представляющие государство

В АОМММ представлены следующие типы агентов, соответствующих государственным органам:

- федеральное правительство,
- региональные правительства,
- пенсионный фонд.

Данные агенты имеют свои бюджеты и собственные налоговые источники доходов. Рассматриваются подоходный налог, налог на прибыль и НДС. Также Пенсионный фонд получает страховые взносы. Агенты-правительства информируют прочих экономических агентов о ставках налоговых выплат.

Государственные органы отвечают за инструменты политики, непосредственно влияющие на благосостояние населения в целом и, в частности, на экономическую эффективность и социальную справедливость. Кроме налоговых ставок это разного рода социальные трансферты и общественные блага (общественные товары). К инструментам экономической политики относятся также межбюджетные федеральные трансферты.

Правительство каждого уровня финансирует из своего бюджета производство общественных благ соответствующего уровня. В модели общественные блага – это вид государственного конечного потребления. Предполагается, что они непосредственно влияют на полезность домохозяйств. Они бесплатны для потребителей-домохозяйств и финансируются за счет государственного бюджета.

Социальные трансферты правительств включают пособия по безработице, детские пособия, пособия по бедности, социальную помощь. Кроме того, Пенсионный фонд выплачивает пенсии.

В АОМММ структура расходов и ставки налогов задаются до начала работы модели на фиксированном уровне. Если в модель вводятся региональные правительства, то экзогенно устанавливаются налоговые ставки и коэффициенты структуры расходов и межбюджетных трансфертов, а эндогенно – суммы межбюд-

жетных трансфертов (из условия сбалансированности региональных бюджетов).

Кроме агентов-правительств и Пенсионного фонда в блок «Государство» АОМММ входят государственные предприятия. Это госпредприятия, обеспечивающие производство общественных благ на федеральном и региональном уровнях, а также транспортные госпредприятия.

Государственные предприятия в АОМММ представляют собой упрощенный вариант фирмы. Как и обычные частные фирмы, так и производят продукцию по леонтьевским технологиям, предъявляют спрос на отдельные виды частных товаров и трудовые ресурсы. Цена общественного товара для правительства устанавливается по принципу фиксированной наценки к издержкам. Транспортные услуги в текущем варианте АОМММ финансируются за счет транспортного тарифа, устанавливаемого по принципу фиксированной наценки к издержкам.

7.2.2. Деятельность агента-правительства

В развернутом варианте АОМММ имеется два уровня. Это федеральное правительство (с номером $r = 0$) и региональные правительства (с номерами $r = 1, \dots, N_r$, где $N_r = 3$ по числу макрорегионов). Рассмотрим сначала случай одного уровня правительства, а затем уточним, что меняется в формулах при наличии в модели правительств двух уровней.

Для достижения своих целей правительство осуществляет расходы в размере E и финансирует их за счет поступлений в бюджет в размере R . Доходы бюджета R складываются из поступающих в него налогов и доходов от собственности (прибыли государственных предприятий). В АОМММ учитываются следующие три вида налогов:

- налог на конечное потребление, являющийся аналогом НДС, со ставкой t_{va} ,
- налог на прибыль со ставкой t_{pr} ,
- подоходный налог (НДФЛ) со ставкой t_{in} .

Также к налоговым выплатам можно отнести страховые взносы со ставкой t_{ss} , поступающие в Пенсионный фонд.

Параметры налогов в АОМММ приведены в табл. 34.

Налоговые параметры в АОМММ

Характеристика	Значение
ставка НДС, t_{va}	0.18
ставка налога на прибыль, t_{pr}	0.2
ставка НДФЛ, t_{in}	0.13
ставка страховых взносов, t_{ss}	0.2

Расходы правительства включают государственное конечное потребление (государственные закупки товаров и услуг) G и социальные трансферты S :

$$E = G + S.$$

Социальные трансферты выплачиваются правительствами домохозяйствам. В основном варианте текущей версии АОМММ учитывается пять видов социальных трансфертов (в денежной форме):

- пенсии S_{pens} ,
- пособия по безработице S_{un} ,
- детские пособия S_{ch} ,
- прочие социальные трансферты («социальная помощь») S_{sa} ,
- пособия по бедности S_{pv} .

В АОМММ пенсии S_{pens} проходят через отдельный сбалансированный бюджет Пенсионного фонда, а остальные пособия выплачиваются правительством.

В модели принимается, что расходы на выплату каждого пособия b ($b = un, ch, sa$ или pv) составляют фиксированную долю β_b от запланированных бюджетных расходов $\bar{E}$. Эти доли задаются экзогенно. Таким образом, общая величина S_b пособий вида b равна:

$$S_b = \beta_b \bar{E}.$$

Эта общая сумма распределяется между агентами-домохозяйствами:

$$S_b = \sum_{h=1}^{N_h} S_{bh}.$$

Принципы, по которым происходит такое распределение, обсуждается в п. 7.2.4.

Расходы правительства на общественное благо также составляют фиксированную долю β_g ожидаемых бюджетных расходов:

$$G = \beta_g \bar{E}.$$

Сумма долей по всем направлениям бюджетных расходов равна 1, поэтому:

$$\beta_g = 1 - \beta_{un} - \beta_{ch} - \beta_{sa} - \beta_{pv}.$$

Правительство закупает общественное благо у отвечающего за это государственного предприятия на общую сумму G . Если p_g – цена, а ставка налога на конечное потребление – t_{va} , то количество общественного товара в натуральном выражении равно:

$$g = \frac{G}{p_g(1 + t_{va})}.$$

Заказ на этот объем блага размещается на государственных предприятиях.

Доли различных социальных пособий в основном варианте АОМММ указаны в табл. 35. Удельные веса бюджетных трансфертов были установлены экспертно с учетом исходной структуры реальных пособий в России и европейского уровня пособий по безработице и бедности.

Таблица 35

**Параметры социальных трансфертов
и сглаживания расходов в АОМММ**

Характеристика	Значение
доля пособия по безработице, β_{un}	0.05
доля детского пособия, β_{ch}	0.05
доля социальной помощи, β_{sa}	0.16
доля пособия по бедности, β_{pv}	0.04
параметр «забывчивости» при прогнозировании доходов, φ_R	0.6

Для целей сглаживания бюджетных расходов мы принимаем, что планируемый уровень бюджетных расходов $\bar{E}$ определяется прогнозной величиной бюджетных доходов $\bar{R}$:

$$\bar{E} = \bar{R}.$$

Для расчета $\bar{R}$ используется общая формула адаптивных ожиданий с параметром забывчивости φ_R (см. п. 3.5.2 на с. 183).

В текущем варианте модели центральное правительство выполняет также дополнительные функции, связанные с предоставлением транспортных услуг, балансированием валютных рынков и покрытием убытков фирм. Соответствующие денежные потоки не учитываются в бюджетных расчетах. При дальнейшем развитии модели данные функции планируется частично передать другим агентам.

7.2.3. Модификация модели с включением региональных правительств

Деятельность региональных правительств $r = 1, \dots, N_r$ в целом аналогична деятельности федерального правительства (с номером $r = 0$). Основное отличие состоит в том, что региональное правительство финансирует производство регионального общественного блага, которое входит в функцию полезности только жителей данного региона, и распределяет пособия только между жителями региона.

Каждое региональное правительство имеет собственный бюджет, пополняемый за счет той части налогов, которая относится к региональному уровню. Для каждого из налогов устанавливаются доли зачисления в федеральный и региональный бюджеты (табл. 36). Региональная часть налога поступает в бюджет того региона, к которому принадлежит налогоплательщик.

За счет соответствующих налогов и поступлений от собственности складывается сумма R_r бюджетных доходов. Бюджетные расходы E_r делятся между общественным благом и пособиями:

$$E_r = G_r + S_{un,r} + S_{ch,r} + S_{sa,r} + S_{pv,r}.$$

Государственное конечное потребление связано с предоставлением всем домашним хозяйствам, относящихся к данной территории r , общественных благ в равном количестве g_r , измеренном в натуральном выражении. При этом общественные блага, финансируемые федеральным правительством, предоставляются в равном объеме на всей территории страны, а блага, финансируемые каждым региональным правительством, потребляются полностью и в одинаковом объеме домашними хозяйствами только этого региона.

Сумма S_{br} ($b = un, ch, sa$ или pv) распределяется между домохозяйствами соответствующей территории. Пособия регионального правительства распределяется по $\mathcal{H}(r)$ – множеству домохозяйств макрорегиона r ($r = 1, \dots, N_r$). Пособия федерального правительства распределяется по $\mathcal{H}(0) = \{1, \dots, N_h\}$ – множеству всех домохозяйств в экономике. В целом:

$$S_{br} = \sum_{h \in \mathcal{H}(r)} S_{brh},$$

где S_{brh} – размер пособия вида b от правительства r , предоставляемого домохозяйству h .

Планируемый уровень бюджетных расходов в АОМММ вычисляется следующим образом. Федеральное правительство находит сначала прогнозную величину своих доходов $\bar{R}_0$. Далее вычисляется планируемые расходы консолидированного бюджета добавлением к $\bar{R}_0$ фактических доходов региональных правительств:

$$\bar{E}_{\text{Cons}} = \bar{R}_0 + \sum_{r=1}^{N_r} R_r.$$

Тогда планируемая величина расходов федерального бюджета равна:

$$\bar{E}_0 = (\beta_g \alpha_{g0} + (1 - \beta_g) \alpha_{s0}) \bar{E}_{\text{Cons}},$$

где β_g – доля расходов на общественные блага, α_{g0} – доля федерального бюджета в расходах на общественные блага, α_{s0} – доля федерального бюджета в социальных трансфертах.

Соответственно, на общие планируемые расходы всех региональных бюджетов приходится:

$$\bar{E}_{\text{Reg}} = (1 - \beta_g \alpha_{g0} - (1 - \beta_g) \alpha_{s0}) \bar{E}_{\text{Cons}}.$$

Из данной величины сумма $\beta_g \bar{E}_{\text{Reg}}$ приходится на региональные общественные блага, а сумма $(1 - \beta_g) \bar{E}_{\text{Reg}}$ – на региональные социальные трансферты. У каждого региона задаются экзогенно его доли в этих двух суммах: λ_{gr} и λ_{sr} ($\sum_{r=1}^{N_r} \lambda_{gr} = 1$, $\sum_{r=1}^{N_r} \lambda_{sr} = 1$). Таким образом, региональное правительство r тратит сумму:

$$G_r = \lambda_{gr} \beta_g \bar{E}_{\text{Reg}}$$

на региональное общественное благо, а

$$S_r = \lambda_{sr} (1 - \beta_g) \bar{E}_{\text{Reg}}$$

на региональные социальные трансферты. Общая сумма S_r делится между различными видами социальных трансфертов пропорционально коэффициентам β_{un} , β_{ch} , β_{sa} , β_{pv} .

Для обеспечения сбалансированности региональных бюджетов в текущем варианте модели используются межбюджетные трансферты. Региональный бюджет r получает из федерального бюджета сумму:

$$G_r + S_r - R_r.$$

Параметры региональной составляющей бюджетной политики в АОМММ указаны в табл. 36.

Таблица 36

Параметры взаимоотношений бюджетов двух уровней в АОМММ

Характеристика	Значение
доля федерального бюджета в НДС	0.95
доля федерального бюджета в налоге на прибыль	0.15
доля федерального бюджета в НДФЛ	0
федеральная доля в общественных благах, α_{0g}	0.35
федеральная доля в социальных пособиях, α_{0s}	0.35
структура расходов на общественные блага по регионам, $\lambda_{g1}, \lambda_{g2}, \lambda_{g3}$	0.46, 0.30, 0.24
структура расходов на социальные пособия по регионам, $\lambda_{s1}, \lambda_{s2}, \lambda_{s3}$	0.55, 0.25, 0.20

7.2.4. Распределение социальных трансфертов

Ясно, что для решения проблем социальной справедливости с помощью различных пособий особое значение имеет не просто сумма выделяемых средств (S_b), а *характер ее распределения* между нуждающимися. Рассмотрим, как в модели АОМММ распределяются социальные трансферты между домохозяйствами. При этом опишем сначала вариант модели без региональных правительств.

Основной принцип распределения социальных трансфертов в модели состоит в следующем. Каждое из домохозяйств h характеризуется некоторым неотрицательным коэффициентом C_{bh} , в соответствии с которым ему должен выплачиваться трансферт вида b (где b – это *pens*, *un*, *ch*, *sa* или *pv*). Если домохозяйство не имеет права на данную выплату, то $C_{bh} = 0$. Соответственно, денежная сумма S_{bh} , которую получает домохозяйство h , равна:

$$S_{bh} = C_{bh} S_b / \sum_{j=1}^{N_h} C_{bj}.$$

Укажем особенности основных социальных трансфертов.

Пособия по безработице распределяются между соответствующими домохозяйствами поровну. Таким образом, $C_{un,h} = 1$ для безработных и $C_{un,h} = 0$ для остальных домохозяйств. Если N_{un} – общее количество безработных, то размер выплачиваемого пособия (для имеющих на него право) равен:

$$S_{un,h} = S_{un} / N_{un}.$$

Аналогичный принцип распределения применяется для распределения суммы *пенсий* S_{pens} между N_{pens} домохозяйствами-пенсионерами – каждое получает:

$$S_{pens,h} = S_{pens} / N_{pens}.$$

Детские пособия выделяются только семьям с детьми и различаются в зависимости от количества детей. Домохозяйства за исключением пенсионеров разбиты на 4 группы по количеству детей. Первой группе бездетных семей, а также пенсионерам данные пособия не выплачиваются, т. е. для них $C_{ch,h} = 0$. Размер

пособия для второй группы семей с одним ребенком служит в качестве базового, т. е. $C_{ch,h} = 1$. При увеличении количества детей денежные выплаты семьям возрастают и сохраняются до достижения ребенком возраста трех лет (см. табл. 37).

Таблица 37

Исходные данные по детским пособиям			
Число детей	1	2	3
Доля	15.6%	14.9%	3.5%
θ_h	0.667	0.500	0.400
$C_{ch,h}$	1.000	2.194	3.292

Пособия по бедности рассчитываются по несколько иному принципу (т. е. общая формула с коэффициентами C_{bh} не используется). Для домохозяйства h величина трансферта равна:

$$S_{pv,h} = \max\{\text{Inc}^* - \text{Inc}_h, 0\},$$

где Inc^* – установленный минимальный уровень дохода («черта бедности»). Величина Inc^* устанавливается таким образом, чтобы суммарные расходы на выплату пособия равнялись заданной величине:

$$S_{pv} = \sum_{h=1}^{N_h} S_{pv,h} = \sum_{h=1}^{N_h} \max\{\text{Inc}^* - \text{Inc}_h, 0\}.$$

Прочие социальные трансферты («социальная помощь») рассчитываются аналогично детским пособиям (см. табл. 38). Поскольку данная группа пособий состоит из многих разнообразных выплат, для дифференциации домохозяйств в модели использовалась агрегированная информация о распределении результирующих выплат социальной помощи между различными группами семей. Для этого домашние хозяйства были разбиты на десять равных по численности групп, распределены по возрастанию соответствующих выплат, а затем нормированы таким образом, чтобы получить суммарное значение коэффициентов соотношения выплат, равное 10.

Исходные данные по прочим социальным пособиям

№ группы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Доля	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%
θ_h	0.5	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1.0
$C_{sa,h}$	2.81	1.87	1.51	1.20	0.94	0.70	0.50	0.31	0.15	0.00

Кроме перечисленных выше основных пособий, в экспериментальных расчетах рассматривалось еще два дополнительных трансферта: псевдопособие и безусловный базовый доход.

В модели с двумя бюджетными уровнями правительства де-лят соответствующие суммы пособий S_{br} между домохозяйствами, находящимися на территории r . Соответственно, денежная сумма S_{brh} , которую получает домохозяйство h , находящееся на территории r , равна:

$$S_{brh} = C_{bh} S_{br} / \sum_{j \in \mathcal{H}(r)} C_{bj}.$$

7.2.5. Моделирование домохозяйств

Общие принципы моделирования поведения домохозяйств в АОМММ описаны в параграфе 5.2. Здесь же описаны только модификации, связанные с наличием в модели государства. Функция полезности каждого домашнего хозяйства $h = 1, \dots, N_h$ зависит от потребления двух разных типов товаров. Это потребление частных товаров в объемах x_{ih} , $i = 1, \dots, N_i$, и потребление общественных товаров в объеме g (общегосударственный или «федеральный») и g_r (региональный). В качестве основной функции полезности берется функция Кобба–Дугласа (но можно использовать и более общую функцию CES):

$$U_h(x_{1h}, \dots, x_{N_i h}, g, g_r) = \theta_h \cdot \exp \left(\sum_{i=1}^{N_i} k_{cih} \ln(x_{ih}) + k_g \ln(g + g_r) \right).$$

Здесь k_{cih} – коэффициент для частного товара i , k_g – коэффициент для общественных благ. Предполагается, что $\sum_{i=1}^{N_i} k_{cih} = 1$.

Исходная полезность здесь умножается на понижающий коэффициент θ_h , учитывающий особенности домашних хозяйств с точки зрения состава семьи и потребности в социальной помощи. Коэффициент θ_h можно интерпретировать как степень незащищенности (точнее, неденежной составляющей социальной незащищенности). Если $\theta_h < 1$, то при прочих равных условиях такому домохозяйству требуется более высокий доход для достижения того же уровня полезности, как при $\theta_h = 1$.

Учитывалось две группы факторов, приводящих к снижению θ_h : снижение благосостояния в многодетных семьях и обобщенная группа неблагоприятных проблем со здоровьем и других социальных рисков¹. Например, для бездетных семей при отсутствии проблем со здоровьем соответствующие коэффициенты устанавливались равными единице, а для других групп семей в зависимости от увеличения в них числа детей они уменьшались.

Домашние хозяйства за исключением пенсионеров были разбиты на четыре группы: бездетные, с одним, двумя, тремя и более детьми. Численность соответствующих домашних хозяйств и соотношение величин выплат в каждой группе задавалось на основе статистических данных по России за 2015 г. [Социальное положение..., 2017].

В результате было получено распределение по четырем группам. Для каждой из четырех групп в расчетах используются соответствующие понижающие коэффициенты θ_h , равные единице для бездетных семей и меньшие единицы для других групп семей в возрастающей степени при увеличении в них числа детей (см. табл. 37). От количества детей в семье в АОМММ также зависит размер детских пособий.

Понижающие коэффициенты учитываются при предоставлении социальной помощи (см. табл. 38). Поскольку они влияют на полезность, они входят в ФОБ и показатели неравенства, основанные на полезности.

¹ К подобным факторам можно отнести различия в потенциальной потребности в предоставлении средств на медицинские расходы, оплату отдельных коммунальных услуг, санаторно-курортное лечение, материальную помощь и другие социальные пособия.

Домохозяйства распределены по трем категориям: работающие (Е), пенсионеры (Р) и безработные (U). Последние две категории получают соответствующие трансферты из Пенсионного фонда и федерального бюджета.

Располагаемые доходы у разных домохозяйств формируются из различных источников, включая социальные трансферты, заработную плату, доходы от долей собственности в фирмах за минусом обязательных платежей и взносов. Доходы Inc_h типичного домашнего хозяйства формируются за счет следующих источников:

- для владеющих долями собственности в фирмах – дивиденды в размере D_h ,
- для работающих на фирмах или госпредприятиях – заработная плата в размере W_h ,
- для пенсионеров и получающих социальные трансферты – пособия в размере S_h .

Общая сумма доходов до налогообложения Inc_h° домохозяйства h рассчитывается следующим образом:

$$Inc_h^\circ = D_h + W_h + S_h.$$

К налоговой базе для *подходного налога* (НДФЛ) относится только часть перечисленных доходов: дивиденды и заработная плата. Таким образом, сумма подходного налога, взимаемого с домохозяйства, равна

$$t_{in}(D_h + W_h),$$

а располагаемый доход равен

$$Inc_h = (1 - t_{in})(D_h + W_h) + S_h.$$

Цены, по которым домохозяйства покупают товары, включают в себя НДС. Таким образом, если t_{va} – ставка НДС, p_i – цена товара i с учетом транспортных издержек, но без НДС, а x_{ih} – купленное количество, то расходы домохозяйства на покупку всех товаров составят:

$$\sum_{i=1}^{N_i} (1 + t_{va}) p_i x_{ih}.$$

Эта величина примерно совпадает с располагаемым доходом Inc_h (с точностью до сглаживания потребления). Общественные товары предоставляются бесплатно.

7.2.6. Другие налоговые выплаты

Базой страховых взносов является выплачиваемая работникам заработная плата. Если работники данной фирмы (или государственного предприятия) получают заработную плату по ставке w , то фирма производит общие выплаты $(1 + t_{ss})w$ на единицу затраченного труда, из них $t_{ss}w$ приходится на страховые взносы. Собранные средства отправляются в Пенсионный фонд и составляют его бюджет S_{pens} , который затем поровну делится между домохозяйствами-пенсионерами.

Базой налога на прибыль является налогооблагаемая прибыль, которую можно определить как оперативную прибыль (выручка минус оперативные издержки) за вычетом амортизации. Оперативные издержки в модели – это зарплата работников и затраты на сырье и материалы (промежуточное потребление). Амортизация вычисляется отдельно по каждому виду капитала c . Если $\tilde{K}_{fct}$ – остаточная стоимость запаса капитала вида c , а δ_{fc} – норма амортизации за 1 период, то амортизация по этому виду основного капитала равна $\delta_{fc}\tilde{K}_{fct}$. Таким образом, налог на прибыль с фирмы, имеющей оперативную прибыль π_{op} , равен:

$$t_{pr} \left(\pi_{op} - \sum_{c=1}^{N_c} \delta_{fc} \tilde{K}_{fct} \right),$$

где t_{pr} – ставка налога на прибыль.

Норма амортизации δ_{fc} берется равной норме физического выбытия капитала, используемой в АОМММ, т. е. $\delta_{fc} = \delta_{fc}$ (см. параграф 8.2). Каждый период остаточная стоимость $\tilde{K}_{fct}$ уменьшается на величину амортизации и к ней добавляется стоимость вновь купленного капитала вида c .

Налог на конечное потребление (который условно интерпретируется как «НДС») собирается в модели при приобретении

частных товаров домохозяйствами и общественных благ правительствами разных уровней. Если p_i – цена покупки товара i , то покупатель (домохозяйство или правительство) все расчеты проводит в соответствии с ценой $(1 + t_{va})p_i$. С каждой купленной единицы товара i покупатель конечной продукции выплачивает налог $t_{va}p_i$. Экспорт этим налогом не облагается.

7.3. Экономические показатели для оценки государственной экономической политики

7.3.1. Использование функций общественного благосостояния

В рамках агент-ориентированных моделей в качестве критерия для сравнения последствий разных вариантов государственной политики можно использовать функцию общественного благосостояния (ФОБ), зависящую от значений U_h функций полезности отдельных домохозяйств:

$$W(U_1, \dots, U_{N_h}).$$

Это некоторый обобщающий количественный показатель, который отражает интересы общества в целом. ФОБ такого вида часто называют функцией Бергсона–Самуэльсона.

При этом важно, что данный показатель может учитывать не только распределительно-индифферентную экономическую эффективность, но и имеющиеся в обществе представления этического характера о социальной справедливости¹. От функции общественного благосостояния, как правило, требуется, чтобы в соответствии с ней более равномерное распределение было более предпочтительным, чем менее равномерное; см., напр., [Deaton, 1997].

Одной из принципиальных особенностей агент-ориентированных моделей экономики является то, что исследова-

¹ Подход Бергсона–Самуэльсона непосредственно включает этические оценки (см., напр., [Samuelson, 1977]). Это одно из его отличий от подхода Эрроу, который не имеет отношения к этическим оценкам (и дает известный результат – парадокс Эрроу).

тель имеет потенциальную возможность отследить поведение любого интересующего его социально-экономического показателя. При этом могут анализироваться такие показатели, которые в реальной жизни не могут быть рассчитаны государственными статистическими агентствами.

В реальной жизни ФОБ можно рассчитать только опосредованно, заменяя ненаблюдаемую полезность на доступный косвенный измеритель благосостояния, такой как реальные доходы или расходы на одного члена семьи; см. [Deaton, 1997]. При использовании подобной функции неденежные последствия экономической политики не могут быть учтены, и приходится привносить поправки в анализ. В АОМ же уровень полезности U_h для домохозяйства h наблюдается непосредственно. Поэтому для таких моделей доступна ФОБ указанного вида, и ее можно использовать для более детального и аккуратного анализа различных эффектов, связанных с социальной политикой (в том числе относящихся к достаточно деликатным социальным вопросам).

По-видимому, наиболее подходящий для прикладных моделей вариант – это *изоэластичная* функция общественного благосостояния. В АОМММ используется именно эта функция. Более конкретно, в модели используется следующий модифицированный вариант изоэластичной ФОБ:

$$W_v = \left(\frac{1}{N_h} \sum_{h=1}^{N_h} U_h^{1-v} \right)^{1/(1-v)}.$$

(Формулу стандартной изоэластичной ФОБ см., напр., в [Atkinson, 1987; Новикова, 2012]).

В приведенной формулировке изоэластичная ФОБ представляет собой среднее степенное отдельных полезностей со степенью $1 - v$, где $v \geq 0$. Величину v можно интерпретировать как коэффициент неприятия неравенства. При $v = 0$ ФОБ равняется среднему арифметическому полезностей, что соответствует утилитаристскому (бентамовскому) критерию, отражающему распределительную индифферентность. В пределе при $v \rightarrow 1$ это среднее геометрическое. В этом частном случае изоэластичную ФОБ часто называют функцией Бернулли–Нэша. При $v = 2$ по-

лучаем среднее гармоническое полезностей. В пределе при $\nu \rightarrow \infty$ формула дает минимум из полезностей домохозяйств, что соответствует роулсианскому критерию. Таким образом, изменение параметра ν в пределах от 0 до бесконечности позволяет формализовать широкий спектр представлений о соотношении эффективности и справедливости, от чисто утилитаристских до роулсианских.

Как известно из экономической теории, функция полезности, вообще говоря, не может быть задана на однозначной шкале. В то же время формула изоэластичной ФОБ подразумевает сопоставимые между домохозяйствами шкалы полезности. Это проявляется в том, что она является симметричной относительно входящих в нее значений полезностей домохозяйств. Кроме того, если вместо исходной функции полезности U_h использовать сохраняющую тот же порядок функцию полезности $\tilde{U}_h = U_h^{1-\nu}/(1-\nu)$, то изоэластичная ФОБ превратится в функцию, которая монотонно зависит от суммы полезностей $\sum \tilde{U}_h$, т. е., если судить по виду, в чисто утилитаристскую.

Для обеспечения сопоставимости шкал полезностей разных агентов предполагается, что шкала полезности должна отражать величину благосостояния домохозяйства, близкую по смыслу потребительским расходам. Более конкретно, используется предположение о том, что полезность – положительная величина, и что при прочих равных условиях увеличение расходов ведет к пропорциональному увеличению полезности. Для гомотетичных потребительских предпочтений, таких как предпочтения, задаваемые формулой CES (и формулой Кобба–Дугласа в частности), должно выполняться требование положительной однородности первой степени функции полезности по обычным частным благам $x_{1h}, \dots, x_{N_hh}$ (но не по общественному благу g). Таким образом, если потребление благ $x_{1h}, \dots, x_{N_hh}$ меняется в $\alpha > 0$ раз при том же потреблении g , то полезность должна также измениться в α раз. Это предположение приводит к следующему ограничению на коэффициенты функции полезности Кобба–Дугласа:

$$\sum_{i=1}^{N_i} k_{cih} = 1.$$

7.3.2. Разложение изоэластичной ФОБ – эффективность и неравенство

Индекс неравенства Аткинсона выведен его автором Э. Аткинсоном на основе функции общественного благосостояния; см. [Atkinson, 1970]. Если взять за основу изоэластичную ФОБ, то данный индекс имеет вид:

$$A_v = 1 - \left(\frac{1}{N_h} \sum_{h=1}^{N_h} \left(\frac{U_h}{\bar{U}} \right)^{1-v} \right)^{1/(1-v)},$$

где $\bar{U}$ – средняя полезность по домохозяйствам:

$$\bar{U} = \frac{1}{N_h} \sum_{h=1}^{N_h} U_h = W_0.$$

Кратко данный индекс можно записать в виде:

$$A_v = 1 - W_v/W_0.$$

Здесь приведен индекс Аткинсона по полезности, но в [Atkinson, 1970] рассматривался абстрактно некоторый положительный «атрибут», например, доход.

Если полезности всех домохозяйств примерно одинаковые, то этот показатель близок к нулю, а если самые большие полезности сконцентрированы у небольшого количества людей, то он близок к единице.

Заметим, что $W_0 = \bar{U}$ по сути представляет собой утилитаристскую ФОБ. Величина $1 - A_v$ – это отношение между средним степенным полезностей и средним арифметическим.

Из определения индекса Аткинсона получается представление изоэластичной ФОБ в виде произведения:

$$W_v = (1 - A_v)W_0.$$

Здесь дополнение к индексу Аткинсона $1 - A_v$ можно интерпретировать как показатель равномерности распределения полезности, а W_0 – как утилитаристскую эффективность.

Процентное изменение благосостояния по изоэластичной ФОБ можно представить приближенно как сумму процентного изменения равномерности и процентного изменения эффективности:

$$\% \Delta W_v \approx \% \Delta (1 - A_v) + \% \Delta W_0.$$

Равенство здесь будет точным, если процентное изменение двух показателей считать через разность логарифмов. Эту формулу можно использовать при анализе изменения благосостояния в результате изменений в экономической политике.

7.3.3. Разложение изоэластичной ФОБ на региональные составляющие

Можно заметить, что если домохозяйства в экономике разбиты на N_r регионов, то имеет место следующее представление для изоэластичной ФОБ:

$$W_v = \left(\sum_{r=1}^{N_r} \frac{N_{hr}}{N_h} W_{v,r}^{1-v} \right)^{1/(1-v)},$$

где N_{hr} – количество домохозяйств в регионе r , $W_{v,r}$ – ФОБ региона r :

$$W_{v,r} = \left(\frac{1}{N_{hr}} \sum_{h \in \mathcal{H}(r)} U_h^{1-v} \right)^{1/(1-v)}.$$

Таким образом, благосостояние в целом по экономике – это взвешенное степенное среднее уровней благосостояния по регионам, где в качестве весов используется число домохозяйств.

Здесь снова каждое значение $W_{v,r}$ можно разложить на равномерность распределения и эффективность:

$$W_{v,r} = (1 - A_{v,r}) W_{0,r}.$$

7.3.4. Показатели неравенства по доходам

Для мониторинга неравенства населения по доходам могут использоваться также вспомогательные показатели – коэффициенты Джини и Аткинсона. Близкое к нулю значение подобного коэффициента означает равномерное распределение доходов. При использовании подобных показателей следует учитывать, что неравенство доходов – это не то же самое, что неравенство уровней благосостояния и жизненных условий. В частности, в обществе могут быть люди со средним уровнем дохода, но с низким уровнем благосостояния (например, из-за проблем со здоровьем или из-за высокого уровня цен в месте проживания).

Если вместо уровней полезности домохозяйств взять уровни доходов Inc_h ($h = 1, \dots, N_h$), то получится *индекс Аткинсона по доходам*:

$$A_v^{\text{Inc}} = 1 - \left(\frac{1}{N_h} \sum_{h=1}^{N_h} \left(\frac{\text{Inc}_h}{\overline{\text{Inc}}} \right)^{1-v} \right)^{1/(1-v)},$$

где $\overline{\text{Inc}}$ – средний доход:

$$\overline{\text{Inc}} = \frac{1}{N_h} \sum_{h=1}^{N_h} \text{Inc}_h.$$

Более распространенный показатель неравенства по доходам – это *коэффициент Джини*. Теоретически этот показатель можно определить по следующей формуле:

$$\text{Gini} = \frac{1}{2N_h^2} \sum_{h=1}^{N_h} \sum_{k=1}^{N_h} |\text{Inc}_h - \text{Inc}_k| / \overline{\text{Inc}}.$$

Здесь

$$\frac{1}{N_h^2} \sum_{h=1}^{N_h} \sum_{k=1}^{N_h} |\text{Inc}_h - \text{Inc}_k|$$

– это средняя разница доходов, рассчитанная по всем парам ин-

дивидуумов. Данный показатель отражает разброс доходов по населению. Он умножается на $\frac{1}{2}$ и делится на средний доход $\overline{\text{Inc}}$. В результате получается безразмерный показатель разброса, аналогичный известному из статистики коэффициенту вариации.

Указанная формула не очень приспособлена для реальных вычислений на больших данных из-за присутствия двойной суммы. Мы используем альтернативную формулу, которая дает такой же результат. Пусть r_h ($h = 1, \dots, N_h$) – ранг этого дохода Inc_h по порядку возрастания (т. е. самому низкому доходу присваивается ранг 1, а самому высокому – ранг N_h). Тогда, согласно альтернативному определению, коэффициент Джини равен:

$$\text{Gini} = \sum_{h=1}^{N_h} (2r_h - N_h - 1) \text{Inc}_h / \left(N_h \sum_{h=1}^{N_h} \text{Inc}_h \right).$$

7.3.5. Индексы цен и сопоставление номинальных показателей для разных сценариев

Для расчета индекса цен производителей (ИЦП) сначала вычисляются средние цены производителей p_{it} по каждой отрасли $i = 1, \dots, N_i$. Это взвешенное среднее цен, по которым фирмы продают свою продукцию покупателям. Взвешивание идет по физическим объемам продаж.

Каждой из отраслей $i = 1, \dots, N_i$ сопоставляется некоторый физический объем производства $\bar{q}_i$. Индекс цен производителей рассчитывается по этой фиксированной корзине:

$$\frac{\sum_{i=1}^{N_i} p_{it} \bar{q}_i}{\sum_{i=1}^{N_i} 1 \cdot \bar{q}_i}.$$

Здесь уровень цен соотносится не с некоторым базисным периодом, а с некоторым воображаемым состоянием, в котором цены всех товаров равны 1. Единичные цены – это цены, используемые при калибровке модели.

С помощью полученного таким образом ИЦП рассчитывается такой показатель, как реальный ВВП. В динамике ИЦП служит

дефлятором для номинального ВВП. Но можно использовать данный индекс для сравнения экономики по реальному ВВП не в разные периоды времени, а в разных экспериментальных сценариях. Таким образом можно изучать влияние тех или иных изменений в политике на ВВП, измеренный в постоянных ценах.

Аналогичный индекс – стоимость потребительской корзины – можно использовать для сопоставления потребительских расходов или доходов в разных сценариях.

7.3.6. Использование таблицы «затраты–выпуск»

В п. 5.10.2 рассказано про принципы заполнения расширенной сбалансированной таблицы «затраты–выпуск» в АОМММ. Рассмотрим, как в ней представлены денежные потоки, связанные с блоком государства.

Среди производственных отраслей таблицы выделены отрасли, производящие федеральные и региональные общественные блага. Соответствующие столбцы устроены так же, как и столбцы других производственных отраслей, то есть они отражают промежуточное потребление продукции разных отраслей и регионов, оплату труда, прибыль и т. д. (рис. 58 на с. 358 и рис. 60 на с. 359).

Соответствующие общественным благам строки почти полностью заполнены нулями. Ненулевые значения стоят только на пересечении со столбцами федерального и региональных правительств – конечных потребителей общественных благ (рис. 59 на с. 358). Также в столбце рынков стоят соответствующие итоговые суммы по стоимости произведенных общественных благ со знаком минус.

На рис. 51 на с. 303 на условной схеме АОМММ уплачиваемые агентами налоги показаны короткими стрелками с соответствующей пиктограммой. Каждый из указанных налогов находит свое отражение в расширенной ТЗВ.

Есть отдельная строка по налогу на конечное потребление («НДС»). В этой строке правая часть заполнена нулями, поскольку уплата налога происходит на этапе конечного потребления. В левой части строки (рис. 61 на с. 360) есть суммы по тем агентам, которые платят налог (домохозяйства, правительства), и тем агентам, которые собирают налог (правительства).

Налог на прибыль находит отражение в строке валовой прибыли (рис. 61). Помимо того, что фирмы выплачивают дивиденды и осуществляют за счет прибыли инвестиции, они также платят налог на прибыль правительствам. В клетках ТЗВ на пересечении со столбцами правительств стоят соответствующие суммы со знаком минус.

В строке оплаты труда находят отражение страховые взносы (рис. 61). Когда агенты-работодатели выплачивают работникам заработную плату, они одновременно выплачивают страховые взносы. Соответствующая сумма со знаком минус стоит в клетке на пересечении со столбцом Пенсионного фонда.

Строка, соответствующая подоходному налогу, относится к разделу перераспределения расширенной ТЗВ (рис. 61). В ней стоят положительные суммы в столбцах домохозяйств, которые платят этот налог, и отрицательные в столбцах правительств.

В разделе перераспределения в нижней части расширенной ТЗВ находятся строки для всех социальных трансфертов (рис. 61). В этих строках у домохозяйств, которые их получают, стоят отрицательные суммы, а у правительств и Пенсионного фонда – положительные. Кроме того, в разделе перераспределения есть строка для межбюджетных трансфертов. Отрицательные суммы стоят в ней для региональных правительств, а положительная сумма – у федерального правительства.

Благодаря наличию разделов, отражающих распределение и перераспределение доходов, подобная таблица позволяет в подробностях изучать последствия изменений в бюджетных параметрах с точки зрения потоков доходов.

7.4. Схема экспериментов с параметрами общественных финансов. Эксперимент с безусловным базовым доходом

7.4.1. Общие принципы проведения экспериментов с параметрами общественных финансов

Как показано в параграфе 6.2, в АОМММ при неизменности общих параметров экономики (технологий, трудовых ресурсов) за счет взаимодействия экономических агентов на микроуровне

в рамках рыночного механизма достигается стационарное состояние, подобное общему равновесию. Это состояние мы называем квазиравновесием. Эксперименты с параметрами экономической политики государства проводятся в виде серии прогонов. Для каждого прогона устанавливаются определенные значения управляющих параметров. Модель запускается на большое число периодов, так чтобы для последнего временного интервала достаточно большой длительности экономика приходила к стационарности (квазиравновесию). Для данного временного интервала рассчитываются средние значения выходных статистик. Дальше для проведенной серии расчетов можно изучать влияние изменений в параметрах политики на значения выбранных характеристик.

Для удобства и большей наглядности изменения параметров, относящихся к общественным финансам, производятся посредством умножения на коэффициенты. Пусть требуется изменить несколько параметров $\theta_j, j \in J_{\text{exper}}$, и θ_j^0 – исходные уровни данных параметров (базовый вариант). Например, можно сделать так, что в базовом варианте модели коэффициент k ($k > 0$) будет равен 1. Меняя k в некоторой окрестности 1, можно получить зависимость выбранных характеристик от коэффициента k . Тогда в прогоне модели с коэффициентом k устанавливаются значения параметров, равные:

$$\theta_j = k\theta_j^0, j \in J_{\text{exper}}.$$

В более общем случае зависимость части параметров от коэффициента k можно сделать не прямо пропорциональной. В общем случае для каждого параметра $\theta_j, j \in J_{\text{exper}}$ требуется задать некоторую функцию $\theta_j(k)$, такую что $\theta_j(\hat{k}) = \theta_j^0, j \in J_{\text{exper}}$, при некотором $\hat{k}$, и менять параметр в соответствии с этой функцией:

$$\theta_j = \theta_j(k), j \in J_{\text{exper}}.$$

Эксперимент может проводиться на некоторой равномерной сетке параметров на заданном отрезке $[k_{\min}, k_{\max}]$. Если используется N_k разных значений коэффициента k , то соответствующие значения равны:

$$k_i = k_{\min} + \frac{i-1}{N_k-1}(k_{\max} - k_{\min}), \quad i = 1, \dots, N_k.$$

Желательно выбрать $k_{\min}$, $k_{\max}$ и N_k таким образом, чтобы при одном из i получался коэффициент, соответствующий базовому варианту: $k_i = \hat{k}$. Для каждого значения k_i проводится одинаковое количество прогонов модели (в простейшем случае один прогон) и вычисляется среднее значение исследуемого показателя $\bar{A}(k_i)$. Результаты эксперимента можно изобразить графически в виде точечной диаграммы $(k_i, \bar{A}(k_i))$, $i = 1, \dots, N_k$.

При изменении параметров общественных финансов меняется структура финансовых потоков в экономике и в целом структура экономики. Эти последствия можно, в частности, отследить по расширенной ТЗВ.

Изменение бюджетных параметров и соответствующее изменение структуры финансовых потоков в конечном счете приводит к изменению благосостояния домохозяйств. Эти эффекты можно отслеживать с помощью изоэластичной функцией общественного благосостояния при выбранных значениях коэффициента неприятия неравенства ν .

В частности, направление бюджетных расходов на определенные социальные пособия, а также изменение структуры межбюджетных трансфертов может приводить к преодолению дифференциации доходов. С одной стороны, снижение неравенства само по себе должно приводить к росту благосостояния, но с другой стороны, оно может вызывать потери благосостояния из-за требуемого изъятия ресурсов из тех или иных важных сфер экономики. Какой из эффектов перевесит, зависит среди прочего от коэффициента неприятия неравенства, «защитого» в ФОВ. Изменения в общем уровне благосостояния по экономике можно разложить на составляющие, соответствующие разным эффектам, и, в частности, выделить изменения в показателях неравенства (например, индексе Аткинсона) и изменения в ФОВ отдельных регионов.

Для анализа последствий политики с точки зрения разных представлений о неприятии неравенства можно одновременно рассчитывать значения изоэластичной ФОВ $W_\nu(k_i)$ при разных значениях параметра ν . Далее в экспериментах мы используем $\nu = 0, 0.5, 1, 2, 3, 5$. Если требуется изучить поведение благосо-

стояния при каком-то конкретном значении v в зависимости от управляющего параметра, то используется $v = 2$ ¹.

Предположим, что в результате экспериментов для каждого значения коэффициента k_i будет получено значение изоэластичной ФОВ $W_v(k_i)$ с выбранным коэффициентом v . Поскольку величина W_v не имеет естественных единиц измерения и всегда положительна, часто удобно исследовать относительные величины благосостояния:

$$\frac{W_v(k_i)}{W_v(\bar{k})}.$$

Данная величина показывает, сколько процентов составляет полученное при коэффициенте k_i среднее благосостояние от среднего благосостояния в базовом варианте (т. е. при $k = \bar{k}$).

В п. 7.2.2 и п. 7.2.4 описаны социальные трансферты, используемые в АОМММ. Дополнительно к ним для целей анализа вводится еще один вид трансфертов – это *псевдопособие* (S_{ps}). Дополнительный трансферт S_{ps} входит в итоговую сумму социальных трансфертов S наряду с теми социальными трансфертами, которые были включены ранее. Данный трансферт распределяется между домашними хозяйствами пропорционально их доходам. В обозначениях п. 7.2.4 для этого трансферта следует взять $C_{ps,h} = Inc_h$, где Inc_h – величина доходов h -го домашнего хозяйства до получения пособия.

Такой принцип распределения соответствует принципу нейтральности налогов, когда государство собирает деньги, но не тратит их на социальные цели, а просто отдает обратно в экономику способом, который в минимальной степени искажает экономические стимулы для агентов. После такого трансферта не изменяется ни структура доходов, ни коэффициент Джини. Конечно, подобный трансферт не снижает экономическое неравенство, и его нельзя назвать социальным в обычном смысле.

¹ В литературе можно найти очень разные оценки для параметра неприятия неравенства. Как правило, речь идет о параметре из индекса Аткинсона неравенства *по доходам*. Это могут быть оценки субъективных значений параметра, получаемые из опросов, или оценки на основе наблюдения за государственной политикой в конкретных странах. См., напр., [Kot, Paradowski, 2022].

7.4.2. Эксперимент с безусловным базовым доходом

Рассмотрим эксперимент с частичной или полной заменой всех социальных трансфертов так называемым *безусловным базовым доходом* (ББД). При этом виде социальной поддержки каждое домохозяйство гарантированно получает определенную сумму денег без проверки нуждаемости и каких-либо дополнительных условий. Таким образом, ББД основан на отказе от принципов избирательности социальной поддержки. Исследовательский вопрос состоит в том, может ли такой упрощенный вид правительственных трансфертов домохозяйствам быть полноценной заменой других вариантов социальной поддержки, если результат измерять с помощью изоэластичной ФОБ с положительным параметром неприятия неравенства.

Заметим, что хотя безусловный базовый доход не учитывает дифференциации материального положения домохозяйств, его вполне можно рассматривать как вид социальной помощи – ББД более значим для бедных по сравнению с богатыми, так как составляет для бедных более высокую долю от общего дохода. Таким образом, выплаты данного пособия соответствуют традиционным представлениям о социальной справедливости и отражают наблюдающуюся в последние годы тенденцию к расширению выплат социальных пособий независимо от различий в положении реципиентов.

Сама по себе идея подобных социальных выплат, не обусловленных какими-либо дополнительными критериями социальной незащищенности, не нова и высказывалась в прошлом людьми с самыми разными политическими взглядами [Basic Income, 2013]. Однако теперь идея базового дохода стала модной политической повесткой, вызывающей дискуссии, и дело дошло до крупномасштабных экспериментов; см., напр., [Van Parijs, Vanderborght, 2017; Hoynes, Rothstein, 2019]. В качестве одной из причин активизации данной темы называются процессы автоматизации, роботизации, внедрения искусственного интеллекта, которые могут лишить работы большой слой работоспособного населения.

В дальнейшем для ББД будем использовать индекс *ubi* (от англ. UBI, universal basic income): S_{ubi} для суммы выделяемых для этого трансферта бюджетных средств, β_{ubi} для доли в расходах бюджета. Если использовать обозначения из п. 7.2.4, то здесь можно просто взять $C_{ubi,h} = 1$ для любого домашнего хозяйства h .

В рассматриваемом эксперименте в качестве исходного состояния взяты доли пособий из табл. 35:

$$\beta_{un} = 0.05, \beta_{ch} = 0.05, \beta_{sa} = 0.16, \beta_{pv} = 0.04, \beta_{ubi} = 0.$$

Далее в качестве коэффициента k взята доля ББД в общих бюджетных расходах на социальные пособия S . При этом

$$\beta_b = (1 - k)\beta_b^0, b = un, ch, sa, pv$$

и

$$\beta_{uni} = k(\beta_{un}^0 + \beta_{ch}^0 + \beta_{sa}^0 + \beta_{pv}^0).$$

Исходному состоянию соответствует $k = \hat{k} = 0$. При $k = 1$ все прочие пособия заменяются на ББД.

Последствия замены имеющихся пособий на ББД измерялись величиной изоэластичной ФОБ с разными коэффициентами неприятия неравенства. График зависимости представлен на рис. 73.

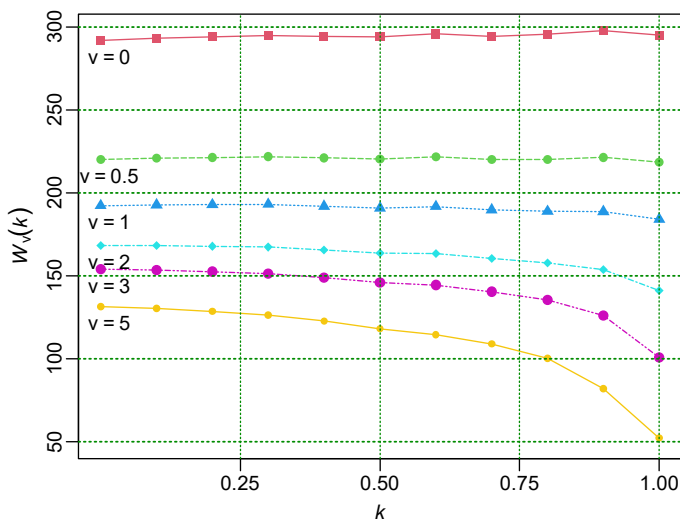


Рис. 73. Значение ФОБ по отношению к базовому варианту в зависимости от коэффициента замены имеющихся пособий на ББД

Общий вывод из данного эксперимента состоит в том, что при достаточно больших значениях параметра неприятия неравенства ($\nu = 1$ и выше) прослеживается общая тенденция к падению благосостояния домохозяйств с ростом доли ББД. Чем выше параметр ν , тем этот эффект проявляется сильнее. При полной замене имеющихся пособий на ББД благосостояние для $\nu = 2$ падает до уровня ниже 85% от исходного.

Рис. 74 поясняет природу наблюдаемого эффекта. Утилитаристская ФОБ $W_0(k)$, соответствующая $\nu = 0$, с ростом доли ББД немного растет, но этот эффект слабый и при $\nu = 2$ он перекрывается ростом индекса Аткинсона $A_2(k)$ по полезности. В свою очередь рост индекса Аткинсона по полезности объясняется соответствующим ростом неравенства по доходам, измеряемым индексом Аткинсона по доходам $A_2^{Inc}(k)$. (Коэффициент Джини здесь тоже растет, но не так заметно.)

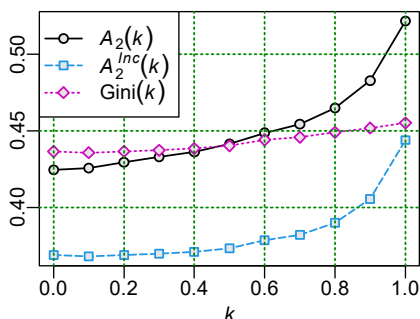


Рис. 74. Показатели неравенства (при $\nu=2$) в зависимости от коэффициента замены имеющихся пособий на ББД

Общий вывод состоит в том, что с точки зрения общества с достаточно высоким уровнем неприятия неравенства безусловный базовый доход не может быть полноценной заменой более адресных мер социальной защиты, направленных на помощь домохозяйствам с низким доходом и другим нуждающимся.

7.5. Эксперимент по оптимизации общего уровня налогообложения

В данном параграфе представлены результаты экспериментальных расчетов по поиску оптимального уровня налогообложения. Соотношения ставок разных налогов в экспериментах оставались неизменными, менялась только общая налоговая нагрузка на экономику. Исследовательская гипотеза состояла в том, что при каждом значении коэффициента неприятия неравенства существует такое значение коэффициента уровня налогообложения, которое обеспечивает максимум функции общественного благосостояния.

В качестве исходных, соответствующих базовому варианту, использовались ставки НДС, налога на прибыль и подоходного налога, указанные в табл. 34 (t_{va} , t_{pr} , t_{in}). В каждом варианте расчетов данные налоговые ставки умножались на один и тот же коэффициент пропорционального изменения k :

$$t_{va} = k t_{va}^0, t_{pr} = k t_{pr}^0, t_{in} = k t_{in}^0.$$

Исходному варианту соответствует коэффициент $k = k^0 = 1$. Коэффициент $k < 1$ дает более низкий уровень налогов, а $k > 1$ – более высокий.

В экспериментальных расчетах для определения результирующего значения показателей в отдельном прогоне вычисления велись до достижения стационарности, а затем использовались среднеарифметические значения показателей за последние 50 периодов.

На рис. 75 представлены результаты соответствующих экспериментов при изменении коэффициента уровня налогообложения от 0,25 до 2 с шагом 0,25. Из диаграммы видно, что при всех коэффициентах неприятия неравенства в зависимости значений ФОБ от уровня налогообложения имеет место определенная регулярность. Кривые ФОБ растут с ростом коэффициента k до некоторого локального максимума, а затем начинают убывать. Например, при $\nu = 0$ локальный максимум на выбранной сетке достигается при $k = 0,5$, а при $\nu = 3$ – при $k = 1,25$.

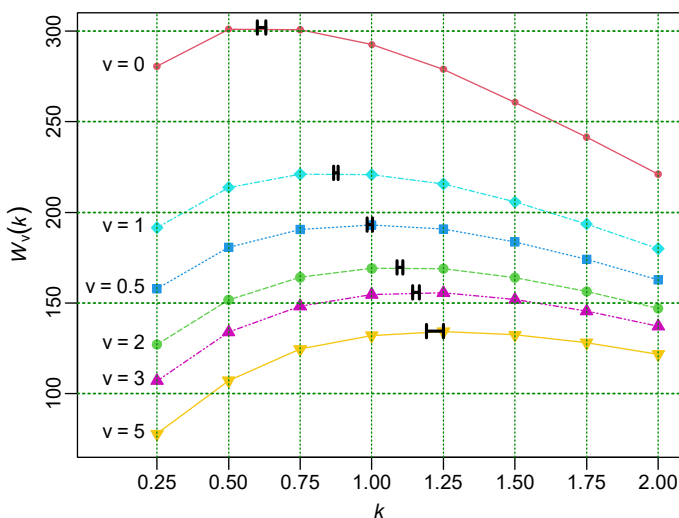


Рис. 75. Изменение ФОБ в зависимости от коэффициента пропорционального изменения налоговых ставок с доверительными интервалами для точек максимума

Механизм возникновения оптимального уровня налоговой нагрузки для утилитаристской ФОБ с параметром $v = 0$ (функции $W_0(k)$) можно описать следующим образом. При небольших ставках (малых значениях k) налоговая нагрузка получается низкой, но и общественное благо практически не производится. Из-за малого количества общественного блага полезности всех домохозяйств относительно малы и их среднее $W_0(k)$ тоже мало.

При повышении коэффициента k общественного блага становится больше, суммы трансфертных выплат растут, и утилитаристская ФОБ растет. Однако при большом увеличении уровня налоговых ставок налоговая нагрузка становится слишком высокой. Как следствие, падает потребление частных благ домохозяйствами и этот эффект в конце концов перевешивает.

Такое объяснение подтверждает рис. 76. На рисунке показано количество общественного блага, производимое в экономике, потребительские расходы в сопоставимых ценах и ВВП в сопоставимых ценах при разных уровнях налоговой нагрузки. Видно, что с ростом k производство общественного блага растет, но одно-

временно с этим падает потребление домохозяйств. Также с ростом k снижается общий уровень экономической активности, измеряемый ВВП.

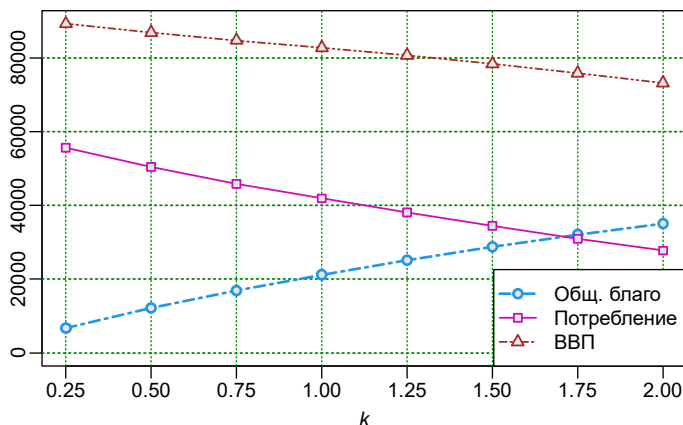


Рис. 76. Изменение трех макропоказателей в зависимости от коэффициента пропорционального изменения налоговых ставок

При анализе государственной политики одним из ключевых является вопрос перераспределения ресурсов между частным и общественным сектором. Изменение налоговых ставок изменяет соотношение финансовых ресурсов между государственным и частным сектором. Параллельно этому происходит перераспределение основного капитала и труда между этими двумя секторами (рис. 77). Так, с ростом налоговых поступлений растут запасы основного капитала, занятого в производстве общественного блага. В то же время, когда правительство изымает финансовые ресурсы из экономики, прибыль частных фирм падает, а вместе с этим падает размер инвестиционных вложений. В конечном итоге снижаются запасы основного капитала в частном секторе. На рынке труда снижается спрос частного сектора и растет спрос государственного сектора. Уменьшение производственных мощностей частного сектора приводит к падению производства C -товаров, соответственно, к падению той составляющей функций полезности домохозяйств, которое относится к потреблению C -товаров.

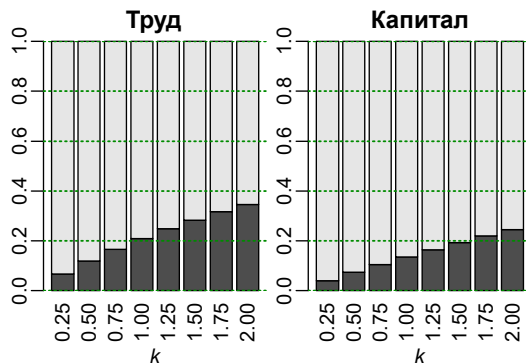


Рис. 77. Доля государственного сектора в затратах труда и капитала в зависимости от коэффициента пропорционального изменения налоговых ставок

На рис. 75 дополнительно для точки максимума по каждой кривой $W_v(k)$ дан приближенный доверительный интервал. Кривая приближалась полиномом 3-й степени по k и в качестве точки максимума рассматривался локальный максимум оцененного полинома (как корень квадратного уравнения). Доверительные интервалы получены дельта-методом при стандартных предположениях классической модели регрессии.

Полученные приближенные доверительные интервалы сдвигаются вправо с ростом коэффициента неприятия неравенства v . Объяснение этому состоит в следующем. В результате увеличения налоговых ставок растут доходы бюджета. Бюджетных расходы на социальные пособия растут вместе с доходами, поскольку их доля в бюджетных расходах фиксирована. Домохозяйства получают больше пособий, что снижает степень неравенства по доходам и уровням полезности. Чем выше коэффициент v , тем описанный эффект сильнее сказывается на благосостоянии $W_v(k)$.

Для удобства сопоставления уровней ФОБ на рис. 78 представлена относительная величина ФОБ по сравнению с уровнем ФОБ при $k = 1$. В частности, видно, что за счет уменьшения налоговой нагрузки на экономику можно получить увеличение утилитаристской ФОБ примерно до 105% от ее значения при ба-

зовом уровне налогов. Для увеличения ФОБ с $\nu = 5$ следует увеличивать налоги, но выигрыш в терминах прироста ФОБ будет довольно малым. В то же время при снижении налоговой нагрузки в 4 раза по сравнению с базовым уровнем ФОБ с $\nu = 5$ в модели падает до 60%, что представляет собой очень существенную потерю благосостояния.

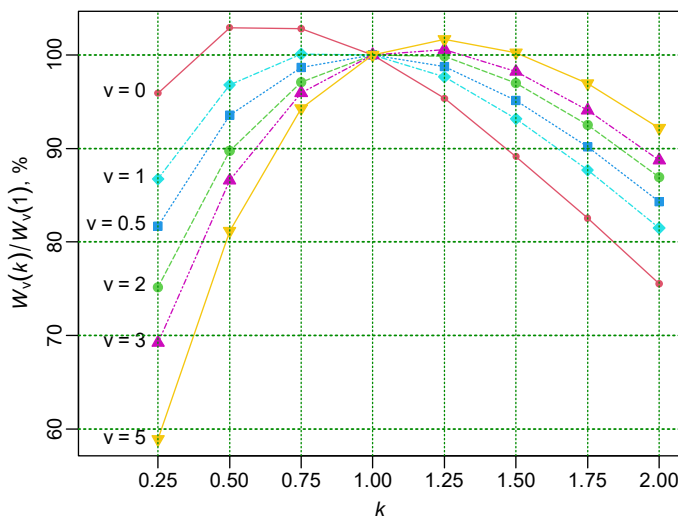


Рис. 78. Значение ФОБ по отношению к базовому варианту в зависимости от коэффициента пропорционального изменения налоговых ставок

Поведение ФОБ на рис. 75 и 78 при изменении коэффициента k для разных значениях параметра неприятия неравенства ν можно разложить на составляющие, как объяснялось в п. 7.3.2. В табл. 39 показаны процентные изменения по сравнению с исходным уровнем ($k = 1$) в утилитаристской ФОБ:

$$\% \Delta W_0(k) = (\ln W_0(k) - \ln W_0(1)) \cdot 100\%,$$

и в дополнении к индексу Аткинсона с параметром ν :

$$\% \Delta(1 - A_\nu) = (\ln(1 - A_\nu(k)) - \ln(1 - A_\nu(1))) \cdot 100\%.$$

Тогда процентные изменения в изоэластичной ФОБ с параметром ν представляются как сумма этих двух изменений:

$$\% \Delta W_{\nu} = \% \Delta(1 - A_{\nu}) + \% \Delta W_0.$$

Например, при росте уровня налогов на 25% ($k = 1.25$) происходит падение на 5% общей экономической эффективности, измеряемой утилитаристской ФОБ, при одновременном падении неравенства, выражающемся в росте дополнения к индексу Аткинсона с $\nu = 5$ на 7%. В целом изоэластичная ФОБ с $\nu = 5$ растет на 2% (см. рис. 78).

Таблица 39

**Разложение процентных изменений ФОБ
при пропорциональном изменении налоговых ставок**

	$k = 0.25$	$k = 0.5$	$k = 0.75$	$k = 1$	$k = 1.25$	$k = 1.5$	$k = 1.75$	$k = 2$
$\% \Delta W_0$	-2.8%	4.1%	3.3%	0.0%	-5.0%	-11.8%	-18.9%	-27.0%
$\% \Delta(1 - A_{0.5})$	-10.6%	-6.6%	-3.2%	0.0%	2.8%	5.2%	7.8%	9.5%
$\% \Delta(1 - A_1)$	-16.8%	-10.1%	-4.8%	0.0%	4.1%	7.5%	11.1%	13.6%
$\% \Delta(1 - A_2)$	-25.1%	-14.3%	-6.4%	0.0%	5.3%	9.5%	14.0%	17.0%
$\% \Delta(1 - A_3)$	-33.2%	-17.8%	-7.6%	0.0%	6.0%	10.8%	15.6%	19.1%
$\% \Delta(1 - A_5)$	-49.0%	-23.9%	-9.2%	0.0%	7.0%	12.8%	18.5%	22.7%

7.6. Влияние социальной политики на благосостояние

Рассмотрим влияние изменения доли различных социальных трансфертов на экономику. В первую очередь интерес представляет изменение благосостояния домохозяйств в модели, измеряемое изоэластичной ФОБ.

Если цель состоит в том, чтобы выделить в чистом виде эффект социальной политики, то приходится столкнуться с проблемой, что экономика АОМ помимо социального блока содержит много других элементов. Если правительство принимает решение об увеличении расходов на выплату социальных трансфертов, для этого потребуются дополнительные средства. Такие средства

можно получить за счет повышения налоговой нагрузки на экономику или снижения количества общественного блага. И то, и другое, как правило, ведет к снижению производственных макропоказателей и может привести к снижению потребления частных или общественных благ.

Для измерения эффектов различных альтернативных вариантов социальной политики и обеспечения сопоставимости соответствующих вариантов экспериментальных расчетов мы используем здесь следующий подход. Во-первых, ставки налогов во всех вариантах остаются неизменными. Во-вторых, общий удельный вес трансфертов в бюджетных расходах поддерживается на неизменном уровне, чтобы структура бюджетных расходов с точки зрения соотношения трансфертов и закупок общественного блага оставалась неизменной.

В качестве исходного состояния для экспериментов с пособиями рассматривается ситуация, когда правительство выплачивает только два трансферта: пособие по безработице (5% от величины расходов) и псевдопособие (25% от величины расходов). Остальные расходы бюджета направляются на закупки общественных товаров. Затем от варианта к варианту псевдопособие в той или иной степени заменяется на одно из остальных социальных пособий. Эффекты такой замены анализируются по различным индикаторам и прежде всего по величине ФОБ с разными коэффициентами неприятия неравенства.

Таким образом, в качестве исходных параметров бюджета взяты:

$$\beta_{un} = 0.05, \beta_{ch} = 0, \beta_{sa} = 0, \beta_{pv} = 0, \beta_{ubi} = 0, \beta_{ps} = 0.25,$$

где ps – индекс псевдопособия. Далее в экспериментах с детским пособием (ch) в каждом прогоне берется некоторый коэффициент $k \in [0; 0.25]$ и параметры бюджетных расходов устанавливаются на уровнях:

$$\beta_{un} = 0.05, \beta_{ch} = k, \beta_{sa} = 0, \beta_{pv} = 0, \beta_{ubi} = 0, \beta_{ps} = 0.25 - k.$$

Исходным параметрам соответствует коэффициент $k = \bar{k} = 0$. Такая же серия экспериментов производится с социальной помощью, пособием по бедности и безусловным базовым доходом,

только меняется не β_{ch} , а коэффициенты β_{sa} , β_{pv} и β_{ubi} соответственно.

Как обычно, при фиксированных бюджетных параметрах после достаточно большого числа периодов модель приходит в состояние квазиравновесия, для которого можно найти значения интересующих нас экономических показателей, характеризующих результаты экономической политики. В расчетах использовались средние значения показателей за 50 заключительных периодов.

Результаты экспериментов показаны на серии диаграмм (рис. 79, 80, 81, 82). Все графики показывают зависимость одного из результирующих показателей от доли расходов на одно из 4 пособий.

Как можно увидеть, ФОБ с параметром $\nu = 2$ растет по мере увеличения долей трех социальных пособий (рис. 79). Только для детского пособия этот эффект не работает при большой доле пособия. Рост ФОБ отражает тот факт, что социальные пособия действительно являются полезными с точки зрения общества в целом, если общество стремится к социальной справедливости и к помощи социально незащищенным гражданам. На диаграмме показаны относительные значения ФОБ и видно, что за счет введения социальных трансфертов можно получить прирост благосостояния более чем на 15 и даже 20%.

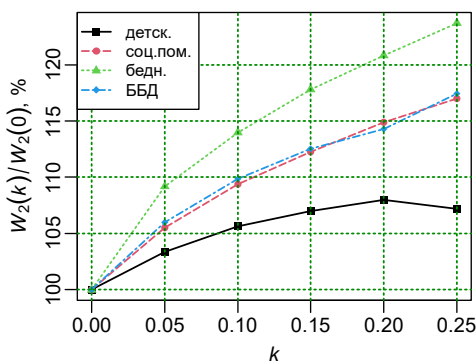


Рис. 79. Относительный уровень ФОБ при $\nu=2$ для четырех пособий в зависимости от их доли в расходах

На диаграмме ФОБ с параметром $\nu = 0$ (рис. 80) мы видим, что выплата пособий может привести к некоторому росту или падению, однако эти изменения не такие большие, поскольку использование подобного показателя предполагает, что общество безразлично к неравенству – его цели чисто утилитаристские, а изменения сводятся к чистому перераспределению доходов.

Для социальной помощи и детского пособия действует еще тот эффект, что перераспределение доходов происходит в пользу тех, кто имеет низкий коэффициент при полезности. Рубль, переданный таким домохозяйствам, дает меньший прирост полезности, чем рубль, переданный домохозяйствам с коэффициентом, равным единице. Таким образом, с точки зрения данного критерия общество не должно помогать социально незащищенным гражданам.

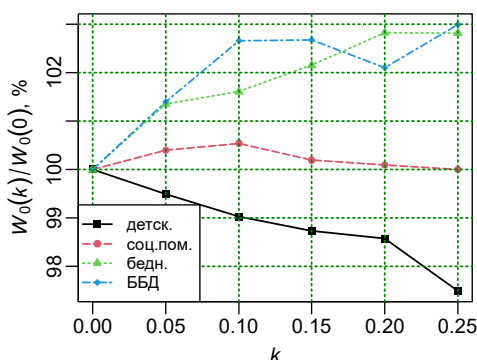


Рис. 80. Относительный уровень утилитаристской ФОБ ($\nu=0$) для четырех пособий в зависимости от их доли в расходах

Далее, как показано на рис. 81, все пособия несколько снижают коэффициент Джини, который является измерителем неравенства по доходам. При низких доходах размер пособия по бедности тем выше, чем ниже доходы домохозяйства, поэтому влияние этого пособия на коэффициент Джини самое сильное; такое пособие нацелено именно на снижение неравенства. Размер остальных трех пособий не зависит от дохода домохозяйства, поэтому они в той или иной степени выравнивают доходы, если сравнивать их с псевдопособием, но не так сильно, как пособие по бедности.

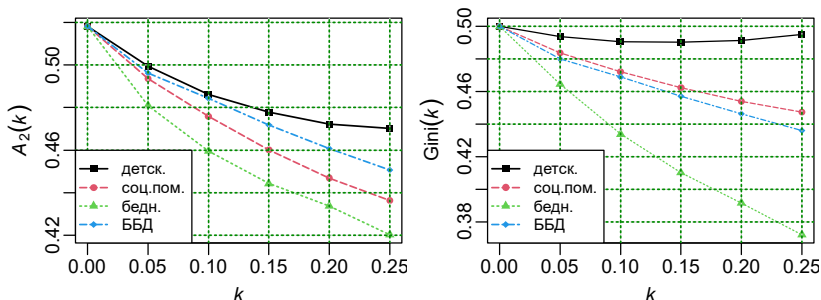


Рис. 81. Индекс Аткинсона при $\nu=2$ и коэффициент Джини для четырех пособий в зависимости от их доли в расходах

Однако, если сопоставлять ФОБ с параметром $\nu = 2$ и ФОБ с параметром $\nu = 0$, то различие объясняется не коэффициентом Джини, который измеряет неравенство по доходам, а индексом Аткинсона по полезности (рис. 81 слева). Здесь роль социальной политики проявляется более наглядно. Все рассматриваемые виды социальных трансфертов дают очень существенное снижение индекса Аткинсона, что и дает тот результат по ФОБ, который виден на рис. 79.

Наконец, рис. 82 демонстрирует, что рост доли социальных пособий приводит к некоторому росту ВВП, но влияние довольно слабое (в пределах 2%). Колебания ВВП в экспериментах носили во многом случайный характер, причем размер колебаний не очень велик. Это свидетельствует о том, что схема наших экспериментов была выбрана корректно. Изменения в экономике при введении социальных пособий свелись в основном к перераспределению продукта между домохозяйствами в пользу нуждающихся, не затрагивая сам размер продукта.

Проведенный анализ позволяет сравнить пособие по бедности и безусловный базовый доход. С точки зрения снижения неравенства и увеличения неутилитаристской ФОБ пособие по бедности работает более целенаправленно и является более предпочтительным вариантом. Таким образом, использование безусловного базового дохода следует обосновывать какими-то другими соображениями с привлечением эффектов, которые выходят за рамки нашей агентной модели.

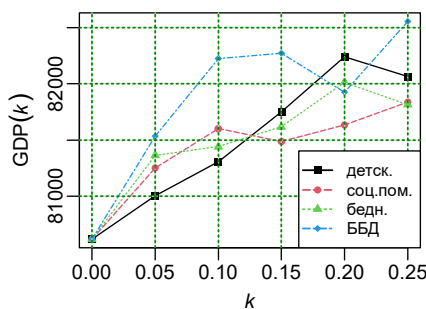


Рис. 82. ВВП в сопоставимых ценах для четырех пособий в зависимости от их доли в расходах

7.7. Эксперимент с долей социальных трансфертов в бюджете

Здесь мы исследуем последствия изменения доли социальных трансфертов в бюджетных расходах при заданных налоговых ставках. Социальная политика осуществляется за счет изменения соотношения расходов на общественные блага и общей суммы социальных трансфертов. Исследовательская гипотеза состоит в том, что с точки зрения благосостояния домохозяйств существует некоторое оптимальное соотношение между двумя видами расходов, зависящее от коэффициента неприятия неравенства ν .

В качестве исходного состояния взяты доли бюджетных пособий из табл. 35:

$$\beta_{un} = 0.05, \beta_{ch} = 0.05, \beta_{sa} = 0.16, \beta_{pv} = 0.04.$$

Далее в эксперименте доли данных пособий изменялись пропорционально коэффициенту k . Доля пособия b в бюджетных расходах, соответствующая коэффициенту k , устанавливается равной $\beta_b = k\beta_b^0$, $b = un, ch, sa, pv$. В сумме исходные доли дают 0.3, поэтому базовому варианту расчетов с коэффициентом $k = \hat{k} = 1$ будет соответствовать 30%-й удельный вес трансфертов в бюджетных расходах.

В экспериментах коэффициент k принимал значения 0.05, 0.25, 0.50, ..., 2.75, 3.00, что соответствует изменению доли социальных трансфертов в бюджетных расходах от 1.5% до 90%. Коэффициент $k = 0$ не включен в расчеты, потому что при полном отсутствии социальных пособий безработные в модели могут остаться без средств к существованию.

С ростом коэффициента пропорциональности наблюдается существенный рост потребительских расходов в сопоставимых ценах, а также некоторое расширение общей экономической активности, проявляющееся в росте ВВП в сопоставимых ценах (рис. 83). Одновременно с ростом коэффициента падает производство общественного блага.

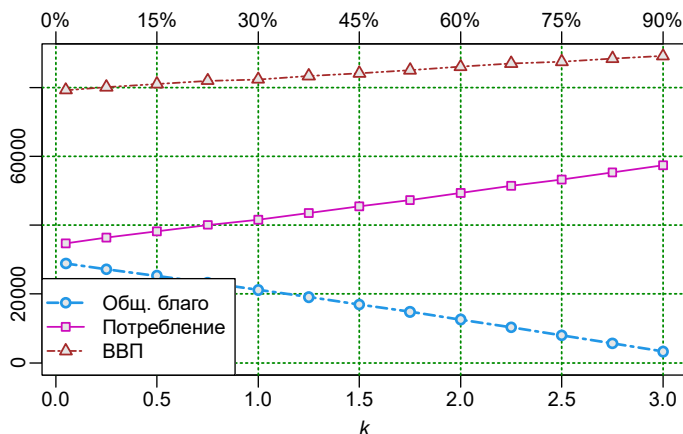


Рис. 83. Изменение трех макропоказателей в зависимости от коэффициента пропорциональности

С точки зрения структуры экономики происходит значительное перераспределение и капитала, и труда от общественного к частному сектору (рис. 84). В экспериментах по изменению уровня социальных трансфертов проявляется противоположная тенденция в соотношении частного и общественного секторов по сравнению с экспериментами по изменению уровня налогов.

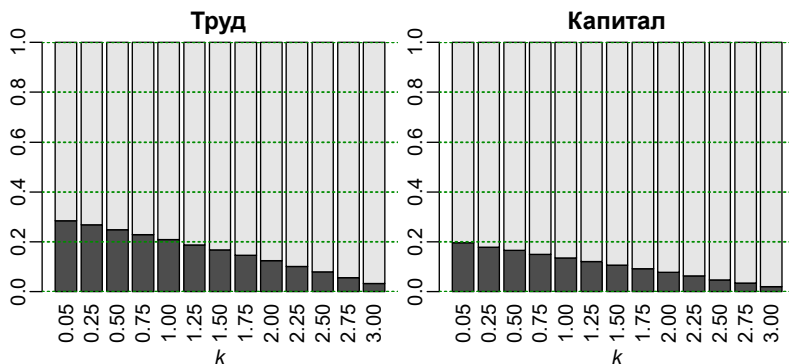


Рис. 84. Доля государственного сектора в затратах труда и капитала в зависимости от коэффициента пропорциональности

Основной результат экспериментов – это кривые зависимости значений ФОБ от общей доли трансфертов при различных коэффициентах v . Эти кривые для относительных значений ФОБ по сравнению с исходным уровнем 30% приведены на рис. 85. По построенным кривым можно определить оптимальный уровень трансфертов при различных уровнях неприятия неравенства. Для точек максимума на диаграмме приведены приближенные доверительные интервалы.

При увеличении степени неприятия неравенства кривые относительных значений ФОБ постепенно опускаются при низкой величине социальных трансфертов ($k < 1$) и поднимаются при высокой величине социальных трансфертов ($k > 1$), причем точки оптимальных значений ведут себя достаточно гладко и монотонно. Видно, что последствия расширения предоставления трансфертов по-разному оцениваются при соответствующих представлениях о желательном соотношении критериев справедливости и эффективности, формализуемых с помощью ФОБ с разными уровнями неприятия неравенства.

С ростом коэффициента пропорциональности k снижаются измерители неравенства (рис. 86) по доходам и по полезности. Этот эффект тем сильнее сказывается на функции благосостояния, чем выше степень неприятия неравенства. Поэтому при больших значениях параметра неприятия неравенства v увеличе-

ние доли социальных трансфертов приводит к заметному росту ФОБ именно за счет снижения неравенства. Как следствие, с ростом v оптимальное соотношение между расходами, идущими на социальные трансферты и на финансирование общественного блага, меняется в пользу трансфертов. Таким образом, в этой серии экспериментов подтверждена гипотеза о наличии оптимального уровня трансфертов для всех представлений о соотношении эффективности и справедливости.

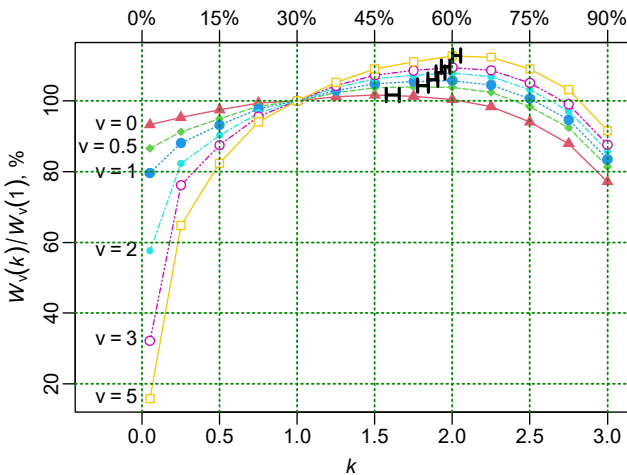


Рис. 85. Значение ФОБ по отношению к базовому варианту в зависимости от коэффициента пропорциональности (доли социальных трансфертов)

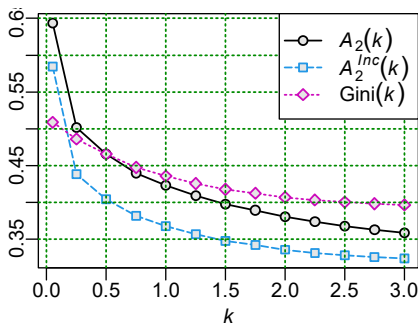


Рис. 86. Показатели неравенства (при $v=2$) в зависимости от коэффициента пропорциональности

Глава 8. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ В АГЕНТ-ОРИЕНТИРОВАННОЙ МОДЕЛИ

8.1. Роль инвестиций и цели создания инвестиционного блока в АОМММ

Особенностями инвестиций в основной капитал (по сравнению, например, с инвестициями в оборотный капитал) является то, что их последствия имеют долгосрочный характер. На уровне отдельной фирмы инвестиции в основной капитал требуются для обеспечения стабильной работы и получения устойчиво высокой прибыли в долгосрочной перспективе. С помощью таких инвестиций фирмы восстанавливают выбывшее оборудование и другие элементы основного капитала, компенсируют физический и моральный износ. Размер и характер инвестиций фирмы определяют величину производственных мощностей этой фирмы в будущем. В зависимости от соотношения выбытия основного капитала и валовых инвестиций фирма может увеличивать мощности, поддерживать их на неизменном уровне или же «проедать» их. Инвестиции решают стратегические задачи, являются инструментом обеспечения конкурентоспособности фирмы, обновления ассортимента продукции, внедрения новых перспективных технологий производства.

На уровне экономики в целом инвестиции в основной капитал определяют разного рода ключевые изменения в экономике, такие как изменения пространственной и отраслевой структуры, экономический рост, технологическое развитие, исчезновение старых и появление новых рабочих мест, размер и распределение потребительских доходов и т. д.

Методика моделирования воспроизводства основного капитала оказывает существенное влияние на качество разрабатываемых экономических прогнозов. Используемые в настоящее время методики в динамических и межрегиональных межотраслевых моделях позволяют получать долгосрочные прогнозы в отраслевом и пространственном разрезе, но они отличаются высокой

степенью агрегации и не увязаны с финансовыми результатами хозяйственной деятельности. Еще один недостаток традиционных моделей – использование неявной посылки об агенте-представителе, что нивелирует разнообразие мотиваций и поведения множества участников экономической деятельности. Один из возможных способов решения этих проблем – это так называемый агент-ориентированный подход в моделировании.

Модель АОМММ нацелена на моделирование макроэкономической динамики в многорегиональном экономическом пространстве. В связи с этим стоит задача создания полноценного динамического варианта АОМММ, а привнесение динамики требует адекватного представления инвестиционных процессов. В частности, требовалось сконструировать конкретные алгоритмы, по которым действуют агенты, участвующие в инвестиционных процессах.

При разработке инвестиционного блока АОМММ ставилась задача сконструировать его таким образом, чтобы учитывалась нацеленность модели на отражение межотраслевых и межрегиональных потоков в российской экономике. Удачно сконструированный инвестиционный блок позволяет провести разного рода экспериментальные расчеты, включающие различные сценарии роста экономики, изменения пространственной структуры и т. д.

В текущей версии АОМММ используется вариант с финансированием внутрифирменных инвестиций за счет прибыли самой фирмы. Фирма после завершения всех сделок и уплаты налогов получает некоторую величину прибыли, доступной для инвестиций. Из этой величины фиксированная доля идет на инвестиции, а оставшаяся сумма идет на выплату дивидендов собственникам.

8.2. Основной капитал в АОМММ

В АОМММ капитал используют частные фирмы и государственные компании. Ключевые формулы, отражающие изменение в запасах основного капитала в этих двух случаях, аналогичны, поэтому будем здесь обсуждать фирму, планирующую свое инве-

стиционное поведение, но относить соответствующие формулы и к госкомпаниям.

Предполагается, что у каждой фирмы f в период t есть некоторые однородные запасы капитала K_{fct} разных видов $c = 1, \dots, N_c$. В текущей версии модели есть два вида капитала: «Станки и оборудование» и «Здания и сооружения» (т. е. $N_c = 2$). Они производятся соответствующими фирмами капиталобразующих отраслей: «Обработка» и «Строительство», соответственно. В этих отраслях производятся также и другие виды товаров (товары промежуточного потребления и потребительские товары), при этом для моделирования производства этих товаров используются те же самые технологические коэффициенты. Эти запасы капитала рассматриваются как однородные в том смысле, что нет различия по возрасту и (или) технологическим поколениям капитала. Возможная дискретность капитала в модели не учитывается.

Здесь мы рассмотрим модифицированные леонтьевские технологии. А именно, леонтьевская производственная функция для каждой фирмы f модифицируется введением минимально необходимого запаса $K_{fc}^{\min}$ по каждому из видов капитала c . Если запас хотя бы одного вида капитала меньше $K_{fc}^{\min}$, то такая фирма не может ничего производить, так что $y_{ft} = 0$. Для модифицированной функции размер производственных мощностей равен:

$$\hat{y}_{ft} = \min_{c=1, \dots, N_c} \frac{\max\{K_{fct} - K_{fc}^{\min}, 0\}}{a_{fKc}}.$$

Для обеспечения объема производства $y_{ft} > 0$ требуется, чтобы запасы капитала каждого вида c удовлетворяли неравенствам:

$$K_{fct} \geq K_{fc}^{\min} + a_{fKc} y_{ft}.$$

Наличие минимально необходимого запаса капитала позволяет моделировать возрастающую отдачу от масштаба. Хотя в АОМММ такая возможность не используется, но она может пригодиться для построения других моделей.

В действующей версии модели уменьшение запасов основного капитала каждого вида c происходит только за счет выбытия,

определяемого постоянным коэффициентом выбытия δ_{fc} . За период t фирма теряет $\delta_{fc}K_{fc,t-1}$ основного капитала, где $K_{fc,t-1}$ — запасы на конец предыдущего периода. С другой стороны, капитал прирастает за счет инвестиций. Инвестиционные лаги не учитываются, так что все капитальные блага, которые фирмы приобрели в период t , могут быть использованы в производстве сразу же в этом периоде. Если в период t фирма приобретает D_{fKct} капитала вида c , то новые запасы капитала равны:

$$K_{fct} = (1 - \delta_{fc})K_{fc,t-1} + D_{fKct}.$$

Если фирма f в период t планирует производить не меньше, чем $\hat{y}$, то требуется, чтобы

$$K_{fct} = (1 - \delta_{fc})K_{fc,t-1} + D_{fKct} \geq K_{fc}^{\min} + a_{fKc}\hat{y}.$$

Следовательно, фирме следует закупки капитального блага c запланировать в объеме:

$$D_{fKct} = \max\{K_{fc}^{\min} + a_{fKc}\hat{y} - (1 - \delta_{fc})K_{fc,t-1}, 0\}.$$

При расчете объема инвестиций в денежном выражении предприятия ориентируются на некоторые прогнозные цены капитальных товаров. Если $\bar{p}_{fKc,t-1}$ — ожидания по поводу цены капитального блага вида c , сформированные на основе информации, доступной к концу периода $t - 1$, то ожидаемая требуемая сумма капитальных затрат задается формулой:

$$\overline{\text{ReqInv}}_{ft}(\hat{y}) = \sum_{c=1}^{N_c} \bar{p}_{fKc,t-1} \max\{K_{fc}^{\min} + a_{fKc}\hat{y} - (1 - \delta_{fc})K_{fc,t-1}, 0\}.$$

Пусть $\text{PlInv}_{f,t-1}$ — планируемый объем инвестиций периода t , выбранный в период $t - 1$. Для нахождения уровня производственных мощностей $\hat{y}$, соответствующего данному инвестиционному бюджету, требуется решить следующее уравнение относительно величины $\hat{y}$:

$$\text{PlInv}_{f,t-1} = \overline{\text{ReqInv}}_{ft}(\hat{y})$$

или

$$\text{PlInv}_{f,t-1} = \sum_{c=1}^{N_c} \bar{p}_{Kc} \max\{K_{fc}^{\min} + a_{fKc}\hat{y} - (1 - \delta_{fc})K_{fc,t-1}, 0\}.$$

Справа здесь стоит кусочно-линейная функция от $\hat{y}$ с изломами в точках:

$$\hat{y}_c = \frac{(1 - \delta_{fc})K_{fc,t-1} - K_{fc}^{\min}}{a_{fKc}}.$$

Эта функция монотонно возрастает от нуля до бесконечности при $\hat{y} \geq \max\{\min_{c=1,\dots,N_c} \hat{y}_c, 0\}$. Следовательно, у данного уравнения существует единственный корень. Чтобы его найти, отсортируем границы $\hat{y}_c$ в порядке возрастания. Пусть $\langle i \rangle$ – индекс i -й по порядку границы. Если искомый уровень $\hat{y}$ расположен между n -й и $(n + 1)$ -й границей, то должно выполняться:

$$\begin{aligned} \text{PlInv}_{f,t-1} = \hat{y} \sum_{i=1}^n \bar{p}_{fK\langle i \rangle} a_{fK\langle i \rangle} \\ - \sum_{i=1}^n \bar{p}_{fK\langle i \rangle} \left((1 - \delta_{f\langle i \rangle}) K_{f\langle i \rangle,t-1} - K_{f\langle i \rangle}^{\min} \right). \end{aligned}$$

Таким образом, в качестве решения здесь подходит величина:

$$\hat{y} = \frac{\text{PlInv}_{f,t-1} + \sum_{i=1}^n \bar{p}_{fK\langle i \rangle} \left((1 - \delta_{f\langle i \rangle}) K_{f\langle i \rangle,t-1} - K_{f\langle i \rangle}^{\min} \right)}{\sum_{i=1}^n \bar{p}_{fK\langle i \rangle} a_{fK\langle i \rangle}},$$

для которой выполнено:

$$\hat{y}_{\langle n \rangle} < \hat{y} \leq \hat{y}_{\langle n+1 \rangle},$$

где можно положить $\hat{y}_{\langle N_c+1 \rangle} = \infty$. Можно проверять по очереди ($n = 1, n = 2, \dots$) и остановиться, когда в первый раз окажется $\hat{y} \leq \hat{y}_{\langle n+1 \rangle}$.

Указанные формулы – общие для любого агента-производителя, частного или государственного. Однако выбор размера бюджета инвестиций в основной капитал для частных

фирм и государственных компаний в модели основан на разных принципах. Рассмотрим выбор частной фирмой f размера внутрифирменных инвестиций в период t .

В общем случае фирма может расширять производство как за счет собственных средств (прибыли), так и из других источников. В модели используется финансирование внутрифирменных инвестиций только за счет прибыли самой фирмы. Финансирование фактически происходит за счет прибыли до вычета издержек на возмещения выбытия, но после выплаты налогов. Обозначим данный показатель ProfitInv_{ft} .

Общие ограничения на планируемый объем инвестиций включают условие неотрицательности и требование, что PlInv_{ft} не выше ProfitInv_{ft} . При этом предполагается, что $\text{ProfitInv}_{ft} > 0$. Если фирме требуется в следующей период иметь мощности не ниже $\hat{y}$, то с учетом имеющихся средств планируемые инвестиции равны:

$$\text{PlInv}_{ft} = \min \left\{ \overline{\text{ReqInv}}_{f,t+1}(\hat{y}), \text{ProfitInv}_{ft} \right\}.$$

В модели использован простой режим капитализации прибыли, в котором инвестиции определяются как фиксированная доля от величины ProfitInv_{ft} . А именно, планируемые инвестиции равны:

$$\text{PlInv}_{ft} = \kappa \text{ProfitInv}_{ft},$$

где κ – некоторый заданный коэффициент, $\kappa \in (0; 1)$.

Рассматривается два режима выбора размера инвестиционного бюджета.

1) ***Режим поддержания первоначальных мощностей*** наиболее близок к статическому варианту модели и позволяет воспроизводить ранее полученные по модели результаты в обновленной АОМММ. Предполагается, что каждая фирма f имеет некоторый размер первоначальных производственных мощностей $\dot{y}_f$. Фирма пытается по мере возможностей поддерживать производственные мощности на уровне $\dot{y}_f$. Для этого, если позволяет величина доступных средств ProfitInv_{ft} , она выбирает сумму инвестиций по формуле

$$PIInv_{ft} = \overline{ReqInv}_{f,t+1}(\dot{y}_f).$$

2) *Режим фиксированной доли прибыли* позволяет привязать объем инвестиций к финансовым показателям фирмы и, тем самым, сделать размер фирмы меняющимся. Сумма инвестиций берется как фиксированная доля $\kappa_f \in (0; 1)$ от $ProfitInv_{ft}$ при условии, что $ProfitInv_{ft} > 0$:

$$PIInv_{ft} = \kappa_f ProfitInv_{ft}.$$

Если условие $ProfitInv_{ft} > 0$ не выполнено, то планируются нулевые инвестиции ($PIInv_{ft} = 0$).

Что касается моделирования динамики основного капитала в государственных компаниях, транспорте и производстве общественных товаров, то структура и используемые алгоритмы для двух отраслей одинаковы, поэтому дальнейшее относится к обеим отраслям. Для госкомпании, производящей общественный товар, объем производства определяется величиной заказа со стороны правительства. В свою очередь, правительство исходит из величины полученных в предыдущий период доходов бюджета. Для компании, производящей услуги транспорта, объем производства определяется общей величиной спроса на эти услуги со стороны всех агентов. Эти факторы определяют в конечном счете объем инвестиций в соответствующих государственных компаниях.

В текущей версии АОМММ используется упрощенный подход к моделированию инвестиций в госкомпаниях. Используются приведенные выше формулы, но в них полагается, что для госкомпании s выполнено $K_{sc,t-1} = a_{sKc}\hat{y}$. Это означает, что капитал в каждом периоде подстраивается под текущие производственные нужды. Таким образом, при упрощенном моделировании инвестиций, если госкомпания s планирует производить не меньше, чем $\hat{y}$, то ему следует запланировать закупки капитального блага c в объеме:

$$D_{sKct} = \delta_{sc} a_{sKc} \hat{y}.$$

Соответственно, ожидаемая требуемая сумма инвестиционных затрат равна:

$$\overline{\text{ReqInv}}_{st} = \sum_{c=1}^{N_c} \bar{p}_{sKc,t-1} \delta_{sc} a_{sKc} \hat{y}.$$

Общая величина госинвестиций Inv_{gt} в период t складывается из инвестиционных затрат по госкомпаниям.

8.3. Моделирование стационарной динамики

До начала работы над инвестиционным блоком АОМММ по своей структуре напоминала статическую модель общего равновесия, в которой отсутствовали инвестиции в основной капитал и, тем самым, возможности для роста производственных мощностей. В данном параграфе отражен переходный этап от статической к динамической модели.

Рассматривается вопрос о том, возможно ли с помощью второго режима (фиксированной доли прибыли) имитировать результаты, полученные при использовании первого режима, и, тем самым, результаты статической АОМММ. Требуется проверить, что подбором коэффициентов k_f можно добиться выхода большинства фирм на стационарную траекторию, при которой размер мощностей остается практически неизменным, причем объемы выпуска по отраслям и макрорегионам можно сделать достаточно близкими к заданным.

Более конкретно, фиксированные коэффициенты k_f для второго режима будем рассчитывать на основе прогона модели в первом режиме. Для каждой отрасли в каждом макрорегионе вычислим среднюю долю прибыли, которая идет на инвестиции (см. табл. 40). Затем зададим k_f равными полученным в эксперименте долям в зависимости от того, к какому макрорегиону и к какой отрасли относится фирма f .

В табл. 41 представлены результаты расчетов с точки зрения физических объемов производства по регионам и отраслям. Объемы производства для отдельных отраслей в отдельных макрорегионах заметно отличаются, но в целом по трем макрорегионам в каждой отрасли отличие небольшое.

Таблица 40

**Доля инвестиций в прибыли в первом режиме
(среднее за периоды 251–300)**

	Добыча	Обраб.	Строит.	Услуги
Рег. 1	0.990	0.366	0.264	0.277
Рег. 2	0.503	0.417	0.385	0.277
Рег. 3	0.383	0.466	0.966	0.395

Таблица 41

**Объемы выпуска в двух режимах
(во внутримодельных единицах, среднее за периоды 251–300)**

Первый режим				
	Добыча	Обраб.	Строит.	Услуги
Рег. 1	2280	18200	4623	21496
Рег. 2	4149	14797	4052	10592
Рег. 3	8443	13199	3203	9786
Всего	14872	46196	11879	41873
Второй режим				
	Добыча	Обраб.	Строит.	Услуги
Рег. 1	2357 (+3.4%)	18313 (+0.6%)	4756 (+2.9%)	21553 (+0.3%)
Рег. 2	4172 (+0.6%)	14821 (+0.2%)	4177 (+3.1%)	10625 (+0.3%)
Рег. 3	8398 (–0.5%)	13231 (+0.2%)	2951 (–7.9%)	9813 (+0.3%)
Всего	14928 (+0.4%)	46365 (+0.4%)	11885 (+0.0%)	41992 (+0.3%)

Для первого режима обычно не возникает проблем с достижением стационарности по выпускам. Для второго режима такая проблема может возникнуть. Таким образом, следует изучить характер динамики рядов выпуска. Рис. 87 подтверждает выход экономики на стационарную траекторию¹. Исключением является строительство в регионе 3 «Восток», но колебания в этом сегменте практически не сказываются на остальных показателях.

¹ Модельный период – это неделя, поэтому 300 периодов, изображенных на графике, соответствуют примерно 5–6 годам.

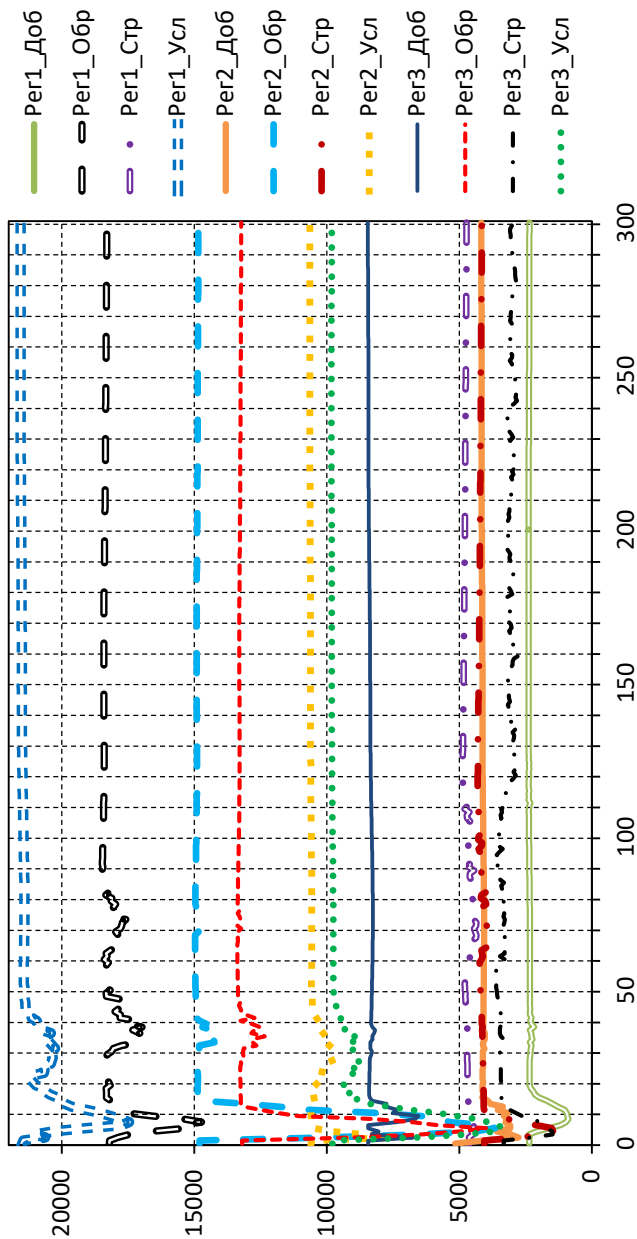


Рис. 87. Динамика выпуска по регионам и отраслям (Добыча, Обработка, Строительство, Услуги) во втором режиме за 300 периодов, стационарность

Таким образом, подтверждена гипотеза о том, что инвестиции во втором режиме (режиме с использованием фиксированной доли прибыли) позволяют воспроизводить стационарные состояния в экономике. При этом оказывается, что второй режим приводит к гибкости экономики по отношению к масштабным изменениям параметров государственной политики. На АОМММ, использующей режим фиксированной доли прибыли, в гл. 7 проводятся исследования по влиянию структуры и размера государственного сектора на благосостояние населения, для которых подобная гибкость существенно важна.

8.4. Моделирование экономического роста

Также изучено, позволяет ли второй режим моделировать процессы роста в экономике, сопровождаемые изменением ее структуры. Проверяемая гипотеза состояла в том, что позволяет, причем благодаря гибкости данного режима структурные изменения происходят сбалансированно.

Общий размер трудовых ресурсов в АОМММ является ограничивающим фактором для роста, так что при постоянстве этого размера и используемых технологий экономика в долгосрочном периоде переходит к стационарности. Чтобы создать условия для экономического роста, можно предусмотреть увеличение трудовых ресурсов или же изменения в производственных технологиях. Здесь мы пойдем по второму пути. А именно, будем считать, что коэффициенты трудоемкости a_{fL} для всех фирм падают постоянным темпом 2% в годовом исчислении. Такой подход позволяет на текущем этапе разработки модели вводить технический прогресс как экзогенный и не вдаваться в детали инновационных процессов.

На рис. 88 приведены графики рядов выпуска для эксперимента с экономическим ростом за счет производительности труда. При проведении данного эксперимента экономика инициализировалась стационарным состоянием для второго режима из предыдущего эксперимента. В целом траектории выпуска свидетельствуют об устойчивом росте, причем темпы роста различаются по регионам и отраслям.

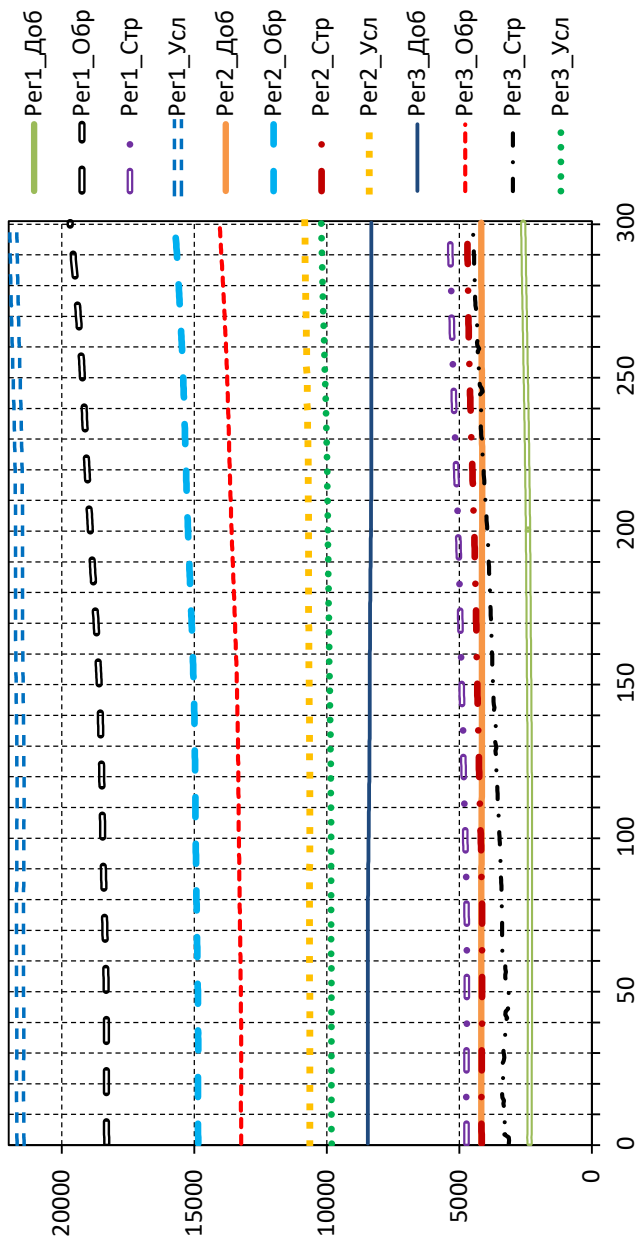


Рис. 88. Динамика выпуска по регионам и отраслям (Добыча, Обработка, Строительство, Услуги) во втором режиме за 300 периодов, рост

Рост выпуска во втором режиме

	Добыча	Обраб.	Строит.	Услуги
Рег. 1	10.1%	7.5%	13.0%	1.4%
Рег. 2	0.3%	5.4%	12.4%	1.8%
Рег. 3	–1.2%	6.4%	55.2%	4.3%
Всего	1.0%	6.5%	23.3%	2.2%

В табл. 42 показаны приросты выпуска по отраслям за последние 10 периодов по сравнению со стационарным состоянием, по которому инициализировалась экономика. Таблица подтверждает наличие существенных отраслевых и региональных различий в скорости роста. В частности, произошел опережающий рост строительства в регионе 3. В результате этого доля региона 3 в объеме строительства выросла с 24.8% до 31.3%.

Рост в экономике в рассматриваемом режиме происходит достаточно сбалансированно. А именно, более быстрый рост в капиталобразующих отраслях обеспечивает достаточным капиталом все отрасли и приводит к сбалансированности рынка труда. Создаваемые в процессе роста производственные мощности оказываются почти полностью загруженными. В целом наблюдается довольно ровная динамика основных показателей, без резких колебаний.

8.5. Развитие модели за счет добавления финансового блока

В настоящее время происходит развитие АОМММ за счет включение в модель финансового блока¹. На первоначальном этапе в модель вводится Центральный банк (ЦБ) и один коммерческий банк. Основная задача ЦБ состоит в том, чтобы устанавливать ключевую ставку в соответствии с некоторым

¹ Работа над финансовым блоком отражена в статье [Цыплаков, Ивершинь, 2024].

вариантом правила Тейлора. Другие процентные ставки в экономике устанавливаются по принципу постоянной наценки к ключевой ставке.

Поскольку ЦБ кредитует экономику, количество денег в обращении перестает быть постоянным (в отличие от действующего варианта АОМММ с фиксированным запасом денег повышенной эффективности). Это позволяет моделировать кредитно-денежную экспансию и инфляцию, то есть явления, которые характерны практически для всех стран, включая Россию.

Поведение агентов в модели требуется модифицировать с учетом возможности хранить средства на депозитах и получать кредиты. Это касается, в первую очередь, поведения домохозяйств и фирм. При этом немаловажно, что в алгоритмах поведения агентов учитываются уровни процентных ставок. В частности, поведение фирм с точки зрения величины внутрифирменных инвестиций в модели с финансовым блоком определяется ожидаемыми дисконтированными денежными потоками, при вычислении которых используется процентная ставка.

Заключение

Агент-ориентированная модель – это виртуальная система, включающая множество взаимодействующих агентов, в которой динамика на системном уровне (т. е. макроуровне) порождается действиями и связями отдельных агентов микроуровня. В качестве агентов можно рассматривать людей, правительства, фирмы или любые другие сущности, наделенные индивидуальными характеристиками, целями и правилами поведения. В монографии дано подробное описание агентного подхода к моделированию с точки зрения его использования в экономических приложениях. Этот подход предстает как полезный инструмент, который позволяет исследователю работать с процессами и явлениями, включающими пространственные эффекты, сетевые взаимодействия, гетерогенность и схоластику, конструировать искусственные «миры» с реалистичным поведением агентов и богатой структурой, изучать их свойства посредством вычислительных экспериментов.

Конечно, работа с агент-ориентированными моделями требует серьезных вычислительных ресурсов и достаточно подробной информации для инициализации агентов и модельной системы. Это затрудняло использование АОМ на ранних этапах, заставляя ограничиваться упрощенными моделями. В то же время разработка стилизованных «игрушечных» систем позволила развить соответствующий инструментарий. С увеличением мощности компьютеров и доступностью больших данных данный инструментарий стал востребованным. В целом ситуация с вычислимыми моделями сильно поменялась, так что к настоящему времени появились достаточно развитые АОМ в экономике и других областях. Можно сказать, что сейчас это уже серьезная альтернатива другим, более привычным подходам.

В том же ключе следует рассматривать и данную монографию. Предложенная здесь модель – АОМММ – во многом носит пробный характер. С точки зрения способов информационного наполнения, моделирования поведения агентов и взаимосвязей, представления экономики в целом, валидации моделей осталось еще много открытых вопросов. В то же время не стоит недооценивать накопление опыта в процессе моделирования, разработку конкретных алгоритмов, модельных конструкций, статистических показателей и прочих элементов, которые могут обогатить арсенал экономистов, занимающихся агентным направлением. Постепенно появляется понимание того, как такие модели должны быть устроены, какими конструктивными особенностями они должны обладать.

Среди прочего в монографии представлены новые алгоритмы обучения (адаптивная регрессия на базе SQ-фильтра), механизм рыночной торговли, представляющий собой развитие модели привлекательности поставщика, сбалансированные таблицы «затраты–выпуск», включающие раздел распределения и перераспределения, программная архитектура АОМ, включающая механизм рассылки сообщений с помощью двух стеков, алгоритмы поведения основных экономических агентов и др. Эти разработки обогащают существующий инструментарий агентного и другого прикладного моделирования в экономике.

С помощью АОМММ был проведен ряд экспериментальных расчетов. В частности, продемонстрировано, что моделируемая экономика может изменяться в результате независимых инвестиционных решений отдельных фирм, основанных на их финансовых показателях. Принципиально важным моментом является то, что эти же решения обуславливают и изменения в отраслевой и пространственной структуре экономики.

Продемонстрированы возможности использования функций общественного благосостояния для анализа изменений в государственной политике. В экспериментальных расчетах в качестве основного показателя, характеризующего результаты изменений, использовалась изоэластичная функция благосостояния, которая в зависимости от параметра может отражать различные представления о допустимости экономического неравенства. Рассмотрены как последствия изменения ставок налогов, так и изменение удельного веса социальных трансфертов в бюджетных расходах. Показано, в частности, что социальная политика в АОМММ функционирует именно так, как она задумана, то есть повышает благосостояние, измеряемое изоэластичной ФОБ с достаточно большим параметром неприятия неравенства. Показано, как с помощью изоэластичной ФОБ можно оптимизировать параметры государственной политики.

Приведенные в монографии примеры моделей и расчетов – это только малая толика того, что можно делать с помощью АОМ. Модели на основе компьютерных агентов – это очень универсальный инструмент, который может работать в самых разных областях экономики (и не только экономики). Причем АОМ могут использоваться совместно с другими методами моделирования, например, аналитические конструкции можно подкреплять конкретными расчетами по АОМ. В целом можно сделать вывод, что агент-ориентированное моделирование в экономике – это актуальное научное и прикладное направление, для успешного развития которого в будущем есть все предпосылки.

Список литературы

1. **Авдеева О.А., Цыплаков А.А.** Метод адаптивного оценивания срочной структуры процентных ставок. // *Экономический журнал ВШЭ*. 2015. т. 19, № 4. с. 609–639.
2. **Бахтизин А.Р.** Опыт разработки агент-ориентированной модели // *Экономическая наука современной России*. 2007. № 3 (38), 104-116.
3. **Бахтизин, А.Р.** Агент-ориентированные модели экономики – М.: Экономика. – 2008. – 280 с.
4. **Бахтизин А.Р., Брагин А.В., Макаров В.Л.** Современные программные средства агент-ориентированного моделирования // *Искусственные общества*. – 2022. – Т. 17. – Выпуск 4. DOI: 10.18254/S207751800023501-0
URL: <https://artsoc.jes.su/s207751800023501-0-1/>.
5. **Бусыгин В.П., Желободько Е.В., Цыплаков А.А.** Микроэкономика – третий уровень. – В 2 томах. – Новосибирск: Издательство СО РАН, 2008.
6. **Буч Г., Максимчук Р.А., Энгл М.У. и др.** Объектно-ориентированный анализ и проектирование с примерами приложений, 3-е изд., пер. с англ. – М.: ООО И.Д. Вильямс. – 2008. – 720 с.
7. **Вайсфельд М.** Объектно-ориентированное мышление – СПб.: Питер. – 2014. – 304 с.
8. **Вороновицкий М.М.** Агент-ориентированная модель замкнутого однотоварного рынка // *Экономика и математические методы*. 2014. Т. 50. № 2. С. 58–71.
9. **Гайворонская Е.А., Цыплаков А.А.** Использование модифицированного алгоритма Эрева—Рота в агент-ориентированной модели рынка электроэнергии // *Журнал Новой Экономической Ассоциации*. 2018. № 3 (39). С. 55–83. DOI: 10.31737/2221-2264-2018-39-3-3.
10. **Гамидов Т.Г., Доможиров Д.А., Ибрагимов Н.М.** Равновесные состояния открытой межрегиональной системы, порожденной оптимизационной межрегиональной межотраслевой моделью // *Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Социально-экономические науки*. 2013. Т. 13. Вып. 3. С. 81–94.
11. **Гамма Э., Хелм Р., Джонсон Р., Влиссидес Дж.** Приемы объектно-ориентированного программирования. Паттерны проектирования – СПб.: Питер. – 2015. – 368 с.
12. **Гранберг А.Г.** Межотраслевые модели оптимального размещения производительных сил СССР // *Модели и методы оптимального развития и размещения производства*. – Новосибирск: Новосибирский государственный университет, 1965 / Науч. тр. Сер. экон. – Вып. 3.

13. **Гранберг А.Г.** Оптимизация территориальных пропорций народного хозяйства. – М.: Экономика, 1973. – 248 с.

14. **Гранберг А.Г.** Моделирование социалистической экономики. М: Экономика, 1988. 487 с.

15. **Гранберг А.Г., Суслов В.И., Суспицын С.А.** Многорегиональные системы: экономико-математическое исследование. – Новосибирск: Сибирское Научное Издательство, 2007. – 371 с.

16. **Доможиров Д.А., Ибрагимов Н.М., Мельникова Л.В., Цып-лаков А.А.** Интеграция подхода «затраты – выпуск» в агент-ориентированное моделирование. Часть 1. Методологические основы // Мир экономики и управления. 2017. Т. 17, № 1. С. 86–99.

17. **Доможиров Д.А., Ибрагимов Н.М., Мельникова Л.В., Цып-лаков А.А.** (2017). Интеграция подхода «затраты – выпуск» в агент-ориентированное моделирование. Часть 2. Межрегиональный анализ в искусственной экономике. // Мир экономики и управления, Т. 17, № 2. с. 15–25.

18. **Изард У.** Методы регионального анализа: введение в науку о регионах. М.: Прогресс, 1966. 660 с.

19. **Лимановская О.В.** Имитационное моделирование в AnyLogic 7: учебное пособие: в 2 частях – Часть 1. – Екатеринбург: УрФУ, 2017. – 152 с.

20. **Леонтьев В.В.** Исследования структуры американской экономики. М: Госстатиздат, 1958. – 640 с.

21. **Лукашин Ю.П.** Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов. М.: Финансы и статистика, 2003.

22. **Макаров В.Л.** Коллективные блага в АОМ // Искусственные общества. – 2007. – Том 2. – № 1. – С. 6–15.

23. **Макаров В.Л., Агеев А.И., Бахтизин А.Р., Бахтизина Н.В., Нараянан Б., Стейнбукс Е., Хабриев Б.Р.** Матрица финансовых потоков – инструмент реализации экономической политики страны. // Экономические стратегии. Т. 23, № 4 (178), 2021, с. 22–35. DOI: 10.33917/es-4.178.2021.22-35

24. **Макаров В.Л., Бахтизин А.Р.** (2013). Социальное моделирование – новый компьютерный прорыв (агент-ориентированные модели). – М.: Экономика. 295 р.

25. **Макаров В.Л., Бахтизин А.Р., Сулакшин С.С.** Применение вычислимых моделей в государственном управлении. – М.: Научный эксперт, 2007. – 304 с.

26. **Макаров В.Л., Бахтизин А.Р., Сушко Е.Д.** Компьютерное моделирование взаимодействия между муниципалитетами, регионами, органами государственного управления // Проблемы управления. – 2013. – вып. 6. – с. 31–40.

27. **Макаров В.Л., Бахтизин А.Р., Россошанская Е.А., Дорошенко Т.А., Самсонова Н.А.** Проблемы стандартизации описания агент-ориентированных моделей и возможные пути их решения // Вестник Российской академии наук. Том 93, № 4 (2023) 362–372. DOI: 10.31857/S0869587323040059

28. **Минаков А.В., Цыплаков А.А.** Программная архитектура экономической агент-ориентированной модели на примере модели рынка труда // Современные научные исследования и разработки. № 4 (21), том. 2, 2018. – С. 349–355.

URL: http://olimpiks.ru/d/1340546/d/zhurnal_no421_tom_no2.pdf

29. **Михеева Н.Н.** Матрицы социальных счетов: направления и ограничения использования. // ЭКО, № 6 (444), 2011, с. 103–118.

30. **Новикова Т.С.** Экономика общественного сектора: краткий курс. Новосибирский государственный университет. 2012, 201 с.

31. **Новикова Т.С., Цыплаков А.А.** Социальная политика в многоотраслевой агент-ориентированной модели. // Экономические и социальные перемены: факты, тенденции, прогноз, Т. 13. 2020. №3, С. 129–142. DOI: 10.15838/esc.2020.3.69.9.

32. **Новикова Т.С., Цыплаков А.А.** Разработка социальной политики на основе сочетания агент-ориентированного и межотраслевого подходов. // Журнал новой экономической ассоциации. Т. 52. 2021. № 4. С. 12–36. DOI: 10.31737/2221-2264-2021-52-4-1.

33. **Окрепилов В.В., Макаров В.Л., Бахтизин А.Р., Кузьмина С.Н.** Применение суперкомпьютерных технологий для моделирования социально-экономических систем // Экономика региона. № 2. 2015. – С. 301–313. DOI 10.17059/2015-2-24.

34. **Сальников В.А., Галимов Д.А., Гнидченко А.А.** Использование таблиц «затраты–выпуск» для анализа и прогнозирования развития секторов экономики России // *Проблемы прогнозирования*, 2018. № 6, 93–103.

35. **Себеста Р.У.** Основные концепции языков программирования, 5-е изд., пер. с англ. – М.: Вильямс. – 2001. – 672 с.

36. **Социальное** положение и уровень жизни населения России. 2017. Статистический сборник. М.: Росстат, 2017. – 332 с.

37. **Стиглиц Дж.** Люди, власть и прибыль: Прогрессивный капитализм в эпоху массового недовольства; пер. с англ. – М.: Альпина Паблишер, 2020. – 430 с.

38. **Суслов В.И., Доможиров Д.А., Ибрагимов Н.М., Костин В.С., Мельникова Л.В., Цыплаков А.А.** Агент-ориентированная многорегиональная модель «затраты–выпуск» российской экономики // Экономика и математические методы. 2016. Т. 52, № 1. С. 112–131.

39. **Суслов В.И., Доможиров Д.А., Костин В.С., Мельникова Л.В., Ибрагимов Н.М., Цыплаков А.А.** Опыт агент-ориентированного моделирования пространственных процессов в большой экономике // Регион: экономика и социология, 2014, Т. 84, № 4, С. 32–54. DOI: 10.17059/2016-3-28.

40. **Суслов В.И., Новикова Т.С., Цыплаков А.А.** (2016). Моделирование роли государства в пространственной агент-ориентированной модели. // Экономика региона, Т. 12, Вып. 3., с. 951–965. DOI: 10.17059/2016-3-28.

41. **Суслов В.И., Костин В.С., Иванов Е.Ю., Ибрагимов Н.М., Новикова Т.С., Цыплаков А.А.** Проблемы создания мультиагентной системы поддержки принятия решений на субфедеральном уровне // Мир экономики и управления. 2020. Т. 20, № 3. С. 5–26. DOI: 10.25205/2542-0429-2020-20-3-5-26.

42. **Суслов В.И., Ершов Ю.С., Гулакова О.И., Доможиров Д.А., Ибрагимов Н.М., Мельникова Л.В., Новикова Т.С., Цыплаков А.А.** Модели, анализ и прогнозирование пространственной экономики / отв. ред. В.И. Суслов, науч. ред. Ю.С. Ершов. – Новосибирск: Изд-во ИЭОПП СО РАН, 2022. – 480 с. DOI: 10.36264/978-5-89665-364-6-2022-001-480

43. **Фаттахов, М.Р.** Агенто-ориентированная модель социально-экономического развития Москвы // Экономика и математические методы. – 2013. – №2. – С. 30–42.

44. **Фрейхе С., Матыцин М.С., Попова Д.О.** Влияние экономического кризиса, вызванного пандемией COVID-19, и антикризисных мер на распределение доходов в России. Вопросы экономики. 2023 (2), 43–60. DOI: 10.32609/0042-8736-2023-2-43-60

45. **Цыплаков А.А., Ивершинь А.В.** Финансовый блок в агент-ориентированной модели экономики России // Мир экономики и управления. 2024. Т. 24, № 4.

46. **Цыплаков А.А., Мельникова Л.В.** Инвестиции в основной капитал и макроэкономическое агент-ориентированное моделирование. // Мир экономики и управления. 2021. Т. 21, № 1. С. 5–25. DOI: 10.25205/2542-0429-2021-21-1-5-28.

47. **Цыплаков А.А.** Стационарность и рост в агент-ориентированной модели экономики. // Мир экономики и управления. 2022. Т. 22, № 1. С. 84–102. DOI: 10.25205/2542-0429-2022-22-1-84-102.

48. **Чекмарева Е.А.** Обзор российского и зарубежного опыта агент-ориентированного моделирования сложных социально-экономических систем мезоуровня. // Экономические и социальные перемены: факты, тенденции, прогноз 2 (44) 2016, 225–246. DOI: 10.15838/esc/2016.2.44.14

49. **Шеннон Р.** Имитационное моделирование систем – искусство и наука. М: Мир, 1978.

50. **Якимов И.М., Кирпичников А.П., Мингараева А.И., Буйнова Е.Л.** Имитационное моделирование в системе NETLOGO // Вестник технологического университета. – 2017. – Т.20. – С. 104-107.

51. **Abar S., Theodoropoulos G.K., Lemarinier P., O'Hare G.M.P.** Agent Based Modelling and Simulation Tools: A Review of the State-of-Art Software. *Computer Science Review*, Vol. 24 (2017). 13–33. DOI: 10.1016/j.cosrev.2017.03.001.

52. **Alam S.J., Geller A.** Networks in agent-based social simulation. In: A.J. Heppenstall, A.T. Crooks, L.M. See, M. Batty (eds.) *Agent-based models of geographical systems*, 2012. Netherlands: Springer. 199–216. DOI: 10.1007/978-90-481-8927-4_11.

53. **Albin P., Foley D.K.** Decentralized, Dispersed Exchange without an Auctioneer. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 18 (1, 1992), 27–51. DOI: 10.1016/0167-2681(92)90051-C

54. **Albrecht J., Bergholm F., Eliasson G. et al.** (1989) *MOSES Code*. Stockholm: IUI, 1989, 354 p.

55. **Allan R.J.** Survey of Agent Based Modelling and Simulation Tools. *Science and Technology Facilities Council (STFC) Technical Report DL-TR-2010-007*, October 2010. URL: <https://epubs.stfc.ac.uk/manifestation/5601/DLTR-2010-007.pdf>

56. **An L.** Modeling Human Decisions in Coupled Human and Natural Systems: Review of Agent-Based Models. *Ecological Modelling*, 2012, vol. 229, pp. 25–36. DOI: 10.1016/j.ecolmodel.2011.07.010.

57. **Anderson S.P., de Palma A., Thisse J.-F.** (1992) *Discrete Choice Theory of Product Differentiation*. Cambridge, MA: MIT Press.

58. **Andreassen L., Fredriksen D., Gjefsen H.M., Halvorsen E., Stølen N.M.** The dynamic cross-sectional microsimulation model MOSART. *International Journal of Microsimulation*, 13 (1, 2020), 92–113. DOI: 10.34196/ijm.00214

59. **Andreoni J. Miller J.H.** Auctions with Artificial Adaptive Agents. *Games and Economic Behavior* 10 (1995), 39–64. DOI: 10.1006/game.1995.1024.

60. **Arifovic J.** Genetic Algorithms Learning and the Cobweb Model. *Journal of Economic Dynamics and Control* 18 (1, 1994), 3–28. DOI: 10.1016/0165-1889(94)90067-1

61. **Arifovic J.** Genetic Algorithms and Inflationary Economies. *Journal of Monetary Economics* 36 (1, 1995), 219–243. DOI: 10.1016/0304-3932(95)01203-7

62. **Arifovic J.** The Behavior of the Exchange Rate in the Genetic Algorithm and Experimental Economies. *Journal of Political Economy* 104 (3, 1996), 510–541. DOI: 10.1086/262032

63. **Arifovic J.**, Evolutionary Algorithms in Macroeconomic Models. *Macroeconomic Dynamics* 4 (2000), 373–414. DOI: 10.1017/S1365100500016059

64. **Arthur W.B.** Designing Economic Agents that Act like Human Agents: A Behavioral Approach to Bounded Rationality. *The American Economic Review*, Vol. 81, No. 2, *Papers and Proceedings of the Hundred and Third Annual Meeting of the American Economic Association* (May, 1991), 353–359.

65. **Arthur W.B., Holland J., LeBaron B., Palmer R., Tayler P.** Asset Pricing under Endogenous Expectations in an Artificial Stock Market. In: Arthur W.B., Durlauf S., Lane D. (eds.). *The Economy as an Evolving Complex System II*. Addison-Wesley, Reading, MA. 1997. 15–44.

66. **Ashraf Q., Gershman B., Howitt P.** Macroeconomics in a Self-Organizing Economy. *Revue de l'OFCE*, Presses de Sciences-Po, 2012/5 (N° 124, 2012), 43–65.

67. **Ashraf Q., Gershman B., Howitt P.** How Inflation Affects Macroeconomic Performance: An Agent-Based Computational Investigation. *Macroeconomic Dynamics*, 20 (2, 2016), 558–581. DOI: 10.1017/S1365100514000303.

68. **Assenza T., Delli Gatti D., Grazzini J.** Emergent Dynamics of a Macroeconomic Agent Based Model with Capital and Credit. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 50 (2015), 5–28. DOI: 10.1016/j.jedc.2014.07.001.

69. **Atkinson A.B.** On the Measurement of Inequality. *Journal of Economic Theory* 2 (3, 1970), 244–263. DOI: 10.1016/0022-0531(70)90039-6

70. **Atkinson A.B.** Income Maintenance and Social Insurance. *Handbook of Public Economics*, vol. II, A.J. Auerbach and M. Feldstein (eds.). Elsevier Science Publishers B. V. (North-Holland), 1987, Ch. 13, 779–908. DOI: 10.1016/S1573-4420(87) 80008-3.

71. **Atkinson A.B., Leventi C., Nolan B., Sutherland H., Tasseva I.** Reducing Poverty and Inequality through Tax-Benefit Reform and the Minimum Wage: The UK as a Case-Study. *The Journal of Economic Inequality* 15 (2017), 303–323. DOI: 10.1007/s10888-017-9365-7

72. **Ausloos M., Dawid H., Merlone U.** Spatial Interactions in Agent-Based Modeling. In: Commendatore P., Kayam S., Kubin I. (eds). *Complexity and Geographical Economics*, 2015. Dynamic Modeling and Econometrics in Economics and Finance, vol. 19. Springer, Cham, 353–377. DOI: 10.1007/978-3-319-12805-4_14.

73. **Axelrod R., Tesfatsion L.** A guide for newcomers to agent-based modeling in the social sciences. Appendix A. In: L. Tesfatsion K. L. Judd (eds.), *Handbook of Computational Economics 2: Agent-Based Computational Economics*. North-Holland. 2006. pp. 1647–1659. DOI: 10.1016/S1574-0021(05)02044-7.

74. **Axtell R.** Chapter 3. Endogenous Firm Dynamics and Labor Flows with Heterogeneous Agents. In: *Handbook of Computational Economics*. C. Hommes and B. LeBaron, eds. Amsterdam, North-Holland. Volume 4: Heterogeneous Agent Modeling. 2018. 157–213. DOI: 10.1016/bs.hescom.2018.05.001.

75. **Axtell R.** Firm Sizes: Facts, Formulae, Fables and Fantasies, CSED Working Paper No. 44, February 2006.

URL: https://www.brookings.edu/wp-content/uploads/2016/06/csed_wp44.pdf

76. **Axtell R.** Team Dynamics and the Empirical Structure of U.S. Firms. *Working Paper, Department of Computational Social Science*, George Mason University, 2013.

URL: <http://www2.econ.iastate.edu/tesfatsi/Team-Dynamics-and-the-Empirical-Structure-of-U.S.-Firms.RAxtell2013.pdf>

77. **Axtell R.** Why agents? On the varied motivations for agent computing in the social sciences. Washington: The Brookings Institution, Center on Social and Economic Dynamics, 22 p. (CSED Working Paper, n 17, 2000).

URL: <https://www.brookings.edu/research/why-agents-on-the-varied-motivations-for-agent-computing-in-the-social-sciences/>

78. **Axtell R.L., Epstein J.M.** Coordination in Transient Social Networks: An Agent-Based Computational Model of the Timing of Retirement. H.J. Aaron (ed.), *Behavioral Dimensions of Retirement Economics*. New York: Brookings Institution Press, 1999, 161–186.

79. **Axtell R.L., Farmer J.D.** Agent-Based Modeling in Economics and Finance: Past, Present, and Future. *Journal of Economic Literature* (forthcoming), 2022.

URL: <https://www.inet.ox.ac.uk/files/JEL-v2.0.pdf>.

80. **Aziz H.A., Park B.H., Morton A. et al.** A High Resolution Agent-Based Model to Support Walk-Bicycle Infrastructure Investment Decisions: A Case Study with New York City. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2018, vol. 86, pp. 280–299. DOI: 10.1016/j.trc.2017.11.008.

81. **Balać M., Ciari F.** Retailers Location Choice Based on Shopping and Land Prices. In *21st International Conference on Recent Advances in Retailing and Services Science*, 2014 (EIRASS 2014). IVT, ETH Zurich. DOI: 10.3929/ethz-b-000081073.

82. **Balci O.** Chapter 10. Verification, Validation, and Testing. In: J. Banks (ed.), *Handbook of Simulation*, New York: Wiley, 1998, 335–393. DOI: 10.1002/9780470172445.ch10.

83. **Ballot G., Mandel A., Vignes A.** Agent-based modeling and economic theory: where do we stand? *Journal of Economic Interaction and Coordination*, 2015, vol. 10, 200–220. DOI: 10.1007/s11403-014-0132-6.

84. **Banks J.** Principles of Simulation. In: J. Banks (ed.), *Handbook of Simulation*, New York: Wiley, 1998. Ch. 1, 3–30. DOI: 10.1002/9780470172445.ch1

85. **Basic Income: An Anthology of Contemporary Research.** Widerquist K., Anguera J. A., Vanderborght Y., de Wispelaere J. (eds.). Chichester: Wiley Blackwell, 2013.

86. **Basu N., Pryor R., Quint T.** ASPEN: A Microsimulation Model of the Economy. *Computational Economics*. Vol. 12. 1998. 223–241. DOI: 10.1023/A:1008691115079.

87. **Batty M., Crooks A.T., See L.M., Heppenstall A.J.** Perspectives on Agent-Based Models and Geographical Systems. In *Agent-based Models of Geographical Systems*, 2012, Eds.: A.J. Heppenstall, A.T. Crooks, L.M. See, M. Batty. Springer, Dordrecht. pp. 1–15. DOI: 10.1007/978-90-481-8927-4_1.

88. **Bauduin S., McIntire E., Chubaty A.** NetLogoR: A Package to Build and Run Spatially Explicit Agent-Based Models in R. *Ecography*, 42 (11, 2019), 1841–1849. DOI: 10.1111/ecog.04516.

89. **Beckenbach F., Briegel R., Daskalakis M.** The Influence of Regional Innovation Systems on Regional Economic Growth: Linking Regional Input-Output analysis and Agent Based Modelling. Papers on agent-based economics. Universität Kassel, 2007, 33 p.

URL: https://www.beckenbach.uni-kassel.de/files/pdfs/papers/poabe_nr1.pdf

90. **Bell D.E., Keeney R.L., Little J.D.C.,** A Market Share Theorem, *Journal of Marketing Research*, 12, Issue 2, 1975, 136–141. DOI: 10.1177/002224377501200202.

91. **Benenson I., Omer I., Hatna E.** Entity-Based Modeling of Urban Residential Dynamics: The Case of Yaffo, Tel Aviv. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 29 (4, 2002), 491–512. DOI: 10.1068/b1287.

92. **Bennett R.L., Bergmann B.R.** *A Microsimulated Transactions Models of the United States Economy*. Baltimore and London: The Johns Hopkins University Press, 1986.

93. **Bergmann B.R.** A Microsimulation of the Macroeconomy with Explicitly Represented Money Flows. *Annals of Economic and Social Measurement* 3 (3, 1974): 475–489.

94. **Bersini, H** (2012). UML for ABM. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation* 15 (1, 2012) 9, 24 pp. DOI: 10.18564/jasss.1897. URL: <https://www.jasss.org/15/1/9.html>.

95. **Bian L.** Spatial Approaches to Modeling Dispersion of Communicable Diseases — A Review. *Transactions in GIS*, 17 (1, 2013), 1–17. DOI: 10.1111/j.1467-9671.2012.01329.x

96. **Birkin, M, Heppenstall A.** Extending spatial interaction models with agents for understanding relationships in a dynamic retail market. *Urban Studies Research*, 2011, vol. 2011, article ID 403969, 12 p. DOI: 10.1155/2011/403969.

97. **Blanchet D., Buffeteau S., Crenner E., Le Minez, S.** Le modèle de microsimulation Destinie 2: principales caractéristiques et premiers résultats. *Économie et Statistique*, 441–442 (2011), 101–121. DOI: 10.3406/estat.2011.9615.

98. **Boero, R.** Ex-Ante Evaluation of Public Policies: Unintended Results of Broadband Development. In: Boero, R., Morini, M., Sonnessa, M., Terna, P. *Agent-based Models of the Economy*. Palgrave Macmillan, London. 2015, 146–160. DOI: 10.1057/9781137339812_9

99. **Bonabeau E.** Agent-Based Modeling: Methods and Techniques for Simulating Human Systems. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2002, vol. 99 (suppl 3), pp. 7280–7287. DOI: 10.1073/pnas.082080899.

100. **Borrill P.L., Tesfatsion L.** Agent-based modeling: the right mathematics for the social sciences? *The Elgar Companion to Recent Economic Methodology*, 2011. New York: Edward Elgar Publishers, 228–258. DOI: 10.4337/9780857938077.00018.

101. **Bozanta A., Nasir A.** Usage of Agent-Based Modeling and Simulation in Marketing. *Journal of Advanced Management Science* Vol. 2 (No. 3, September 2014), 240–245. DOI: 10.12720/joams.2.3.240-245

102. **Brenner T.** Agent Learning Representation: Advice on Modelling Economic Learning (Chapter 18). *Handbook of Computational Economics*, Volume 2, 2006, 895–947. DOI: 10.1016/S1574-0021(05)02018-6

103. **Bruch E., Atwell J.** Agent-Based Models in Empirical Social Research. *Sociological Methods & Research*, 44 (2, 2013), 186–221. DOI: 10.4135/9781412983259.d38

104. **Buffeteau S., Crenner E., le Minez S., Blanchet D.** Le modèle de microsimulation Destinie 2 : principales caractéristiques et premiers résultats. *Économie et Statistique*, n°441-442, 2011. 101–121. DOI: 10.3406/estat.2011.9615

105. **Bullard J., Duffy J.** Using Genetic Algorithms to Model the Evolution of Heterogeneous Beliefs. *Computational Economics* 13 (1999), 41–60. DOI: 10.1023/A:1008610307810

106. **Butz M.V., Wilson S.W.** (2002). An Algorithmic Description of XCS. *Soft Computing*, 6, 144—153. DOI: 10.1007/s005000100111
107. **Caiani A., Catullo E., Gallegati M.** The Effects of Fiscal Targets in a Monetary Union: A Multi-Country Agent-Based Stock Flow Consistent Model. *Industrial and Corporate Change*, 2018, vol. 27, no. 6, pp. 1123–1154. DOI: 10.1093/icc/dty016.
108. **Caiani A., Godin A., Caverzasi E., Gallegati M., Kinsella S., Stiglitz J.E.** Agent Based-Stock Flow Consistent Macroeconomics: Towards a Benchmark Model. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 69 (2016), 375–408. DOI: 10.1016/j.jedc.2016.06.001
109. **Camerer C., Ho T.-H.** Experienced-Weighted Attraction Learning in Normal Form Games. *Econometrica*, 67 (4, 1999), 827–874. DOI: 10.1111/1468-0262.00054
110. **Carceles-Poveda E., Giannitsarou C.** Adaptive learning in practice. *Journal of Economic Dynamics & Control* 31 (2007) 2659–2697. DOI: 10.1016/j.jedc.2006.09.004
111. **Castle C.J.E., Crooks A.T.** Principles and Concepts of Agent-Based Modelling for Developing Geospatial Simulations. *Centre for Advanced Spatial Analysis Working Papers*, #110, University College London, 2006. URL: <https://discovery.ucl.ac.uk/id/eprint/3342/>
112. **Caverzasi E., Godin A.** Post-Keynesian Stock-Flow-Consistent Modelling: A Survey. *Cambridge Journal of Economics* Vol. 39, No. 1 (January 2015), 157–187. DOI: 10.1093/cje/beu021.
113. **Cincotti S., Raberto M., Tegli A.** The EURACE Macroeconomic Model and Simulator. In: M. Aoki, K. Binmore, S. Deakin, H. Gintis, eds. *Complexity and Institutions: Markets, Norms and Corporations*. New York: Palgrave Macmillan, 2012, 81–106.
114. **Chen S.-H.** *Agent-Based Computational Economics: how the idea originated and where it is going*. Routledge, 2016. 528 p.
115. **Cristelli M.** *Complexity in Financial Markets: Modeling Psychological Behavior in Agent-Based Models and Order Book Models* (Springer Theses). Springer, 2013. 216 pp. DOI: 10.1007/978-3-319-00723-6
116. **Coakley S., Gheorghe M., Holcombe M.** Exploitation of High Performance Computing in the FLAME Agent-Based Simulation Framework / *IEEE 14th International Conference on High Performance Computing and Communications*, 2012. 538–545. DOI: 10.1109/hpcc.2012.79
117. **Collier N., North M.,** Parallel agent-based simulation with Repast for High Performance Computing. *SIMULATION*, 89 (10, 2013), 1215–1235. DOI: 10.1177/0037549712462620
118. **Combes P.-P., Mayer T.,** Thisse J.-F. *Economic Geography: The Integration of Regions and Nations*. Princeton, Princeton University Press, 2008. 416 p.

119. **Cooper L.G., Nakanishi M.** *Market Share Analysis*. Kluwer Academic Publisher, ISQM, 1988.

120. **Copeland M.** *Study in Moneyflows in the United States*. New York: National Bureau of Economic Research, 1952. 611 pp.

121. **Creal D., Koopman S.J., Lucas A.** Generalized Autoregressive Score Models with Applications. *Journal of Applied Econometrics*. 28. (5, 2013), 777–795. DOI: 10.1002/jae.1279

122. **Crooks A.T., Heppenstall A.J.** Introduction to agent-based modelling. In: A.J. Heppenstall, A.T. Crooks, L.M. See, M. Batty (eds.), *Agent-based Models of Geographical Systems*, Springer, Dordrecht, 2012. 85–105. DOI: 10.1007/978-90-481-8927-4_5.

123. **Crooks A.T., Heppenstall A.J., Malleson N., Manley E.** Agent-Based Modeling and the City: A Gallery of Applications. In: Shi W., Goodchild M.F., Batty M., Kwan MP., Zhang A. (eds) *Urban Informatics*. Singapore, Springer, 2021. DOI: 10.1007/978-981-15-8983-6_46.

124. **Crooks A.T., Malleson N., Manley E. and Heppenstall A.J.** *Agent-based Modelling and Geographical Information Systems: A Practical Primer*, London: Sage, 2019.

125. **Davidsson P. Henesey L., Ramstedt L., Törnquist J., Wernstedt F.** Agent-Based Approaches to Transport Logistics. In: Klügl F., Bazzan A., Ossowski S. (eds.) *Applications of Agent Technology in Traffic and Transportation*. Basel: Birkhäuser, 2005. 1–15. DOI: 10.1016/j.trc.2005.07.002.

126. **Dawid H.** Agent-Based Models of Innovation and Technological Change. In: L. Tesfatsion, K. L. Judd (eds.), *Handbook of Computational Economics 2: Agent-Based Computational Economics*. North-Holland. 2006, ch. 25, 1235–1272. DOI: 10.1016/s1574-0021(05)02025-3.

127. **Dawid H., Delli Gatti D.** Agent-Based Macroeconomics. In: C. Hommes, B. LeBaron (eds.) *Handbook of Computational Economics 4. Heterogeneous Agent Modeling*. North Holland, 2018, 63–156. DOI: 10.1016/bs.hescom.2018.02.006

128. **Dawid H., Gemkow S.** How do social networks contribute to wage inequality? Insights from an agent-based analysis. *Industrial and Corporate Change* 23 (5, 2014), 1171–1200. DOI: 10.1093/icc/dtt049

129. **Dawid H., Gemkow S., Harting P., van der Hoog S., Neugart M.** The Eurace@Unibi Model: An Agent-Based Macroeconomic Model for Economic Policy Design. – Bielefeld Working Papers in Economics and Management. – No. 05-2012. – 2012. 1–37. URL: <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2408969> (дата обращения: 2.02.2016).

130. **Dawid H. Gemkow S., Harting P., van der Hoog S., Neugart M.** Agent-Based Macroeconomic Modeling and Policy Analysis: The Eurace@Unibi Model. In: S. Chen, M. Kaboudan, Y. Du (eds.). *The Oxford*

Handbook on Computational Economics and Finance. Oxford University Press, 2018. Ch. 17. 490–519. DOI: 10.1093/oxfordhb/9780199844371.013.19

131. **Dawid H., Harting P., Neugart M.** Fiscal Transfers and Regional Economic Growth. *Review of International Economics*, vol. 26, 2018, 651–671. DOI: 10.2478/fiqf-2021-0003

132. **Dawid H., Harting P., Neugart M.** Economic Convergence: Policy Implications from a Heterogeneous Agent Model. *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 44, 2014, p. 54–80. DOI: 10.1016/j.jedc.2014.04.004.

133. **Dawid H., Harting P., van der Hoog S., Neugart M.** Macroeconomics with Heterogeneous Agent Models: Fostering Transparency, Reproducibility and Replication. *Journal of Evolutionary Economics*, vol. 29 (2019). 467–538. DOI: 10.1007/s00191-018-0594-0

134. **Dawkins C., Srinivasan T.N., Whalley J.** Calibration. In: Heckman J.J., Leamer E. (eds.). *Handbook of Econometrics*, vol. 5. Elsevier, Amsterdam, 2001. Ch. 58. 3653–3703. DOI: 10.1016/S1573-4412(01)05011-5

135. **De Andrade P.R., Monteiro A.M. V., Câmara G.** From Input-Output Matrixes to Agent-Based Models: A Case Study on Carbon Credits in a Local Economy, 2010 Second Brazilian Workshop on Social Simulation, Sao Paulo, Brazil, 2010, 58–65, DOI: 10.1109/BWSS.2010.16.

136. **DeAngelis D.L., Diaz S.G.** Decision-Making in Agent-Based Modeling: A Current Review and Future Prospectus. *Frontiers in Ecology and Evolution*, 6 (2019): 237. DOI: 10.3389/fevo.2018.00237

137. **Deaton A.** *The Analysis of Household Surveys: A Microeconometric Approach to Development Policy*, Baltimore and London: World Bank, The Johns Hopkins University Press, 1997. 489 p.

138. **Delli Gatti D., Gallegati M., Cirillo P., Desiderio S., Gaeo E.** *Macroeconomics from the Bottom-up*. Berlin: Springer-Verlag. 2011. 124 p. DOI: 10.1007/978-88-470-1971-3

139. **Delli Gatti D., Fagiolo G., Gallegati M., Richiardi M., Russo A.** *Agent-Based Models in Economics: A Toolkit*, Cambridge, MA: Cambridge University Press, 2018. 260 p.

140. **De Palma A., Papageorgiou Y.Y., Thisse J.-F., Ushchev P.** About the Origin of Cities. *Journal of Urban Economics* 111 (2019), 1–13. DOI: 10.1016/j.jue.2019.01.006

141. **Dibble C.** Computational laboratories for spatial agent-based models. In: L. Tesfatsion K. L. Judd (eds.), *Handbook of Computational Economics 2: Agent-Based Computational Economics*. North-Holland, 2006. Ch. 31. 1511–1548. DOI: 10.1016/S1574-0021(05)02031-9.

142. **Di Guilmi C.** The Agent-Based Approach to Post Keynesian Macro-Modeling. *Journal of Economic Surveys* Vol. 31, No. 5 (2017), 1183–1203.

143. **Dixit A.K., Stiglitz J.E.** Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity. *The American Economic Review*. Vol. 67, No. 3 (1977), 297–308

144. **Dosi G., Fagiolo G., Napoletano M., Roventini A, Treibich T.** Fiscal and Monetary Policies in Complex Evolving Economies. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 52 (2015), 166–189. DOI: 10.1016/j.jedc.2014.11.014

145. **Dosi G., Fagiolo G., Roventini A.** An Evolutionary Model of Endogenous Business Cycles. *Computational Economics*. vol. 27, 2006, no. 1, 3–34. DOI: 10.1007/s10614-005-9014-2

146. **Dosi G., Fagiolo G., Roventini A.** The Microfoundations of Business Cycles: an Evolutionary, Multi-Agent Model. *Journal of Evolutionary Economics*, vol. 18, 2008, no. 3–4, 413–432. DOI: 10.1007/s00191-008-0094-8

147. **Dosi G., Fagiolo G., Roventini A.** Schumpeter Meeting Keynes: A Policy-Friendly Model of Endogenous Growth and Business cycles, *Journal of Economic Dynamics & Control* 34 (2010) 1748–1767. DOI: 10.1016/j.jedc.2010.06.018

148. **Dosi G., Fagiolo G., Napoletano M., Roventini A.** Income distribution, credit and fiscal policies in an agent-based Keynesian model. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2013, vol. 37, 1598–1625. DOI: 10.1016/j.jedc.2012.11.008.

149. **Dosi G., Roventini A., Russo E.,** 2019. Endogenous growth and global divergence in a multi-country agent-based model. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Volume 101, pp. 101-129. DOI: 10.1016/j.jedc.2019.02.005

150. **Duan W., Fan Z., Zhang P., Guo G., Qiu X.** Mathematical and Computational Approaches to Epidemic Modeling: A Comprehensive Review. *Frontiers of Computer Science*, 9 (5, 2015): 806–826. DOI: 10.1007/s11704-014-3369-2

151. **Deissenberg C., van der Hoog S., Dawid H.** EURACE: A Massively Parallel Agent-Based Model of the European Economy. *Applied Mathematics and Computation* 204 (2008) 541–552. DOI: 10.1016/j.amc.2008.05.116

152. **Eliasson G.** Modeling the Experimentally Organized Economy: Complex Dynamics in an Empirical Micro-Macro Model of Endogenous Economic Growth. *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol. 16, 1991, no. 1–2, p. 153–182. DOI: 10.1016/0167-2681(91)90047-2

153. **Eliasson G.** *Visible Costs, Invisible Benefits*. Springer, 2017, 461 p.

154. **Emmerson C., Reed H., Shephard A.** An Assessment of PenSim2. London: The Institute for Fiscal Studies WP04/21, 2004. DOI: 10.1920/wp.ifs.2004.0421 URL: <https://ifs.org.uk/publications/assessment-pensim2>
155. **Epstein J.M.** *Generative Social Science: Studies in agent-based computational modeling*. Princeton, Princeton University Press, 2006. 356 p. DOI: 10.1515/9781400842872.
156. **Epstein J., Axtell R.** *Growing Artificial Societies: Social Science From the Bottom Up*. Brookings Institution Press and MIT press, 1996. 228 p. DOI: 10.7551/mitpress/3374.001.0001.
157. **Erev I., Roth A.E.** (1998). Predicting How People Play Games: Reinforcement Learning in Experimental Games with Unique, Mixed Strategy Equilibria. *American Economic Review*, 88, 4, 848—881.
158. **Evans G.W., Honkapohja S.** *Learning and Expectations in Macroeconomics*. Princeton University Press, 2001. 424 p.
159. **Fagiolo G., Dosi G.** Exploitation, exploration and innovation in a model of endogenous growth with locally interacting agents. *Structural Change and Economic Dynamics* 14 (2003), 237–273. DOI: 10.1016/S0954-349X(03)00022-5
160. **Fagiolo G., Moneta A., Windrum P.** A Critical Guide to Empirical Validation of Agent-Based Models in Economics: Methodologies, Procedures, and Open Problems. *Computational Economics*, Vol. 30 (No. 3, 2007), 195–226. DOI: 10.1007/s10614-007-9104-4
161. **Fagiolo G., Guerini M., Lamperti F., Moneta A., Roventini A.** Validation of Agent-Based Models in Economics and Finance. In: Beisbart C., Saam N. (eds) *Computer Simulation Validation. Simulation Foundations, Methods and Applications*. Springer, Cham (2019), 763–787. DOI: 10.1007/978-3-319-70766-2_31
162. **Fagiolo G., Roventini A.** Macroeconomic Policy in DSGE and Agent-Based Models Redux: New Developments and Challenges Ahead. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation* 20 (1, 2017) 1, 37 pp. DOI: 10.18564/jasss.3280
URL: <https://www.jasss.org/20/1/1.html>
163. **Farmer J.D., Foley D.**, 2009. The Economy Needs Agent-Based Modelling. *Science*, 460, 685–686. DOI: 10.1038/460685a
164. **Figari F., Paulus A., Sutherland H.** Microsimulation and Policy Analysis. In: A.B. Atkinson, F. Bourguignon (eds.), *Handbook of Income Distribution*, Vol. 2B. Elsevier, 2015. ch. 24, 2141–2221. DOI: 10.1016/B978-0-444-59429-7.00025-X
165. **Filatova T.** Empirical agent-based land market: integrating adaptive economic behavior in urban land-use models. *Computers*,

Environment and Urban Systems, 2015, vol. 54, pp. 397–413. DOI: 10.1016/j.compenvurbsys.2014.06.007.

166. **Filatova T., Verburg P.H., Parker D.C., Stannard C.A.** Spatial agent-based models for socio-ecological systems: challenges and prospects. *Environmental modelling & software*, 45 (2013), 1–7. DOI: 10.1016/j.envsoft.2013.03.017

167. **Fisher F.M.** *Disequilibrium Foundations of Equilibrium Economics*. Cambridge University Press, 1983, 252 p. DOI: 10.1017/CBO9781139052108

168. **Fontana M.** Computer Simulations, Mathematics and Economics. *International Review of Economics* 53 (2006), 96–123. DOI: 10.1007/bf03029851

169. **Fowler C.S.** Finding equilibrium: how important is general equilibrium to the results of geographical economics? *Journal of Economic Geography*, 2011, vol. 11, no. 3, pp. 457–480. DOI: 10.1093/jeg/lbq006.

170. **Franklin S., Graesser A.** Is it an agent, or just a program? In: Mueller J.P., Wooldridge M.J., Jennings N.R. (Eds.), *Intelligent Agents III*, 1997, Springer, Berlin, 21–36. DOI: 10.1007/BFb0013570.

171. **Furtado B.A.** *Policy Space: Agent Based Modeling*. Rio de Janeiro, Ipea, 2018. 121 p.

172. **Gallegati M., Kirman A.** Reconstructing Economics: Agent Based Models and Complexity. *Complexity Economics*, vol. 1 (2012), 5–31. DOI: 10.7564/12-COEC2.

173. **Garcia R.** Uses of Agent-Based Modeling in Innovation/New Product Development Research. *Journal of Product Innovation Management*, Vol. 22 (Issue 5, 2005), 380–398. DOI: 10.1111/j.1540-5885.2005.00136.x

174. **Garrido N., Pacini P.M.** An ABM-Evolutionary Approach: Bilateral Exchanges, Bargaining and Walrasian Equilibria. In: Leskow J., Punzo L.F., Anyul M.P. (eds.). *New Tools of Economic Dynamics. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, vol. 551. Berlin, Heidelberg: Springer, 2005, 25–42. DOI: 10.1007/3-540-28444-3_2

175. **Gilbert N.** *Agent-Based Models*, 2nd ed. SAGE Publications, 2020. 128 p. DOI: 10.4135/9781506355580.

176. **Gintis H.** The Dynamics of General Equilibrium. *The Economic Journal*. Vol. 117, Issue 523 (2007), 1280–1309. DOI: 10.7551/mitpress/7489.003.0010

177. **Godley W., Lavoie M.** *Monetary Economics: An Integrated Approach to Credit, Money, Income, Production and Wealth*. Palgrave Macmillan, 2007, 576 p. DOI: 10.1007/978-1-137-08599-3.

178. **Gomme P., Lkhagvasuren D.** Calibration and Simulation of DSGE Models. In: N. Hashimzade, M.A. Thornton (eds.), *Handbook of*

Research Methods and Applications in Empirical Macroeconomics, Edward Elgar Publishing, 2013. 575–592. DOI: 10.4337/9780857931023.00034

179. **Grazzini J., Richiardi M.** Estimation of Ergodic Agent-Based Models by Simulated Minimum Distance. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 51 (2015), 148–165. DOI: 10.1016/j.jedc.2014.10.006

180. **Grimm V., Railsback S.F.** *Individual-Based Modeling and Ecology*. Princeton: Princeton University Press, 2005. 448 pp. DOI: 10.1515/9781400850624

181. **Grimm V., Berger U., Bastiansen F. et al.** A Standard Protocol for Describing Individual-Based and Agent-Based Models. *Ecological Modelling*, 198 (2006, 1–2), 115–126. DOI: 10.1016/j.ecolmodel.2006.04.023

182. **Grimm V., Berger U., DeAngelis D.L. et al.** The ODD Protocol: A Review and First Update. *Ecological Modelling* 221 (2010), 2760–2768. DOI: 10.1016/j.ecolmodel.2010.08.019

183. **Grimm V., Railsback S.F., Vincenot C.E. et al.** The ODD Protocol for Describing Agent-Based and Other Simulation Models: A Second Update to Improve Clarity, Replication, and Structural Realism. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation* 23 (2, 2020) 7, 20 pp. DOI: 10.18564/jasss.4259

URL: <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/23/2/7.html>.

184. **Günther M., Stummer C., Wakolbinger L.M., Wildpaner M.** An Agent-Based Simulation Approach for the New Product Diffusion of a Novel Biomass Fuel. *Journal of the Operational Research Society*, 62 (1, 2011), 12–20. DOI: 10.1057/jors.2009.170

185. **Haase D., Lautenbach S., Seppelt R.** Modeling and Simulating Residential Mobility in a Shrinking City Using an Agent-Based Approach. *Environmental Modeling and Software*, 2010, vol. 25, pp. 1225–1240. DOI: 10.1016/j.envsoft.2010.04.009.

186. **Hägerstrand, T.** A Monte Carlo Approach to Diffusion. *Archives Européennes de Sociologie*, 1965, vol. 6, pp. 43–67. DOI: 10.1017/S0003975600001132.

187. **Hägerstrand T.** *Innovation diffusion as a spatial process*. Chicago: University of Chicago Press. 1967. 334 p.

188. **Hall R.** Stochastic Implications of the Life Cycle–Permanent Income Hypothesis: Theory and Evidence. *Journal of Political Economy*, 86 (6, 1978), 971–988. DOI: 10.1086/260724.

189. **Harting P.** Macroeconomic Stabilization and Long-Term Growth: The Role of Policy Design. *Macroeconomic Dynamics*, 2019, 1–46. DOI: 10.1017/S1365100519000488

190. **Harvey A.C.** *Dynamic Models for Volatility and Heavy Tails: With Applications to Financial and Economic Time Series*. Cambridge University Press, 2013.
191. **Hashimzade N., Myles G.D., Page F., Rablen M.D.** The Use of Agent-Based Modelling to Investigate Tax Compliance. *Economics of Governance*, 16 (2015) 143–164. DOI: 10.1007/s10101-014-0151-8
192. **Heath B., Hill R., Ciarallo F.** A Survey of Agent-Based Modeling Practices (January 1998 to July 2008). *Journal of Artificial Societies and Social Simulation* 12 (4, 2009), 9, 35 pp.
URL: <https://www.jasss.org/12/4/9.html>
193. **Helbing D.** Agent-Based Modeling. In: Helbing D. (ed.) *Social Self-Organization: Agent-Based Simulations and Experiments to Study Emergent Social Behavior*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2012. 25-70. DOI: 10.1007/978-3-642-24004-1_2
194. **Heckbert S.** Agent-based modelling of emissions trading for coastal landscapes in transition. *Journal of Land Use Science*, 2011, vol. 6, no. 2–3, 137–150. DOI: 10.1080/1747423X.2011.558599.
195. **Heckbert S., Baynes T., Reeson A.** Agent-Based Modeling in Ecological Economics. *Ecological Economics Reviews*, 2010, vol. 1185, 39–53. DOI: 10.1111/j.1749-6632.2009.05286.x.
196. **Hegselmann R. Thomas C.** Schelling and James M. Sakoda: The Intellectual, Technical, and Social History of a Model. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation* 20 (3, 2017) 15, 155 pp. DOI: 10.18564/jasss.3511
URL: <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/20/3/15.html>
197. **Heppenstall A., Crooks A., Malleson N. et al.** Future developments in geographical agent-based models: challenges and opportunities. *Geographical Analysis*, 2021, vol. 53, 76–91. DOI: 10.1111/gean.12267.
198. **Hewings G.J.D., Jensen R.C.** Regional, Interregional and Multiregional Input-Output Analysis. In: P. Nijkamp (ed.), *Handbook of Regional and Urban Economics, Volume 1*. Elsevier, 1986. Ch. 8. 295–355. DOI: 10.1016/S1574-0080(00)80011-5
199. **Hokamp S., Gulyas L., Koehler M., Wijesinghe S. (eds.).** *Agent-based Modeling of Tax Evasion: Theoretical Aspects and Computational Simulations*. Wiley, 2018. 376 p.
200. **Holland J.H.** *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Ann Arbor: University of Michigan Press, 1975. 183 p.
201. **Horni A., Nagel K., Axhausen K.W. (eds.).** *The Multi-Agent Transport Simulation MATSim*. London: Ubiquity Press, 2016. 620 p.

202. **Hoynes H.W., Rothstein J.** Universal Basic Income in the US and Advanced Countries. *NBER Working Paper* 25538, February 2019. URL: <http://www.nber.org/papers/w25538>.

203. **Huang Q., Parker D.C., Filatova T., Sun S.** A Review of Urban Residential Choice Models Using Agent-Based Modeling. *Environment and Planning B: Urban Analytics and City Science*, 2013, vol. 41, no. 4, pp. 661–689. DOI: 10.1068/b120043p.

204. **Hunter E., Namee B. M., Kelleher J. D.** A Taxonomy for Agent-Based Models in Human Infectious Disease Epidemiology. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation* 20 (3, 2017) 2, 17 pp. DOI: 10.18564/jasss.3414
URL: <https://www.jasss.org/20/3/2.html>

205. **Hunter E., Mac Namee B., Kelleher J.** An Open-Data-Driven Agent-Based Model to Simulate Infectious Disease Outbreaks. *PLoS ONE* 13 (12, 2018): e0208775.

206. **Hyndman R.J., Koehler A.B., Ord J.K., Snyder R.D.** *Forecasting with Exponential Smoothing: The State Space Approach*. New York: Springer, 2008. 375 p.

207. **Immervoll H., O'Donoghue C.** Towards a Multi-Purpose Framework for Tax-Benefit Microsimulation: Lessons from EUROMOD. *International Journal of Microsimulation* 2 (2, 2009), 43–54. DOI: 10.34196/IJM.00016

208. **Iori G., Porter J.** Agent-Based Modeling for Financial Markets. In: S.-H. Chen, M. Kaboudan, and Y.-R. Du (eds.). *The Oxford Handbook of Computational Economics and Finance*. Oxford University Press, 2018, 635–666. DOI: 10.1093/oxfordhb/9780199844371.013.43

209. **Isard W.** Interregional and Regional Input-Output Analysis: A Model of a Space-Economy. *The Review of Economic Statistics*, 33. No. 4. 1951. 318–328. DOI: 10.2307/1926459

210. **Izumi K., Ueda K.** Phase transition in a foreign exchange market: Analysis based on an artificial market approach. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 5 (2001), 456–470. DOI: 10.1109/4235.956710

211. **Kagho G.O., Balac M., Axhausen K.W.** Agent-Based Models in Transport Planning: Current State, Issues, and Expectations. *Procedia Computer Science*, vol. 170 (2020), 726–732. DOI: 10.1016/j.procs.2020.03.164.

212. **King B.** What is a SAM? In: J.G. Pyatt and J.I. Round (eds.), *Social Accounting Matrices: A Basis for Planning*, Washington D.C.: The World Bank, 1985, pp. 17–51.

213. **Kirman A.** Learning in Agent-Based Models. *Eastern Economic Journal*, 37, (2011, 1), 20–27. DOI: 10.1057/eej.2010.60

214. **Kirman A.** Heterogeneity in Economics. *Journal of Economic Interaction and Coordination*, 1 (2006), 89–117. DOI: 10.1007/s11403-006-0005-8

215. **Kirman A.P., Vriend N.J.** Evolving market structure: An ACE model of price dispersion and loyalty. *Journal of Economic Dynamics & Control* 25 (2001) 459–502. DOI: 10.1016/S0165-1889(00)00033-6

216. **Kleijnen J.** Experimental Design for Sensitivity Analysis, Optimization, and Validation of Simulation Models. In: J. Banks (ed.), *Handbook of Simulation*, New York: Wiley, 1998. Ch. 6, 173–223. DOI: 10.1002/9780470172445.ch6.

217. **Klügl F.** A Validation Methodology for Agent-Based Simulations. *SAC '08: Proceedings of the 2008 ACM symposium on Applied computing*. March 2008. 39–43. DOI:10.1145/1363686.1363696

218. **Kot S.M., Paradowski P.R.** The atlas of inequality aversion: theory and empirical evidence on 55 countries from the Luxembourg Income Study database. *Equilibrium. Quarterly Journal of Economics and Economic Policy*, 17 (2, 2022), 261–316. DOI: 10.24136/eq.2022.

219. **Kravari K., Bassiliades N.,** A Survey of Agent Platforms, *Journal of Artificial Societies and Social Simulation* 18 (1, 2015) 11, 18 pp. DOI: 10.18564/jasss.2661

URL: <https://jasss.soc.surrey.ac.uk/18/1/11.html>

220. **Laatabi A., Marilleau N., Nguyen-Huu T., Hbid H. & Babram M.A.** ODD+2D: An ODD Based Protocol for Mapping Data to Empirical ABMs. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation* 21 (2, 2018) 9, 24 pp. DOI: 10.18564/jasss.3646

URL: <https://www.jasss.org/21/2/9.html>

221. **Laubenbacher R., Jarrah A.S., Mortveit H.S., Ravi S.** Agent Based Modeling, Mathematical Formalism for. In: Meyers R. (ed.) *Computational Complexity*. New York: Springer, 2012, 88–104. DOI: 10.1007/978-1-4614-1800-9_6

222. **LeBaron B., Arthur W. B., Palmer R.** Time series properties of an artificial stock market. *Journal of Economic Dynamics & Control* 23 (1999) 1487–1516. DOI: 10.1016/S0165-1889(98)00081-5

223. **LeBaron B.** Agent-Based Computational Finance. In: **L. Tesfatsion, K. L. Judd (eds.),** *Handbook of Computational Economics 2: Agent-Based Computational Economics*. North-Holland. 2006. Ch. 2. 1187–1233. DOI: 10.1016/S1574-0021(05)02024-1

224. **Lee J.-S., Filatova T., Ligmann-Zielinska A., Hassani-Mahmoei B., Stonedahl F., Lorscheid I., Voinov A., Polhill J.G., Sun Z., Parker D.C.** The Complexities of Agent-Based Modeling Output Analysis. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation* 18 (4, 2015), 4, 26 pp. DOI: 10.18564/jasss.2897 URL: <https://www.jasss.org/18/4/4.html>

225. **Lehtinen A., Kuorikoski J.** Computing the Perfect Model: Why Do Economists Shun Simulation? *Philosophy of Science*, 74 (July 2007), 304–329. DOI: 10.1086/522359

226. **Leijonhufvud A. Agent-Based Macro. In: L. Tesfatsion, K. L. Judd (eds.), Handbook of Computational Economics 2: Agent-Based Computational Economics.** North-Holland. 2006. Ch. 36. 1625–1637. DOI: 10.1016/S1574-0021(05)02036-8

227. **Leijonhufvud A.** Towards a Not-Too-Rational Macroeconomics. *Southern Economic Journal* 60 (No. 1, Jul., 1993), pp. 1–13. DOI: 10.2307/1059926

228. **Lengnick M.** Agent-based macroeconomics: A baseline model. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 86 (2013), 102–120. DOI: 10.1016/j.jebo.2012.12.021

229. **Leombruni R., Richiardi M.** Why are economists sceptical about agent-based simulations? *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 355 (Issue 1, 1 September 2005), 103–109. DOI: 10.1016/j.physa.2005.02.072

230. **Leontief W.W.** *The Structure of American Economy, 1919–1939: An Empirical Application of Equilibrium Analysis* (2d edition, enlarged). New York: Oxford University Press, 1951. 264 pp.

231. **Levy M.** Agent Based Computational Economics. In: Meyers R. (ed.) *Encyclopedia of Complexity and Systems Science*. New York: Springer, 2009, 22–29. DOI: 10.1007/978-0-387-30440-3_6

232. **Li J., O'Donoghue C.** A survey of dynamic microsimulation models: Uses, model structure and methodology. *International Journal of Microsimulation*, 6 (2, 2013), 3–55. DOI: 10.34196/IJM.00082

233. **Luke S., Cioffi-Revilla C., Panait L., Sullivan K., Balan G.** MASON: A Multiagent Simulation Environment. *Simulation*, 81 (2005, 7), 517–527. DOI: 10.1177/0037549705058073

234. **Luke S.** *Multiagent Simulation and the MASON Library. Manual Version* 20. 2019. URL: <https://cs.gmu.edu/~eclab/projects/mason/manual.pdf>.

235. **Luna F., Stefansson B. (eds.).** *Economic Simulations in Swarm: Agent-Based Modelling and Object Oriented Programming* (Advances in Computational Economics 14). Springer, 2000. 314 p.

236. **Lux T., Zwinkels R. C.J.** Empirical validation of agent-based models. In: C. Hommes, B. LeBaron (eds.), *Handbook of Computational Economics: Vol. 4: Heterogeneous agent modeling*. Elsevier, 2018, pp. 437–488. DOI: 10.1016/bs.hescom.2018.02.003.

237. **Macal C.M.** Agent Based Modeling and Artificial Life. In: Meyers R. (ed.) *Encyclopedia of Complexity and Systems Science*. New York: Springer, 2009, 112–131. DOI: 10.1007/978-0-387-30440-3_7

238. **Macal C.M.** Everything you need to know about agent-based modelling and simulation. *Journal of Simulation* 10 (2016), 144–156. DOI: 10.1057/jos.2016.7

239. **Macal C., North M.** Tutorial on Agent-Based Modelling and Simulation. *Journal of Simulation*, vol. 4 (2010), pp. 151–162. DOI: 10.1057/jos.2010.3.

240. **Mainar-Causapé A. J., Ferrari E., McDonald S.** Social Accounting Matrices: Basic Aspects and Main Steps for Estimation. *European Commission's Joint Research Centre Technical report*. Luxembourg: Publications Office of the European Union, 2018. DOI: 10.2760/010600.

URL: <https://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/handle/JRC112075>

241. **Mandel A.** Agent-Based Dynamics in the General Equilibrium Model. *Complexity Economics*, vol. 1, 2012, p. 105–121. DOI: 10.7564/12-COEC6

242. **Mandel A., Jaeger C., Fürst S., Lass W., Lincke D. et al.** Agent-Based Dynamics in Disaggregated Growth Models, *Documents de travail du Centre d'Economie de la Sorbonne* 2010.77, 2010, 34 p.

URL: <http://mse.univ-paris1.fr/pub/mse/CES2010/10077.pdf>

243. **Mandel A., Furst S., Lass W., Meissner F., Jaeger C.** Lagom Generic: An Agent-Based Model of Growing Economies. *European Climate Forum Working Paper* 1, 2009. 21 p.

URL: https://globalclimateforum.org/fileadmin/ecf-documents/publications/ecf-working-papers/mandel-fuerst-lass-meissner-jaeger_ecf-working-paper_2009-01.pdf

244. **Manson S.M., Sun S., Bonsal D.** Agent-based modeling and complexity. In: A.J. Heppenstall, A.T. Crooks, L.M. See, M. Batty (eds.), *Agent-based Models of Geographical Systems*, 2012, Dordrecht: Springer, 125–139. DOI: 10.1007/978-90-481-8927-4_7.

245. **Mas-Colell A., Whinston M.D., Green J.R.** *Microeconomic Theory*. Oxford University Press, 1995.

246. **Mathevet R., Bousquet F., Le Page C., Antona M.** Agent-based simulations of interactions between duck population, farming decisions and leasing of hunting rights in the Camargue (southern France). *Ecological Modelling* 165 (2003), 107–126. DOI: 10.1016/S0304-3800(03)00098-X

247. **Matthews R.B., Gilbert N.G., Roach A., Polhill J.G., Gotts N.M.** Agent-based land-use models: a review of applications. *Landscape Ecology*, 22 (2007), 1447–1459. DOI: 10.1007/s10980-007-9135-1

248. **Matytsin M., Popova D., Freije S.** RUSMOD – A Tool for Distributional Analysis in the Russian Federation. *The World Bank Policy*

Research Working Paper, 2019. No. 8994. 46 p. DOI: 10.1596/1813-9450-8994

249. **Mazzocchi A., Raberto M., Teglio A., Cincotti S.** Securitization and Business Cycle: An Agent-Based Perspective. *Industrial and Corporate Change*, vol. 27, Issue 6, December 2018, 1091–1121. DOI: 10.1093/icc/dty042

250. **McFadden D.** Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Behavior. In: E. Zarembka (ed.), *Frontiers in Econometrics*. New York: Academic Press, 1973. Ch. 4, 105–142.

251. **Miller E.J., Farooq B., Chingcuanco F., Wang D.** Historical Validation of an Integrated Transport – Land Use Model System. *Transportation Research Record, Journal of the Transportation Research Board*, No. 2255 (2011), 91–99. DOI: 10.3141/2255-10

252. **Miller J.H.** The coevolution of automata in the repeated Prisoner's Dilemma. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 29, (1, 1996), 87–112. DOI: 10.1016/0167-2681(95)00052-6

253. **Miller R.E., Blair P.D.** *Input-Output Analysis: Foundations and Extensions*, 3rd ed. Cambridge University Press, 2022. 850 p.

254. **Moses L.N.** The Stability of Interregional Trading Patterns and Input-Output Analysis. *American Economic Review*, 45. No. 5, 1955. 803–826.

255. **Moss S.** Agent Based Modeling and Neoclassical Economics: A Critical Perspective. In: Meyers R. (ed.) *Encyclopedia of Complexity and Systems Science*. New York: Springer, 2009, 22–29. DOI: 10.1007/978-0-387-30440-3_11

256. **Müller B., Bohn F., Dreßler G. et al.** Describing Human Decisions in Agent-Based Models – ODD+D, an Extension of the ODD Protocol. *Environmental Modelling & Software* 48 (2013) 37–48. DOI: 10.1016/j.envsoft.2013.06.003

257. **Napoletano M., Dosi G., Fagiolo G., Roventini A.** Wage Formation, Investment Behavior and Growth Regimes: An Agent-Based Analysis. *Revue de l'OFCE*, vol. 124, 2012, 235–261. DOI: 10.3917/reof.124.0235

258. **Negahban A., Yilmaz L.** Agent-based Simulation Applications in Marketing Research: An Integrated Review. *Journal of Simulation* 8 (Issue 2, 2014) 129–142. DOI: 10.1057/jos.2013.21

259. **Nelson R. and Winter S.** *An Evolutionary Theory of Economic Change*. The Belknap Press of Harvard University Press. 1982. 437 p.

260. **Nguyen J., Powers S.T., Urquhart N., Farrenkopf T., Guckert M.** An Overview of Agent-Based Traffic Simulators. *Transportation Research Interdisciplinary Perspectives* 12, December 2021, 100486. DOI: 10.1016/j.trip.2021.100486

261. **Nikolai C., Madey G.** Tools of the Trade: A Survey of Various Agent Based Modeling Platforms. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, 12 (2, 2009) 2, 37 pp.

URL: <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/12/2/2.html>

262. **North M.J., Macal C.M.** *Managing Business Complexity: Discovering Strategic Solutions with Agent-Based Modeling and Simulation*. Oxford University Press. 2007. 328 p.

263. **North M.J., Macal C.M.** Agent Based Modeling and Computer Languages. In: Meyers R. (ed.). *Encyclopedia of Complexity and Systems Science*. New York: Springer, 2009. DOI: 10.1007/978-0-387-30440-3_8

264. **North M.J., Collier N.T., Ozik J., Tatara E., Altaweel M., Macal C.M., Bragen M., Sydelko P.** Complex Adaptive Systems Modeling with Repast Symphony. *Complex Adaptive Systems Modeling*, Heidelberg: Springer, 2013. DOI: 10.1186/2194-3206-1-3

265. **Orcutt G. H.** A New Type of Socio-Economic System, *The Review of Economics and Statistics* 39 (2, 1957), 116–123. DOI: 10.2307/1928528

266. **Orcutt G.H.** Simulation of Economic Systems. *The American Economic Review*, 50 (5, Dec., 1960), 893–907.

267. **Orcutt G.H., Caldwell S., Wertheimer R.** *Policy Explorations Through Microanalytic Simulation*. Washington, DC: The Urban Institute, 1976. 370 p.

268. **O’Sullivan D., Millington J., Perry G., Wainwright J.** Agent-Based Models – Because They’re Worth It? In: Heppenstall A., Crooks A., See L., Batty M. (eds.) *Agent-Based Models of Geographical Systems*. Dordrecht: Springer, 2012. Ch. 6, 109–123. DOI: 10.1007/978-90-481-8927-4_6

269. **Parker D.C., Manson S.M., Janssen M.A., Hoffmann M.J., Deadman P.** Multi-Agent Systems for the Simulation of Land-Use and Land-Cover Change: A Review. *Annals of the Association of American Geographers*. 93 (2, 2003), 314–337. DOI: 10.1111/1467-8306.9302004

270. **Petrović M., Ozel B., Teglio A., Raberto M., Cincotti S.** Eurace Open: An Agent-Based Multi-Country Model. *Universitat Jaume I Working Paper* 2017/09, 2017, 75 p.

URL: http://www.doctreballeco.uji.es/wpficheros/Petrovic_et_al_09_2017.pdf

271. **Platt D.** A Comparison of Economic Agent-Based Model Calibration Methods. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 113 (April 2020), 103859, 33 p. DOI: 10.1016/j.jedc.2020.103859

272. **Poledna S., Miess M.G., Hommes C., Rabitsch K.** Economic Forecasting with an Agent-Based Model. *European Economic Review* 151 (2023) 104306. DOI: 10.1016/j.eurocorev.2022.104306

273. **Polhill J. G., Parker D., Brown D. and Grimm V.** Using the ODD Protocol for Describing Three Agent-Based Social Simulation Models of Land-Use Change. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, 11 (2008, 2), 3, 30 pp.

URL: <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/11/2/3.html>

274. **Ponta L., Raberto M., Cincotti S.** An Agent-Based Stock-Flow Consistent Model of the Sustainable Transition in the Energy Sector. *Ecological Economics*, 145 (2018), 274–300. DOI:10.1016/j.ecolecon.2017.08.022

275. **Pritsker A.A.B.** Principles of Simulation Modeling. In: J. Banks (ed.), *Handbook of Simulation*, New York: Wiley, 1998. Ch. 2, 31–51. DOI: 10.1002/9780470172445.ch2

276. **Raberto M., Ozel B., Ponta L. Teglio A., Cincotti S.** From Financial Instability to Green Finance: The Role of Banking and Monetary Policies in the EURACE Model. *Journal of Evolutionary Economics*, 29, (2019, 1), 429–465. DOI: 10.1007/s00191-018-0568-2

277. **Rakić K., Rosić M., Boljat I.** A Survey of Agent-Based Modelling and Simulation Tools for Educational Purpose. *Tehnički vjesnik*, Vol. 27 No. 3, 2020. 1014–1020. DOI: 10.17559/TV-20190517110455

URL: <https://hrcak.srce.hr/239114>

278. **Radner R.** Competitive Equilibrium under Uncertainty. *Econometrica* 36 (1, 1968), 31–58. DOI: 10.2307/1909602

279. **Railsback S.F., Grimm V.** *Agent-Based and Individual-Based Modeling: A Practical Introduction*. Princeton University Press (2nd ed.). 2019. 360 p.

280. **Railsback S.F., Lytinen S.L., Jackson S.K.** Agent-Based Simulation Platforms: Review and Development Recommendations. *Simulation*, 82 (9, 2006) 609–623. DOI: 10.1177/0037549706073695

281. **Rand W.** Machine Learning Meets Agent-Based Modeling: When Not to Go to a Bar. In: C.M. Macal, D.L. Sallach, M.J. North (eds.). *Proceedings of the Agent 2006 Conference on Social Agents: Results and Prospects* (Argonne National Laboratory and University of Chicago, Chicago), 2006, 51–59.

URL: <https://ccl.northwestern.edu/2006/agent2006rand.pdf>

282. **Rand W., Rust R.T.** Agent-Based Modeling in Marketing: Guidelines for Rigor. *International Journal of Research in Marketing*, 2011, vol. 28, no. 3, pp. 181–193. DOI: 10.1016/j.ijresmar.2011.04.002.

283. **Razavi S., Jakeman A., Saltelli A. et al.** The Future of Sensitivity Analysis: An Essential Discipline for Systems Modeling and Policy Support. *Environmental Modelling & Software*. Vol. 137 (March 2021), 104954. DOI: 10.1016/j.envsoft.2020.104954

284. **Richiardi M., Leombruni R., Saam N. J., Sonnessa M.** A Common Protocol for Agent-Based Social Simulation. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, vol. 9 (Issue 1, 2006), 15, 22 pp.
URL: <https://www.jasss.org/9/1/15.html>
285. **Riechmann T.** *Learning in Economics: Analysis and Application of Genetic Algorithms*. Physica-Verlag, 2001. DOI: 10.1007/978-3-642-57612-6
286. **Robinson J.** An Iterative Method of Solving a Game. *Annals of Mathematics, Second Series*, Vol. 54, No. 2 (Sep., 1951), 296–301. DOI: 10.2307/1969530
287. **Roth A. E., Erev I.** Learning in Extensive-Form Games: Experimental Data and Simple Dynamic Models in the Intermediate Term. *Games and Economic Behavior*, 8 (1995), 164–212. DOI: 10.1016/S0899-8256(05)80020-X
288. **Sakoda J.M., Minidoka: An Analysis of Changing Patterns of Social Interaction.** Unpublished Doctoral Dissertation. University of California at Berkeley, 1949. 858 p.
289. **Sakoda J.M.** The Checkerboard Model of Social Interaction. *Journal of Mathematical Sociology*, 1 (1971), 119–132. DOI: 10.1080/0022250X.1971.9989791.
290. **Salle I., Seppacher P.** Stabilizing an Unstable Complex Economy on the Limitations of Simple Rules. *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 91, 2018, p. 289–317. DOI: 10.1016/j.jedc.2018.02.014
291. **Samuelson P.A.** Reaffirming the Existence of "Reasonable" Bergson-Samuelson Social Welfare Functions. *Economica: New Series*, 44, (173, 1977), 81–88. DOI: 10.2307/2553553.
292. **Schelling T.C.** Dynamic models of segregation. *Journal of Mathematical Sociology*, 1971, vol. 1, pp. 143–186. DOI: 10.1080/0022250X.1971.9989794.
293. **Schelling T.C.** *Micromotives and Macrobehavior*. W. W. Norton and Co., 1978. 252 pp.
294. **Schweighofer S., Garcia D., and Schweitzer F.** An agent-based model of multi-dimensional opinion dynamics and opinion alignment. *Chaos* 30 (2020), DOI: 093139. 10.1063/5.0007523
295. **Seppacher P.** Flexibility of Wages and Macroeconomic Instability in an Agent-Based Computational Model with Endogenous Money. *Macroeconomic Dynamics*, 16, (2012, no. S2), 284–297. DOI: 10.1017/S1365100511000447
296. **Seppacher P., Salle I., Lang D.** Is the market really a good teacher? *Journal of Evolutionary Economics*, vol. 29. (2019), 299–335. DOI: 10.1007/s00191-018-0571-7

297. **Seppacher P., Salle I., Lavoie M.** What Drives Markups? Evolutionary Pricing in an Agent-Based Stock-Flow Consistent Macroeconomic Model. *Industrial and Corporate Change*, 27, (2018, no. 6), 1045–1067. DOI: 10.1093/icc/dty011
298. **Seppacher P., Salle I.** Deleveraging crises and deep recessions: a behavioural approach. *Applied Economics*, 47 (34–35, 2015), 3771–3790. DOI: 10.1080/00036846.2015.1021456
299. **Shannon R.E.** Simulation Modeling and Methodology. *WSC '76: Proceedings of the 76 Bicentennial conference on Winter simulation* (December 1976), 9–15. DOI: 10.5555/800108.803506
300. **Shubik M.** Simulation of the Industry and the Firm. *The American Economic Review*, 50 (No. 5, 1960), 908–919.
301. **Sinitskaya E., Tesfatsion L.** Macroeconomies as Constructively Rational Games. *Journal of Economic Dynamics & Control* 61 (2015), 152–182. DOI: 10.1016/j.jedc.2015.09.011
302. **Squazzoni F.** *Agent-Based Computational Sociology*. Wiley, 2012. 238 p. DOI: 10.1002/9781119954200.
303. **Stadlober E.** Binomial Random Variate Generation: A Method Based on Ratio of Uniforms. In: P.R. Nelson (ed.) *The Frontiers of Statistical Computation, Simulation & Modeling*, New York: American Sciences Press, 1991, 93–112.
304. **Stanilov K.** Space in Agent-Based Models. In: A. Heppenstall, A.T. Crooks, L.M. See, M. Batty (eds.), *Agent-Based Models of Geographical Systems*, 2012. New York, Springer, 253–269. DOI: 10.1007/978-90-481-8927-4_13.
305. **Stiglitz J.E.** *People, Power and Profits: Progressive Capitalism for an Age of Discontent*. New York: W. W. Norton & Company, 2019, 366 p.
306. **Sturley C., Newing A., Heppenstall A.** Evaluating the potential of agent-based modelling to capture consumer grocery retail store choice behaviours. *The International Review of Retail, Distribution and Consumer Research*, 28 (no. 1, 2018), 27–46. DOI: 10.1080/09593969.2017.1397046.
307. **Sue Wing I.** *Computable General Equilibrium Models and Their Use in Economy-Wide Policy Analysis*. MIT Joint Program on the Science and Policy of Global Change Technical Note, No. 6 (September 2004), 50 pp. URL: <https://globalchange.mit.edu/publication/13808>
308. **Sutherland H., Figari F.** EUROMOD: The European Union Tax-Benefit Microsimulation Model. *International Journal of Microsimulation* 6 (1, 2013) 4–26. DOI: 10.34196/IJM.00075
309. **Sutton R.S., Barto A.G.** *Reinforcement Learning: An Introduction, second edition*. MIT Press, 2018, 552 pp.
310. **Tanizaki H.** *Nonlinear Filters: Estimation and Applications* (2nd ed.). Springer-Verlag, 1996, 275 pp. DOI: 10.1007/978-3-662-03223-7

311. **Tax and Benefit Policies in the Enlarged Europe: Assessing the Impact with Microsimulation Models.** H. Sutherland, O. Lelkes (eds.). Routledge, 2009, 216 pp.

312. **Teglio A., Mazzocchi A., Ponta L., Raberto M., Cincotti S.** Budgetary Rigour with Stimulus in Lean Times: Policy Advices from an Agent-Based Model. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 157 (2019), 59–83. DOI: 10.1016/j.jebo.2017.09.016

313. **Tesfatsion L.** Agent-Based Computational Economics: A Constructive Approach to Economic Theory. In: L. Tesfatsion, K. L. Judd (eds.), *Handbook of Computational Economics, Volume 2: Agent-Based Computational Economics*. North-Holland. 2006, Ch. 16, 831–880. DOI: 10.1016/S1574-0021(05)02016-2.

314. **Tesfatsion L.** Detailed Notes on the Santa Fe Artificial Stock Market (ASM) Model, 2012.

URL: <http://www2.econ.iastate.edu/tesfatsi/SFISTOCKDetailed.LT.htm>, дата доступа 2022-02-18.

315. **Tesfatsion L.** ACE Research Area: Learning and the Embodied Mind, 2015. URL: <http://www2.econ.iastate.edu/tesfatsi/aemind.htm>, дата доступа 2022-10-11.

316. **Tesfatsion L.** Modeling economic systems as locally-constructive sequential games, *Journal of Economic Methodology*, 24 (4, 2017), 384–409. DOI: 10.1080/1350178X.2017.1382068

317. **Timmermann A. G.** How Learning in Financial Markets Generates Excess Volatility and Predictability in Stock Prices. *The Quarterly Journal of Economics* 108, (No. 4, 1993), 1135–1145. DOI: 10.2307/2118462

318. **Tsekeris T., Vogiatzoglou K.** Spatial Agent-Based Modeling of Household and Firm Location with Endogenous Transport Costs. *Netnomics: Economic Research and Electronic Networking*, 12 (2, 2011), 77–98. DOI: 10.1007/s11066-011-9060-y.

319. **Tsyplakov A.A., Melnikova L.V., Ibragimov N.M.** Agent-Based Modeling of Spatial Economic Systems: A Review. // *Journal of Siberian Federal University. Humanities & Social Sciences* = Журнал Сибирского федерального университета. Гуманитарные науки. – 2021. – № 14 (12). – С. 1910–1919. DOI: 10.17516/1997-1370-0869.

320. **Turrell A.** Agent-Based Models: Understanding the Economy from the Bottom Up. *Bank of England Quarterly bulletin*. Q4, 2016, 173–188.

321. **Van Leeuwen E. S. Nijkamp P., Rietveld P.** Regional Input–Output Analysis, In: K. Kempf-Leonard (ed.), *Encyclopedia of Social Measurement*, Elsevier, 2005, 317–323. DOI: 10.1016/B0-12-369398-5/00349-2.

322. **Van Parijs P., Vanderborght Y.** *Basic Income: A Radical Proposal for a Free Society and a Sane Economy*. Boston: Harvard University Press, 2017, 400 pp.
323. **Vriend N.J.** Self-Organization of Markets: An Example of a Computational Approach. *Computational Economics*, 8 (3, 1995), 205–231. DOI: 10.1007/BF01298460
324. **Vriend N.J.** ACE Models of Endogenous Interactions. In: L. Tesfatsion K. L. Judd (eds.), *Handbook of Computational Economics 2: Agent-Based Computational Economics*. North-Holland, 2006, 1047–1079. DOI: 10.1016/S1574-0021(05)02021-6
325. **United Nations.** *Handbook on Supply and Use Tables and Input-Output Tables with Extensions and Applications*. New York: Department of Economic and Social Affairs of the United Nations, 2018, 735 pp.
326. **Weidlich A., Veit D.** A Critical Survey of Agent-Based Wholesale Electricity Market Models. *Energy Economics* 30 (2008) 1728–1759. DOI: 10.1016/j.eneco.2008.01.003
327. **Wilensky U., Rand W.** *Introduction to Agent-Based Modeling: Natural, Social, and Engineered Complex Systems with NetLogo*. The MIT Press, 2015, 504 pp.
328. **Windrum P., Fagiolo G., Moneta A.** Empirical Validation of Agent-Based Models: Alternatives and Prospects. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, Vol. 10 (Issue 2, 2007), 8, 19 pp. URL <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/10/2/8.html>.
329. **Wolf S. Fürst S., Mandel A. et al.** A Multi-Agent Model of Several Economic Regions. *Environmental Modelling & Software*, 2013, vol. 44, pp. 25–43. DOI: 10.1016/j.envsoft.2012.12.012.
330. **Wolf S., Bouchaud J.-P., Cecconic F. et al.** Describing Economic Agent-Based Models – Dahlem ABM Documentation Guidelines. *Complexity Economics*, vol. 2 (1, 2013): 63–74. DOI: 10.7564/13-COEC12
331. **Wooldridge M.** *An Introduction to Multiagent Systems (2nd ed.)*. Chichester, UK: John Wiley & Sons, 2009, 484 pp.
332. **Zhang L., Levinson D., Zhu S.** Agent-Based Model of Price Competition, Capacity Choice, and Product Differentiation on Congested Networks. *Journal of Transport Economics and Policy*, 42, (3, 2008), 435–461.
333. **Zhou Z., Chan W.K., Chow J.H.** Agent-Based Simulation of Electricity Markets: A Survey of Tools, *Artificial Intelligence Review* 28 (2007) 305–342. DOI: 10.1007/s10462-009-9105-x
334. **Ziesmer J., Jin D., Thube S.D. et al.** A Dynamic Baseline Calibration Procedure for CGE models. *Computational Economics* 61 (2023), 1331–1368. DOI: 10.1007/s10614-022-10248-4

Приложение

Описание базовых классов

Используется объектно-ориентированное программирование с иерархией классов. Каждый агент, содержащая их АО система и диспетчер сообщений – это объекты определенного класса. Агенты не могут непосредственно менять состояния друг друга. Для взаимодействия агентов используется обмен сообщениями.

1. Агент

`AgentClass` Абстрактный класс, прародитель всех классов агентов.

-

`AgentClass.Type` Тип агента

Это поле класса. В данном случае агент общего типа:
`Type = "Generic agent"`

Переопределяется соответствующим образом в потомках

`AgentClass.__init__(self)` Метод класса, создающий экземпляр агента

У каждого агента есть уникальный идентификатор `ID` (см. дальше про диспетчер)

`AgentClass.descript(self)` Описание агента

Возвращает строку с описанием. В частности, там указывается `ID` агента.

`AgentClass.initialize(self, Ini)` Абстрактный метод для инициализации агента

`Ini` Аргументы инициализации

`AgentClass.initialize_soft(self, Ini)`
Абстрактный метод для мягкой инициализации агента

Ini Аргументы инициализации

`AgentClass.receive_Message(self, Msg)` Метод, который получает сообщение `Msg` и передает их другим методам

`Msg` – сообщение, состоящее из полей `Destination`, `Type`, `Contents`, `Sender`.

Вызывает метод `Msg.Type(self, Msg.Contents)`

`AgentClass.push_Message(Sender, Destination, Type, Contents)` Отправить сообщение

Просто выполняет `push_Message` диспетчера.

`Destination` Получатели

`Type` Тип сообщения (метод агента-получателя)

`Contents` Содержание сообщения

`Sender` Отправитель сообщения

`AgentClass.start_Period(self)` Абстрактный метод для выполнения каких-то операций в начале периода

Этот метод в потомках сбрасывает значения каких-то переменных (зануляет и т.п.) в начале периода. (Также он есть в АО системе – см. далее.)

`AgentClass.end_Period(self)` Абстрактный метод для выполнения каких-то операций в конце периода

Этот метод запускает какие-то вспомогательные действия, которые не имеют непосредственного отношения к работе модели. Это может быть сбор статистики о работе модели, визуализация и т. п.

`AgentClass.add_OutputData(self)` Абстрактный метод для записи в выходной файл статистической информации об агенте

2. Диспетчер

`DispatcherClass` Класс для объекта-диспетчера, пересылающего сообщения между агентами

-

`DispatcherClass.__init__(self)` Метод класса, создающий экземпляр диспетчера

В диспетчере создаются следующие поля:

`self.ExecutionStack` стек исполнения

`self.InterimStack` промежуточный стек

`self.Agents` список агентов

`self.AgentGroups` список групп агентов

В программе предполагается наличие одного диспетчера.

`DispatcherClass.add_AgentGroups(self, GroupNames)` Добавить группы для агентов с названиями `GroupNames` в список групп и создать генераторы для этих групп

`GroupNames` здесь – это одно или несколько названий групп. Генераторы (итераторы) в дальнейшем могут использоваться для доступа АО системы к агентам в группе

`DispatcherClass.add_AgentToGroup(self, a, GroupName)` Добавить агента `a` в группу `GroupName`

Группы – это совокупности агентов, к которым при работе модели можно обращаться. Например, посылать сообщения группе. Потенциально агент может входить в несколько групп

`DispatcherClass.add_Agent(self, a, GroupNames)` Добавить агента `a` в АО систему.

Здесь `GroupNames` – это список групп, к которым приписывается агент (может быть пустым)

При добавлении агенту присваивается уникальный идентификатор `ID`.

При добавлении метод `push_Message` агента привязывается к `push_Message` диспетчера.

```
DispatcherClass.push_Message(Sender,  
Destination, Type, Contents) Добавить сообщение  
в промежуточный стек
```

Создается сообщение `Msg` с полями `Destination`, `Type`, `Contents`, `Sender` и добавляется в промежуточный стек `InterimStack` диспетчера.

```
DispatcherClass.send_Message(self, Msg)  
Послать сообщение Msg получателю (получателям)
```

В сообщении `Msg` есть поле `Msg.Destination`, в котором указываются получатели. Это может быть 1) один агент, для которого указывается идентификатор, 2) группа агентов, для которой указывается название группы, 3) АО система.

Для одного агента `a` или АО системы выполняется `receive_Message(a, Msg)`. Для группы то же самое делается в цикле.

```
DispatcherClass.run() Запустить работу диспетчера
```

Переложить все сообщения из `InterimStack` в `ExecutionStack`.

Пока `ExecutionStack` не пустой повторять:

Вынуть верхнее сообщение (`Msg`) из `ExecutionStack`.

Выполнить `send_Message(self, Msg)`

Переложить все сообщения из `InterimStack` в `ExecutionStack`.

Этот метод позволяет запустить АО модель.

```
DispatcherClass.stop() Остановка диспетчера
```

Происходит очистка стеков. В результате цикл в диспетчере останавливается

3. АО система

`ABSystemClass (AgentClass)` Абстрактный класс, прародитель всех классов АО систем.

Потомок класса `AgentClass`

`Type = "Generic AB system"`

Имеет вид одного из агентов, но является владельцем других агентов.

`ABSystemClass.__init__(self)` Создать экземпляр АО системы

Здесь создается диспетчер `Dispatcher`. Здесь же АО система регистрируется в диспетчере как первый агент и метод `push_Message` АО системы привязывается к методу `push_Message` диспетчера.

`ABSystemClass.add_Agent(self, a, Groups)`
Добавить агента

Задействует метод `add_Agent` диспетчера.

`ABSystemClass.initialize_Agents(self)`
Инициализация агентов

В цикле инициализируются все агенты `a`, кроме самой АО системы:

`a.initialize(a, self.Ini)`

Агенту передаются параметры инициализации `self.Ini`

`ABSystemClass.initialize_soft_Agents(self)`
Мягкая инициализация агентов

В цикле мягко инициализируются все агенты `a`, кроме самой АО системы:

`a.initialize_soft(a, self.Ini)`

Агенту передаются параметры инициализации `self.Ini`

```
ABSystemClass.initialize_soft(self, Options)
```

Абстрактный метод для мягкой инициализации системы

Здесь мягко инициализируем всех агентов в системе, вызвав `initialize_soft_Agents`

Аргумент `Options` – это опции инициализации, которые позволяют модифицировать параметры инициализации `Ini`.

В отличие от обычной «жесткой» инициализации (см. `initialize`) здесь задаются такие свойства, которые в дальнейшем при работе системы будут существенно меняться. Эти свойства системы задаются на таком уровне, чтобы система сразу работала достаточно гладко.

В потомках внутри `initialize_soft` вызывается `initialize_soft` родителя.

```
ABSystemClass.initialize(self, Options)
```

Абстрактный метод для инициализации системы

В потомках в методе `initialize` задаются такие «фундаментальные» свойства системы, которые в дальнейшем не будут существенно меняться. Здесь же в систему с помощью `add Agent` добавляются агенты, которые там будут действовать.

На этапе инициализации нельзя посылать сообщения(!), нужно только напрямую вызывать методы системы и агентов.

При имплементации `initialize` в классах-наследниках следует учитывать, что некоторые свойства системы и агентов могут быть уже заданы. Следует следить за тем, чтобы их случайно не перезаписать.

Выполняется `initialize_Agents` и `initialize_soft`.

В потомках внутри `initialize` вызывается `initialize` родителя.

```
ABSystemClass.run_Period0(self)
```

Операции, выполняемые в период 0

Это те действия, которые выполняются в системе после инициализации в самом начале работы системы. В отличие от инициализации здесь уже можно посылать сообщения.

Нулевой период нестандартный и может, например, служить для рассылки сообщений о сборе и записи статистики системы в начале ее работы.

`ABSystemClass.start_Period(self)` Метод для операций, выполняемых в начале периода

Выполняются `signal_StartPeriod`, готовятся средства вывода статистики.

Здесь посылается сообщение типа `start_Period` всем агентам, принадлежащим системе.

В потомках внутри `start_Period` вызывается `start_Period` родителя.

Метод `start_Period` в потомках играет важную роль – в нем с помощью сообщений задаются те основные события, которые происходят в течение периода в АО модели. Если в описании модели есть последовательность событий в течение периода в виде списка, то можно отправить внутри `start_Period` соответствующие сообщения в том же порядке. Это рекомендуемый подход к программированию АО моделей с помощью данной библиотеки.

`ABSystemClass.signal_StartPeriod(self)` Метод, который подает какой-либо сигнал пользователю о начале очередного периода

`ABSystemClass.end_Period(self)` Метод для операций, выполняемых в конце периода

Здесь посылается сообщение типа `end_Period` всем агентам, принадлежащим системе.

Далее, например, могут посылаться сообщения о сборе и записи статистики системы для данного периода и т.п.

Далее могут быть разные методы `ABSystemClass` для записи статистики в файл и т.п.

`ABSystemClass.cycle_NPeriods(self, NPeriods)`
Цикл исполнения. Запускает события одного периода.

Увеличить номер периода на 1.

Если номер периода больше NPeriods, то выйти (остановить цикл).

Выслать системе (т.е. самой себе) сообщения типа start_Period и end_Period.

Выслать системе сообщение типа cycle_NPeriods (так обеспечивается продолжение цикла).

```
ABSystemClass.run_NPeriods(self, NPeriods,  
Options) Запустить систему. Модель запускается и  
работает NPeriods периодов.
```

Номер периода 0.

Выполнить initialize(self, Options) (аргумент Options – это опции инициализации).

Выслать системе сообщение run_Period0.

Выслать системе сообщение cycle_NPeriods.

Запустить диспетчер, Dispatcher.run() – модель начнет работу.

Оглавление

Введение	3
Глава 1. Методология агент-ориентированного моделирования	13
1.1. Позиции агент-ориентированного моделирования в экономической науке и его перспективность	13
1.2. Агент-ориентированное моделирование как подвид имитационного моделирования	17
1.3. Свойства агентов и агент-ориентированных моделей	19
1.4. Пространство и АОМ.....	25
1.5. Основные понятия и этапы агент-ориентированного моделирования	28
1.6. Особенности построения пространственных АОМ	43
1.7. Проблемы описания агент-ориентированных моделей.....	48
Глава 2. Обзор существующих агент-ориентированных моделей	61
2.1. Введение	61
2.2. Некоторые ранние АОМ	62
2.3. Агент-ориентированные модели экономики в целом.....	69
2.4. Моделирование пространства в существующих АОМ.....	103
2.5. Моделирование государства в существующих АОМ.....	115
Глава 3. Инструментальная и программная поддержка агент-ориентированного моделирования	133
3.1. Метод Монте-Карло, получение выборок и имитационное моделирование	133
3.2. Формальное представление агент-ориентированной модели.....	143
3.3. Сбор статистики.....	151
3.4. Согласованность. Таблицы потоков и запасов.....	157
3.5. Поведение агентов: алгоритмы обучения и принятия решений.....	177

3.6. SQ-фильтр – алгоритм обучения на основе модели пространства состояний	196
3.7. Алгоритмы выбора поставщика и механизмы торговли	213
3.8. Существующие программные средства для агент-ориентированного моделирования	228
3.9. Программная архитектура агент-ориентированных моделей	236
3.10. Составление таблиц и визуализация при работе с АОМ	256
Глава 4. Примеры агент-ориентированных моделей	267
4.1. Модель сегрегации	267
4.2. Модель пространственной диффузии инноваций	271
4.3. Модель искусственного фондового рынка	275
4.4. Модель цветочных магазинов ВЗ Академгородка	281
4.5. Модель «Динамика команд»	284
4.6. Модель оптового рынка электроэнергии	288
4.7. АОМ системы здравоохранения Новосибирской области	292
Глава 5. Основные принципы построения модели экономики России	299
5.1. Общее описание. Основные виды агентов в модели	299
5.2. Поведение домашних хозяйств	306
5.3. Поведение фирм	310
5.4. Механизм торговли на товарных рынках	324
5.5. Другие рынки в АОМММ	331
5.6. Географическая структура модели и транспорт	334
5.7. Связь с ОМММ	338
5.8. Последовательность событий в модели	344
5.9. Инициализация	346
5.10. Собираемая статистика	353
5.11. Особенности программной реализации	365
Глава 6. Тестирование модели и первоначальные экспериментальные расчеты	372
6.1. Тестирование составляющих модели	372
6.2. Сходимость к квазиравновесию в АОМММ	382

Глава 7. Моделирование экономической политики государства в агент-ориентированной модели	387
7.1. Методологические основы моделирования экономической политики в АОМММ.....	387
7.2. Структура блока «Государство» в АОМММ	391
7.3. Экономические показатели для оценки государственной экономической политики	404
7.4. Схема экспериментов с параметрами общественных финансов. Эксперимент с безусловным базовым доходом	412
7.5. Эксперимент по оптимизации общего уровня налогообложения	419
7.6. Влияние социальной политики на благосостояние	424
7.7. Эксперимент с долей социальных трансфертов в бюджете	429
Глава 8. Моделирование экономической динамики в агент-ориентированной модели	433
8.1. Роль инвестиций и цели создания инвестиционного блока в АОМММ	433
8.2. Основной капитал в АОМММ.....	434
8.3. Моделирование стационарной динамики	440
8.4. Моделирование экономического роста.....	443
8.5. Развитие модели за счет добавления финансового блока	445
Заключение	447
Список литературы	449
Приложения	477

План изданий ИЭОПП СО РАН, 2025 г.

Научное издание

Александр Анатольевич Цыплаков

**АГЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГООТРАСЛЕВОЙ
ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ЭКОНОМИКИ**

Дизайн обложки
Оригинал-макет

А.С. Кузнецова
С.А. Дучкова

Подписано к печати 22 апреля 2025 г. Формат бумаги 60×84¹/₁₆.
Гарнитура «Таймс». Объем п.л. 30,5. Уч.-изд.л. 29.
Тираж 500 экз. (Первая партия тиража 100 экз.) Заказ № 44.

Издательство ИЭОПП СО РАН

Тел. (383) 330-17-95, e-mail: s.duchkova@icie.nsc.ru
Участок оперативной полиграфии ИЭОПП СО РАН,
630090, г. Новосибирск, проспект Академика Лаврентьева, 17.