

Данный файл является фрагментом электронной копии издания,  
опубликованного со следующими выходными данными:

УДК 338.92  
ББК 65.9(2Р) 30-2  
М 744

*А в т о р ы :*

В.И. Суслов, Ю.С. Ершов, О.И. Гулакова, Д.А. Доможиров, Н.М. Ибрагимов,  
Л.В. Мельникова, Т.С. Новикова, А.А. Цыплаков

М 744 **Модели, анализ и прогнозирование пространственной экономики** / отв. ред. В.И. Суслов, науч. ред. Ю.С. Ершов. – Новосибирск: Изд-во ИЭОПП СО РАН, 2022. – 480 с.

ISBN 978-5-89665-364-6

DOI: 10.36264/978-5-89665-364-6-2022-001-480

В настоящей работе изложены результаты исследований в области экономико-математического моделирования, выполнявшихся с начала века в Институте экономики и организации промышленного производства СО РАН на основе межрегиональных межотраслевых моделей. Дается достаточно подробное описание используемых моделей. Показаны возможности их использования для расчета вариантов долгосрочных народнохозяйственных прогнозов и для анализа особенностей межрегиональных взаимодействий в экономике России.

Монография может быть полезной для научных сотрудников, студентов и аспирантов экономических специальностей, интересующихся проблемами прогнозирования и особенностями отраслевой и пространственной структуры экономики

*Монография подготовлена в рамках планов НИР ИЭОПП СО РАН по проекту 5.6.6.4 (0260–2021–0007) «Инструменты, технологии и результаты анализа, моделирования и прогнозирования пространственного развития социально-экономической системы России и её отдельных территорий», № 121040100262–7.*

ISBN 978-5-89665-364-6

DOI: 10.36264/978-5-89665-364-6-2022-001-480

УДК 338.92  
ББК 65.9(2Р) 30-2  
М 744

© ИЭОПП СО РАН, 2022 г.  
© Коллектив авторов, 2022 г.

Полная электронная копия издания расположена по адресу:  
<http://lib.ieie.nsc.ru/docs/2022/001.pdf>

## Глава 7

# СОВРЕМЕННОЕ РАЗВИТИЕ МОДЕЛЬНО-МЕТОДИЧЕСКОГО АППАРАТА ПРОСТРАНСТВЕННОГО АНАЛИЗА И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

В своем развитии модельно-методический аппарат пространственного (межрегионального) анализа и прогнозирования прошел несколько этапов. Вначале остановимся на вопросах развития и совершенствования собственно оптимизационной межрегиональной межотраслевой модели (ОМММ).

### 7.1. Развитие и совершенствование используемых приемов моделирования

Целевая функция. В каждом  $g$ -м регионе целевой является переменная  $z_g$  непродуцированного (конечного) потребления, т.е. потребления домашних хозяйств и государства (госрасходы без инвестиций) в заданной отраслевой структуре. Если эти переменные «свободны», то возникает многоцелевая модель (задача векторной оптимизации), решением которой является Парето-граница в  $m$ -мерном ( $m$  – количество регионов в системе) пространстве региональных целевых переменных (рис. 7.1).

В собственно ОМММ векторный критерий скаляризован фиксацией территориальной структуры общего по системе конечного потребления. Вектор этой структуры обозначается  $\lambda$ . Решением является некоторая точка на Парето-границе, «вырезанная» на ней заданным лучом территориальной структуры  $\lambda$ . В результате блочно-диагональная структура (на диагонали – региональные блоки, не связанные друг с другом ни переменными-столбцами, ни уравнениями-строками – рис. 7.2а) связывается общим столбцом параметров территориальной структуры общесистемного целевого показателя (рис. 7.2б).

В настоящее время при построении различных вариантов прогноза развития экономики, в связи с непропорциональным ростом отдельных компонентов конечного потребления могут использоваться постановки полудинамических моделей с целевой

функцией максимизации прироста  $z$  и, соответственно, с приростной структурой конечного потребления. В этом случае при переходе к другому варианту прогноза не придется корректировать структуру конечного потребления вручную.

Парето-граница:

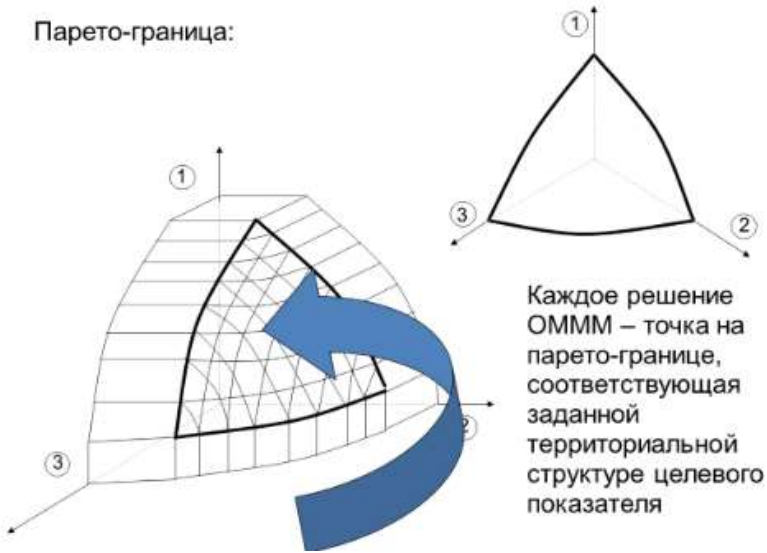


Рис. 7.1. Парето-граница в 3-региональной системе

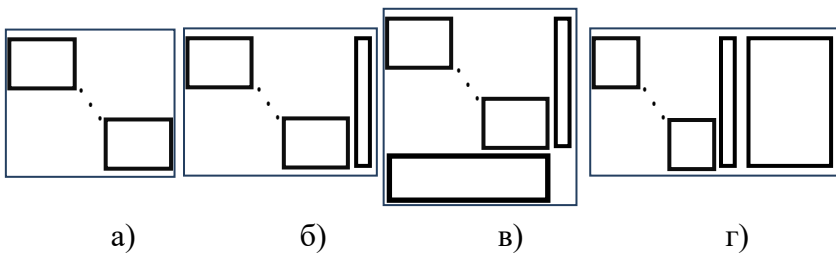


Рис. 7.2. Макроструктуры ОМММ

**Транспортно-экономические связи.** Следующий вопрос – способы представления межрегиональных и внешнеэкономических связей и транспортных затрат. Самые первые варианты модели представляли это перемещение (транспортировку) продукции с помощью условного центра. Регионы вывозят свою продукцию в некий условный центр и ввозят ее из этого центра. Переменные региональных объемов вывоза-ввоза входят в общесистемные уравнения-балансы вывоза-ввоза (балансы условного центра): суммарный по системе ввоз каждого вида транспортабельной продукции не может превышать суммарный вывоз более чем на некоторую величину (нуль или сальдо экспорта-импорта с обратным знаком), определяемую способом моделирования экспорта-импорта. Региональные блоки модели связываются общесистемными ограничениями (рис. 7.2в). В региональных балансах транспортной работы транспортные затраты с помощью специальных коэффициентов удельных транспортных затрат «привязываются» к переменным вывоза-ввоза, а также к переменным объемам производства (транспортные затраты технологические и на внутрирегиональные перевозки).

Такая упрощенная модель соответствует концепции цен единого уровня, которыми выступают оценки (двойственные переменные) ограничений-балансов условного центра. Такие модели до сих пор применяются в теоретическом анализе.

В прикладном анализе практически с самого начала использовались модели с «адресными» перевозками:  $x_j^{rs}$  – перевозка  $j$ -й продукции из региона  $r$  в регион  $s$ . Эти переменные могут представлять как внутренние межрегиональные, так и экспортно-импортные перевозки. Достигается это следующим образом. Пусть  $R$  – множество индексов регионов системы (например  $\{1, \dots, m\}$ ), а  $S$  – множество индексов внешних рынков (например  $\{m+1, \dots, m+k\}$ ). Тогда, если  $r, s \in R$ , то это внутренняя межрегиональная перевозка, если  $r \in R, s \in S$  – экспорт, если  $r \in S, s \in R$  – импорт, если  $r, s \in S$  – международный транзит по территории системы регионов. Эти переменные-столбцы связывают региональные блоки модели (рис. 7.2г).

Такой набор переменных перевозок продукции используется в современных модификациях модели. Он выражает концепцию «прямых» связей, когда каждый регион связан с каждым и со

всеми внешними рынками. Способ-столбец таких переменных включает коэффициенты транспортных затрат по всему маршруту перевозки – в пределах внешних границ системы регионов. В региональных балансах транспортной работы учитываются транспортные затраты на производство, вывоз и ввоз, экспорт и импорт и транзит.

Более «привычным» и экономным является принцип «смежных» связей, в рамках которого учитываются связи только между граничащими друг с другом регионами, а экспорт-импорт – только в регионах, имеющих внешние границы. В этом случае способы внутренних перевозок 4-компонентные: кроме  $\pm 1$  в балансах перевозимой продукции регионов-контрагентов они включают коэффициенты транспортных затрат в балансах транспортной работы этих двух регионов-контрагентов. Понятно, что из этих парных связей формируются любые маршруты, но восстановить объемы перевозок по этим любым маршрутам по решению модели однозначно невозможно. В региональных балансах транспортной работы отсутствует компонента «транзит».

Система общероссийских таблиц «затраты-выпуск», предоставляет достаточно полную информацию о транспортных затратах и их распределении по отраслям (хотя объемы пространственного перемещения продукции по-прежнему остаются статистически не измеряемыми). Оценить систему коэффициентов транспортных затрат при отсутствии полного набора региональных таблиц «затраты-выпуск» всегда было очень сложной задачей.

Теоретически известны два принципа включения транспортных затрат: в ценах производителей и ценах потребителей. Ни тот, ни другой принцип «по отдельности» не работает. Адекватными для ОМММ оказались так называемые региональные цены, которые одновременно являются ценами производителей для производимой в регионе продукции – по двойственному уравнению для переменных объемов производства – и ценами потребителей (конечного потребления) для потребляемой (ввозимой) продукции – по двойственному уравнению для переменных объемов перевозок. Этот вновь открытый принцип породил эскизно представленную выше систему показателей (переменных и параметров) транспортно-экономического баланса как блока ОМММ. Такими региональными ценами выступают оценки (двойственные переменные ограничений) балансов продукции.

**Инвестиции.** Важным этапом развития ОМММ стало создание работоспособного инвестиционного блока. С самого начала модель строилась как полудинамическая (только в 1990-х годах модель использовалась в чисто статическом варианте – по понятным причинам): ее переменные и ограничения представляют последний год некоторого прогнозного периода, включающего 10, 15 или 20 лет. Производство делится на две части: на сохранившихся «старых» и вновь введенных, «новых» мощностях. Инвестиции требуются как на поддержание «старых», так и создание «новых» производственных мощностей. Они рассматриваются как ресурс продукции капиталобразующих отраслей, как правило, машиностроения и строительства. Модель включает ограничения на суммарные за период инвестиции с коэффициентами капиталоемкости в столбцах переменных производства и переменные инвестиций последнего года – в ограничениях–балансах капиталобразующих отраслей.

В первых вариантах модели инвестиции, как последнего года, так и суммарные за период были экзогенны. Но уже с середины 1970-х годов инвестиционный блок был полностью эндогенезирован. Достигнуто это было введением закона роста инвестиций с эндогенными параметрами. Как правило, в качестве такого закона выступает экспоненциальный, а эндогенным параметром – среднегодовой темп прироста инвестиций. С увеличением этого параметра доля последнего года в суммарных за период инвестициях растет. И, поскольку суммарные за период инвестиции – это ресурс (чем они больше, тем лучше), а инвестиции последнего года – нагрузка на систему (чем их больше, тем хуже, т.к. требуются увеличивающиеся затраты на их производство), то каждая дополнительная единица инвестиций все менее эффективна. Благодаря этому свойству нелинейная зависимость между инвестициями последнего года и суммарными за период легко линеаризируется в заданном интервале значений среднегодового темпа прироста.

**Внешняя торговля.** Основным вариантом ОМММ всегда считался и считается до сих пор модель с экзогенными показателями экспорта и импорта. На следующем этапе были построены модификации модели с эндогенным блоком внешней торговли. В начале 1990-х годов стали актуальными исследования послед-

ствий либерализации внешней торговли, и такой вариант ОМММ стал интерпретироваться как модель с децентрализованной внешней торговлей. Соответственно, в модели с полностью либерализованной внешней торговлей экспорт-импорт эндогенен. Для того, чтобы такая постановка модели была корректна, в нее необходимо ввести ограничение на величину внешнеторгового баланса (рис. 7.3д). Основными параметрами этого ограничения выступают товарные валютные курсы в столбцах переменных экспорта-импорта, т.е. отношения внешних цен в валюте внешнего рынка к внутренней цене в рублях (если предварительно умножить внутренние рублевые цены на реальный валютный курс, то средний товарный валютный курс по всей товарной массе будет равен единице).

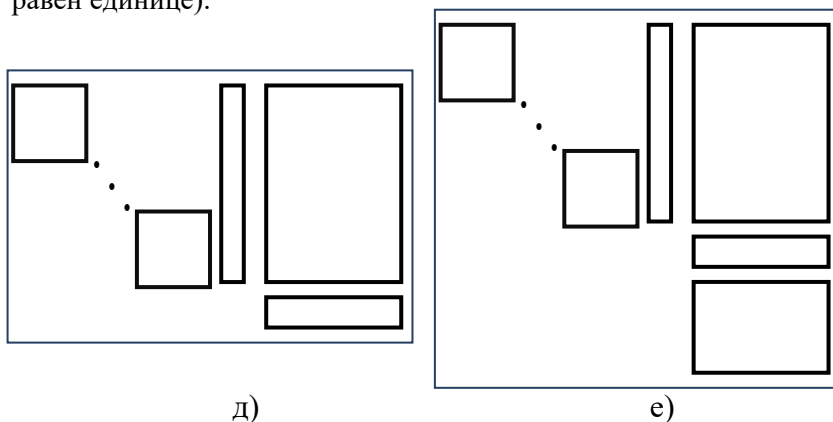


Рис. 7.3. Макроструктуры ОМММ (продолжение)

Таких ограничений может быть несколько – по числу внешних рынков с различающейся валютой. Оценки (двойственные переменные) этих ограничений имеют смысл валютных курсов. В их правых частях – фиксированные сальдо внешнеторговых балансов в соответствующей валюте. Пока в прикладных расчетах используется модель с одним внешним рынком, валютой которого является доллар.

Модели с частично либерализованной или регулируемой внешней торговлей могут включать для всех транспортабельных продуктов или их части ограничения сверху на суммарные

по всем регионам объемы экспорта и импорта. Это – таможенные ограничения (рис. 7.3е). Их правые части – экспортно-импортные квоты, их оценки (двойственные переменные) можно интерпретировать как экспортно-импортные пошлины.

Группа (подсистема) регионов с индивидуальными (региональными) ограничениями внешнеторгового баланса и общими таможенными ограничениями является таможенным союзом. После объединения индивидуальных ограничений внешнеторгового баланса в общие (в общее) эта группа становится валютным союзом. Если имеются только общие таможенные ограничения, и отсутствуют индивидуальные и групповые ограничения такого типа, то таможенным союзом выступает полная система регионов. Если кроме того имеются только общие ограничения внешнеторгового баланса, а индивидуальных или групповых ограничений нет, то вся система регионов – валютный союз.

**Парето-граница.** Один из последних в развитии собственно модели был сделан шаг к более адекватному представлению областей допустимых состояний многорегиональной системы.

Вплоть до недавнего времени ОМММ в прикладных расчетах использовалась как инструмент построения 2–3 вариантов-сценариев развития экономики. Это обеспечивалось введением избыточного количества «настраивающих» ограничений на отдельные переменные (главным образом, объемов производства). Это – «легкий» путь разработки сценариев развития, исключая возможность использования модельного аппарата в качестве инструмента анализа широких областей возможных перспектив развития и оценки эффективности (народнохозяйственной) различных вариантов динамики, различных состояний экономической системы, различных проектов, имеющих общенациональное или межрегиональное значение.

Модель без «настраивающих» ограничений в силу своей линейности генерирует сверхвысокую эластичность решений по входным параметрам. Даже небольшое их изменение может привести к значительным, содержательно необъяснимым изменениям оптимальных планов.

Теперь для проведения расчетов с эндогенными параметрами экспорта и импорта в модель введены элементы нелинейности:

- падающая эффективность затрат: каждая дополнительная единица прироста производства обеспечивается возрастающими затратами инвестиций (из микроэкономики известно,

что эффективность затрат, будучи, как правило, падающей, может быть в некоторых производствах и некоторых ситуациях растущей; в данном случае речь идет другом: о расширении производства за счет нового строительства, – и факт падения эффективности затрат связан с ограниченностью эффективных инвестиционных проектов);

- падающая эффективность сегментов внешнего рынка: каждая дополнительная единица экспорта реализуется по все более низкой цене, а каждая дополнительная единица импорта приобретается по все более высокой цене;
- последний тезис следует прокомментировать. Россия – большая страна, поэтому цены мирового рынка в торговле с ней оказываются эластичными по отношению к объемам российского экспорта-импорта. Введение в модель таких зависимостей влечет за собой требование вхождения всех российских макрорегионов в таможенный союз. По существу это нормально до тех пор, пока Россия – единая страна. Но в некоторых процедурах коалиционного анализа такое ограничение может оказаться обременительным.

На рис. 7.4 показаны разные варианты Парето-границы области допустимых значений в пространстве целевых переменных двух регионов.

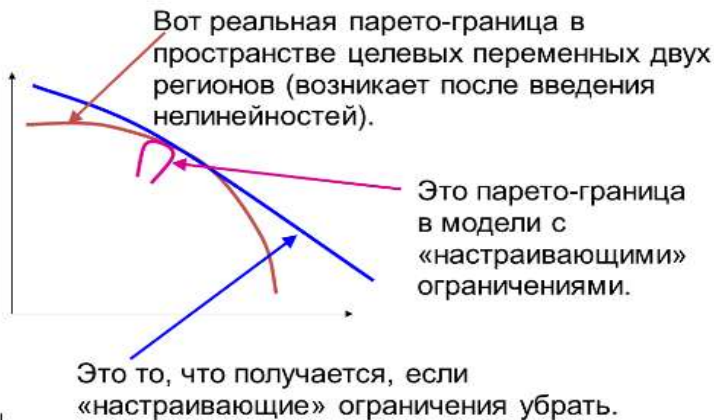


Рис. 7.4. Варианты Парето-границы 2-региональной системы

Благодаря этим нововведениям модель начинает представлять реальную границу области допустимых планов, и переход от одного сценария развития к другому осуществляется изменением небольшого числа (15–20) параметров, а не полной перестройкой многих сотен границ на отдельные переменные. «Центр тяжести» в предпрогнозной настройке модели переносится на оценку параметров нелинейности зависимостей.

Более подробно рассмотрим в разделе 7.2 математическую запись «нелинейной» постановки ОМММ, а в разделе 7.3 обратимся к способам использования этих модельных конструкций в анализе и прогнозировании развития пространственных (многорегиональных) систем.

## **7.2. Новая запись «нелинейной» постановки оптимизационной межрегиональной межотраслевой модели**

Новая запись мультирегиональной межотраслевой модели в данном разделе ориентирована на представление последних модификаций модели и на более полное использование двойственного аспекта модели в прикладном анализе.

Для обозначения *объемов производства* на старых (имеющихся, введенных до начала планового периода) мощностях по-прежнему используется символ  $x$ , например  $x_j^r$  – объем производства продукции  $j$ -й отрасли (вида деятельности) в  $r$ -м регионе. Величины старых мощностей, выступающие верхними границами на эти переменные, будут обозначаться  $N$ .

$x^r, N^r$  – вектора этих величин в  $r$ -м регионе.

Объемы производства на новых (вновь вводимых) мощностях –  $\Delta x$ , а верхние границы на них –  $\Delta N$ . Следствием введения падающей эффективности затрат на производство (ограниченности эффективных инвестиционных проектов) является использование дополнительного индекса для этих величин:  $\Delta^i x, \Delta^i N$ . С увеличением  $i$  растут затраты на производство (как правило, инвестиционные затраты).

$\Delta x^r, \Delta N^r$  – вектора этих величин в  $r$ -м регионе.

**Объемы инвестиций** обозначаются через  $u$ , например,  $u_j^r$  – объемы капитальных вложений вида  $j$  (это – продукция  $j$ -й отрасли, являющейся капиталобразующей) в последнем году планового периода в  $r$ -м регионе. Важнейшей характеристикой способа этих переменных является отношение суммарных за период инвестиций к инвестициям последнего года. С ростом инвестиций это отношение падает: каждая дополнительная единица инвестиций, произведенных в последнем году планового периода, обеспечивает все меньший прирост суммарных за весь период инвестиций, т.е. она (эта дополнительная единица) увеличивает нагрузку на экономику. Такова особенность используемой постановки модели: инвестиции последнего года – это затраты, поскольку ими выступает произведенная в последнем году продукция капиталобразующих отраслей (чем ее больше, тем выше затраты), а суммарные за период инвестиции – ресурс инвестиций, дающий возможность увеличить производство продукции на новых мощностях.

Весьма отчетливо это свойство иллюстрируется экспоненциальным законом роста инвестиций, что было показано в многочисленных прошлых публикациях, а впервые продемонстрировано А.Г. Гранбергом сорок с лишним лет назад. Непосредственно через  $u$  обозначаются самые эффективные в этом смысле инвестиции, для которых указанное отношение максимально. Обычно это – начальные инвестиции (инвестиции нижней границы интервала линеаризации), их предельная величина (граница сверху) –  $\hat{u}$ . Объемы приростов инвестиций –  $\Delta^{i_u}u$ , со своими верхними границами  $\Delta^{i_u}\hat{u}$ . С увеличением  $i_u$  падает «динамическая» эффективность инвестиций, т.е. уменьшается указанное выше отношение. Обычно – это переменные линеаризации закона роста инвестиций, как в случае с экспоненциальным законом роста.

$u^r$ ,  $\hat{u}^r$  – векторы этих величин в  $r$ -м регионе (для каждого вида инвестиций  $j$  сначала идут величины  $u$ ,  $\hat{u}$  для нижней границы интервала линеаризации, а потом величины  $\Delta^{i_u}u$ ,  $\Delta^{i_u}\hat{u}$  – в порядке падения «динамической» эффективности – по  $i_u$ ).

Усложнение обозначений **межрегиональных перевозок** продукции связано с двумя обстоятельствами. Во-первых, с введением в модель разных видов транспорта и разных типов транспортных связей. Причем виды транспорта (железнодорожный, авто-

мобильный и т.д.) не обязательно совпадают с типами транспортных связей. Так, например, в настоящее время используется модель с несколькими видами транспорта, но с одним типом транспортных связей: в способе межрегиональной связи фиксируется структура затрат разных видов транспорта.

Во-вторых, – с переходом на принцип отражения прямых, а не смежных связей между регионами. Представляются способы связей между регионами всех возможных пар, а не только граничащих регионов. Смысл в том, что общие транспортные затраты по «длинным» связям (между регионами, расположенными далеко друг от друга) меньше суммарных затрат по соответствующей композиции «коротких» (смежных) связей вследствие отсутствия многократного учета затрат на погрузочно-разгрузочные работы и т.п.

Базисное обозначение  $x^{rs}$  перевозки из  $r$ -го региона в  $s$ -й сохраняется. Добавляется еще один нижний индекс – типа транспортной связи  $i$ , так, что, например,  $x_{ij}^{rs}$  – соответствующая перевозка продукции  $j$ -й отрасли по транспортной связи  $i$ -го типа. Кроме того, теперь эти переменные участвуют в ограничениях не только ввозящего ( $s$ ) и вывозящего ( $r$ ) регионов, но и всех транзитных регионов. Для транзитных регионов они входят только в балансы транспортной работы.

$x^{ss'}$  – вектор перевозок продукции из  $s$ -го в регион  $s'$  (для каждого вида  $j$  перевозимой продукции имеется несколько переменных – по каждому типу транспортных связей).

Переход к отражению в модели прямых **экспортно-импортных связей** был осуществлен несколько лет назад. В результате, переменные экспорта и импорта имеют все регионы, а не только те, у которых есть внешние границы. Соответственно, экспортно-импортные способы «проходят» через транзитные регионы. Новым является введение нескольких внешних рынков и учет международных транзитных перевозок.

Объемы внешнеторговых перевозок обозначены как  $v$ , а внешние рынки индексируются с помощью  $\bar{k}$ . Тогда  $v^{\bar{k}r}$  (нижний индекс  $i$  типа транспортной связи и  $j$  вида продукции опущен) – импорт в  $r$ -й регион с  $\bar{k}$ -го внешнего рынка,  $v^{r\bar{k}}$  – экспорт из  $r$ -го региона на  $\bar{k}$ -й внешний рынок,  $v^{\bar{k}_1\bar{k}_2}$  – международный транзит с внешнего рынка  $\bar{k}_1$  на внешний рынок  $\bar{k}_2$ . Эти переменные входят в ограничение на сальдо внешнеторгового балан-

са, в качестве экспортно-импортных цен в котором используются товарные курсы – отношения мировых цен (соответствующего внешнего рынка) в валюте к внутренним ценам в рублях, а в качестве цены за международный транзит – отношения транзитного тарифа в валюте к внутренним ценам в рублях. Такое ограничение может быть общим для всех регионов – если все они образуют один валютный союз и на всех внешних рынках используется одна валюта. Однако это не обязательно. Эти ограничения могут быть региональными или по разным группам регионов (в зависимости от внутренних валютных соглашений).

Если на разных внешних рынках используются разные валюты, то ограничения на сальдо торгового баланса должны быть по каждому внешнему рынку по отдельности (при этом вопрос о валюте, в которой оплачиваются услуги по международному транзиту, должен решаться специально). Впрочем, возможны компромиссные решения, когда ограничение внешнеторгового баланса остается одним.

При включении в модель зависимости внешних цен от объемов внешних перевозок введенные обозначения для экспорта и импорта (моделирование международного транзита не меняется) остаются только для самых эффективных сегментов внешних рынков, с максимальными ценами по экспорту и минимальными ценами по импорту. Емкость этих сегментов, т.е. верхние границы на суммы этих переменных по всем регионам, типам транспортных связей и видам внешних рынков обозначаются  $\hat{v}^+$  для экспорта и  $\hat{v}^-$  для импорта (с нижними индексами вида перевозимой продукции). Важное отличие от предыдущих случаев линейной аппроксимации: здесь вводятся верхние границы не на отдельные переменные, а на их суммы по регионам, внешним рынкам и типам транспортных связей.

Теперь объемы приростов экспорта и импорта обозначаются  $\Delta^{i_v} v$  (с соответствующими верхними и нижними индексами). С увеличением  $i_v$  эффективность сегментов внешних рынков, к которым эти переменные относятся, падает: цены экспортной продукции уменьшаются, цены импортной продукции растут. Верхние границы на суммы этих переменных по всем регионам, типам транспортных связей и внешним рынкам обозначаются

$\Delta^{i\nu}\hat{v}^+$  для экспорта и  $\Delta^{i\nu}\hat{v}^-$  для импорта (также с нижними индексами вида перевозимой продукции).

Такой способ введения эластичности внешних цен от объемов внешней торговли предполагает, что все регионы входят в единый таможенный союз, поскольку ограничения на экспорт и импорт – общие для всех регионов.

$v^{\bar{k}s}, v^{s\bar{k}}$  – векторы объемов импорта и экспорта (для каждого вида продукции  $j$  и типа транспортных связей  $i$  сначала идут переменные  $v$  самых эффективных сегментов внешних рынков, а затем  $\Delta^{i\nu}v$  в порядке падения эффективности сегментов внешних рынков – по  $i_\nu$ );

$v^{\bar{k}_1\bar{k}_2}$  – векторы международного транзита (по видам продукции и типам транспортных связей);

$\hat{v}^+$  – вектор таможенных квот на экспорт – верхних границ на суммарные по регионам, внешним рынкам и типам транспортных связей объемы экспорта (для каждого вида продукции сначала идут лимиты  $\hat{v}^+$  на емкость самых эффективных сегментов рынков, затем  $\Delta^{i\nu}\hat{v}^+$  в порядке падения эффективности сегментов внешних рынков – по  $i_\nu$ );

$\hat{v}^-$  – аналогичный вектор по импортным квотам.

Все представленные выше векторы являются столбцами.

Описание последней группы переменных – **конечного потребления** (непроизводственного потребления, потребления домашних хозяйств и государства) – осталось прежним:

$z, z^r$  – конечное потребление по системе в целом и в  $r$ -м регионе.

Ограничения записываются в канонической форме на « $\leq$ ». Выделяются следующие группы ограничений.

**а) Балансовые ограничения.** Их три вида: по производимой продукции и услугам, по невозпроизводимым ресурсам и по инвестициям в целом за период. В балансах по продукции в правой части стоят приросты запасов и потери ( $q_p^r$ ) с обратным знаком. Скалярное произведение этого вектора на вектор соответствующих двойственных переменных ( $y_p^r$ ), которые играют роль цен продукции, с обратным знаком обозначается  $Q_p$  с верхним индексом региона. Это общая «стоимость» (в двойственных оценках продукции, играющих по своему смыслу роль цен) приростов запасов и потерь продукции.

В используемых до сих пор моделях учитывается один вид ресурса – экономически активное население (трудовые ресурсы). В принципе, их может быть несколько. В правой части этих ограничений фиксируются лимиты ресурсов ( $L^r$ , двойственные оценки этих ограничений –  $y_L^r$ ). Ограничения по инвестициям записываются для каждого вида капиталобразующей продукции (до сих пор таких видов два: машиностроение и строительство). В правой части этих ограничений стоят нули, поскольку лимиты инвестиций эндогенны и зависят от переменных  $u$  и  $\Delta u$  (двойственные оценки этих ограничений –  $y_u^r$ ).

$q^r$  – вектор-столбец правой части данных ограничений (композиция векторов  $-q_p^r, L^r, 0$ ), вектор-строка двойственных оценок этих ограничений –  $y^r$  (композиция  $y_p^r, y_L^r, y_u^r$ ).

Эти ограничения имеют естественный смысл: использовать продукцию или ресурсы можно не больше, чем их имеется, – и для  $r$ -го региона записываются следующим образом:

$$A^r x^r + \Delta A^r \Delta x^r + B^r u^r + \sum_{s,s'} C_r^{ss'} x^{ss'} + \sum_{\bar{k},s} D_r^{\bar{k}s} v^{\bar{k}s} + \sum_{\bar{k},s} D_r^{s\bar{k}} v^{s\bar{k}} + \sum_{\bar{k}_1,\bar{k}_2} D_r^{\bar{k}_1\bar{k}_2} v^{\bar{k}_1\bar{k}_2} + \alpha^r z^r \leq q^r.$$

$A^r$  – *матрица технологических способов производства* продукции и услуг на старых производственных мощностях. Коэффициенты затрат: материальных – в балансах продукции, ресурсных – в балансах невозпроизводимых ресурсов, и инвестиционных (в целом за период, необходимых на поддержание старых мощностей) – в балансах по инвестициям, – стоят со знаком «плюс». Все компоненты каждого способа-столбца этой матрицы положительны, кроме одной, той, которая стоит в балансе продукции, производимой данным способом. Эта компонента есть соответствующий коэффициент (внутренний, диагональный) материальных затрат минус единица.

$\pi^r$  – вектор-строка, результат умножения вектора-строки оценок данных ограничений ( $y^r$ ) на эту матрицу слева, взятый с обратным знаком. Это – вектор сверхприбылей по способам производства на старых производственных мощностях. Именно сверхприбылей, т.к. они равны цене продукции минус все затраты, включая инвестиционные, которые по своему смыслу образуют нормальную прибыль.

$\Delta A^r$ ,  $\Delta \pi^r$  – аналогичные матрицы и векторы для новых, приростных производственных мощностей. Отличие в том, что компонент, соответствующих  $j$ -й отрасли, не одна, а несколько – по числу приростных способов с падающей эффективностью, так, что величины сверхприбылей по ним сокращаются. Это сокращение обеспечивает корректность линеаризации нелинейных функций затрат: если в оптимальный план входит  $i$ -й по эффективности способ, то обязательно войдут и все предыдущие способы, причем их интенсивности выйдут на свои верхние границы.

$B^r$  – *матрица способов производства и использования инвестиций*, или способов линеаризации нелинейного закона роста инвестиций в  $r$ -м регионе. Все ее способы двухкомпонентные. В способах, соответствующих одному виду инвестиций, единицы стоят в балансе продукции данной капиталобразующей отрасли, а в балансе инвестиций данного вида с «минусом» стоят отношения суммарных за плановый период инвестиций к инвестициям последнего года. Первый среди способов, соответствующих одному виду инвестиций, относится к переменной  $u$  (относящейся к нижней границе интервала линеаризации), остальные к переменным  $\Delta i_u$ .

В принципе, эти матрицы могут быть одинаковыми по регионам, если во всех регионах один и тот же закон роста инвестиций линеаризируется в одном и том же интервале (для экспоненциального закона – в одном и том же интервале среднегодовых темпов прироста).

$\beta^r$  – вектор-строка, результат умножения вектора-строки оценок данных ограничений на эту матрицу слева, взятый с обратным знаком. Это – оценки сверхэффективности соответствующих способов. В совокупности способов одного вида инвестиций  $i_u = 0, 1, 2, \dots$  (индекс  $i_u = 0$  здесь используется для первого способа, относящегося к переменной  $u$ ) они сокращаются, что обеспечивает корректность линеаризации нелинейного закона роста инвестиций.

$C_r^{ss'}$  – *матрица транспортных способов*  $r$ -го региона для перевозок из  $s$ -го региона в регион  $s'$ . Сами способы-столбцы имеют два дополнительных нижних индекса:  $i$  – типа транспортной связи и  $j$  – отрасли, производящей транспортабельную про-

дукцию. В транспортных строках матрицы (в балансах транспортной работы по видам транспорта) стоят коэффициенты транспортных затрат (соответствующих видов)  $r$ -го региона – в пределах его границ – на перевозки продукции из  $s$ -го региона в регион  $s'$ . Если  $r$ -й регион является транзитным для перевозок из  $s$ -го региона в регион  $s'$ , то все остальные элементы матрицы равны нулю. Если  $s = r$ , то это способы вывоза продукции из  $r$ -го региона в регион  $s'$ . В ее строках-балансах вывозимой продукции стоят единицы. Если  $s' = r$ , то это способы ввоза продукции в  $r$ -й регион из региона  $s$ . В ее строках-балансах ввозимой продукции стоят минус единицы. Остальные элементы матрицы также равны нулю. Для всех прочих пар регионов  $s, s'$ , перевозки между которыми не затрагивают  $r$ -й регион, эта матрица равна нулю, т.е. соответствующие переменные перевозок продукции не входят в балансы продукции  $r$ -го региона.

$p_r^{ss'}$  – вектор-строка, результат умножения вектора-строки оценок ограничений на эту матрицу слева. Если  $r$ -й регион является транзитным для перевозок из  $s$ -го региона в регион  $s'$ , то это транспортные затраты, суммарные по всем видам транспорта, в «стоимостном» выражении (в оценках).  $p_r^{rs'}$  – цены франко-граница вывозящего региона: цены (оценки продукции) плюс все транспортные затраты до границы региона.  $p_r^{sr}$  – цены франко-граница ввозящего региона: цены минус все транспортные затраты от границы региона, – взятые со знаком минус.

Поскольку переменные межрегиональных перевозок не входят больше ни в какие ограничения прямой задачи, можно записать ограничения двойственной задачи для этих переменных. Для переменных  $x^{ss'}$  они записываются следующим образом:

$$\sum_r p_r^{ss'} \geq 0.$$

Это означает (учитывая условия дополняющей нежесткости), что если перевозка (конкретного вида продукции по конкретному типу транспортной связи) вошла в оптимальный план, и данное ограничение выполняется как равенство, то цена в вывозящем регионе плюс все транспортные затраты по маршруту перевозки равна цене в ввозящем регионе. Если же это ограничение выполняется как строгое неравенство, и разница цен вво-

зующего и вывозящего региона меньше суммарных транспортных затрат, то продукция не везется по такому маршруту (соответствующая переменная не входит в оптимальный план).

Если речь идет о перевозке между двумя граничными регионами – из  $r$  в  $s$ , то при наличии этой перевозки в оптимальном плане выполняется условие (индекс продукции и типа связи опущены):  $p_r^{rs} + p_s^{rs} = 0$ , – что означает: цены франко-граница вывозящего и ввозящего регионов равны между собой и образуют единую для данной пары регионов цену обмена. Если межрегиональная связь включает транзитные регионы, то трактовка цен обмена не так проста, но они существуют и имеют тип франко-граница.

Если рассматриваемый вектор, как фрагмент левой части балансовых ограничений,  $\sum_{s,s'} C_r^{ss'} x^{ss'}$  слева умножить на вектор-строку оценок этих балансовых ограничений, то образуется величина  $S^r$  – сальдо межрегионального обмена  $r$ -го региона в ценах обмена, причем транспортные затраты на транзит выступают вывозом транспортных услуг. При оптимальных значениях прямых и двойственных переменных (в силу выполнения условий дополняющей нежесткости) для этих величин выполняется естественное требование:

$$\sum_r S^r = 0.$$

$D_r^{ks}$  – матрица транспортных способов  $r$ -го региона **для импортируемой продукции** в  $s$ -й регион с внешнего рынка  $\bar{k}$ . По своей структуре она такая же, как  $C_r^{ss'}$ . Если  $r$  – транзитный регион для данной импортной поставки, то ненулевые элементы есть только в строках-балансах транспортной работы (это – соответствующие коэффициенты транспортных затрат); если  $s = r$ , т.е.  $r$ -й регион является импортирующим, то в строках-балансах импортируемой продукции ставятся минус единицы. Для остальных  $s$ -х регионов эта матрица равна нулю и соответствующие переменные импорта не входят в балансы  $r$ -го региона.

Следует заметить, что для каждого вида продукции и типа транспортной связи способы, различающиеся степенью эффективности сегмента внешнего рынка, одинаковы. То есть столбцы этой матрицы, различающиеся только индексом  $i_v$ , одинаковы.

Различия этих способов появятся в ограничениях, регулирующих внешнюю торговлю (сальдо внешнеторгового баланса, экспортно-импортные квоты).

$\bar{p}_r^{\bar{k}s}$  – вектор-строка, результат умножения вектора-строки оценок ограничений на эту матрицу слева. В случае, если  $r$ -й регион транзитный, это суммарные транспортные затраты (в «стоимостном» выражении) данного региона на транзит импортируемой продукции. Если этот регион импортирующий, то это ( $\bar{p}_r^{\bar{k}r}$ ) – цены франко-граница  $r$ -го региона для импортируемой продукции, взятые с минусом. Индекс сегментов внешнего рынка по эффективности  $i_v$  принимает значения  $0, 1, 2, \dots$ , причем компоненты с индексом 0 относятся к переменным  $v$  самых эффективных сегментов внешних рынков.

$\bar{p}^{\bar{k}s} = \sum_r \bar{p}_r^{\bar{k}s}$  – внутренние цены франко-граница импортируемой продукции для страны в целом, взятые с минусом.

$D_r^{\bar{s}\bar{k}}, \bar{p}_r^{\bar{s}\bar{k}}, \bar{p}^{\bar{s}\bar{k}}$  – аналогичная матрица и векторы *для экспортируемой продукции*. Отличия в том, что если  $s = r$ , т.е.  $r$ -й регион является экспортирующим, то в строках-балансах матрицы для экспортируемой продукции стоят не минус, а плюс единицы. Кроме того,  $\bar{p}_r^{\bar{r}\bar{k}}$  – цены франко-граница  $r$ -го региона, а  $\bar{p}^{\bar{s}\bar{k}}$  – цены франко-граница для страны в целом экспортируемой продукции, взятые не с минусом, а с плюсом.

$D_r^{\bar{k}_1\bar{k}_2}, \bar{p}_r^{\bar{k}_1\bar{k}_2}, \bar{p}^{\bar{k}_1\bar{k}_2}$  – аналогичные матрица и векторы *для продукции международного транзита*. Отличие в том, что это только компоненты транспортных затрат.  $\bar{p}^{\bar{k}_1\bar{k}_2}$  – суммарные транспортные затраты по всей территории страны. Естественно, указанная матрица равна нулю, и соответствующие переменные не входят в ограничения  $r$ -го региона, если транзитный маршрут не проходит через данный регион.

Если вектор-столбец рассматриваемого фрагмента левой части балансовых ограничений  $\sum_{\bar{k},s} D_r^{\bar{k}s} v^{\bar{k}s} + \sum_{\bar{k},s} D_r^{\bar{s}\bar{k}} v^{\bar{s}\bar{k}} + \sum_{\bar{k}_1,\bar{k}_2} D_r^{\bar{k}_1\bar{k}_2} v^{\bar{k}_1\bar{k}_2}$  умножить слева на вектор-строку оценок данных ограничений, то образуется величина  $S_v^r$  – внешнеторговое сальдо  $r$ -го региона во внутренних ценах франко-граница данного региона, причем транспортные затраты данного региона

на транзит, в том числе международный, выступают вывозом транспортных услуг. Их сумма показывает величину общего сальдо внешнеторгового баланса системы регионов во внутренних ценах:

$$\sum_r S_v^r = S_v.$$

Региональные сальдо экспорта-импорта можно измерить иначе: в ценах франко-граница системы региона в целом:

$$\tilde{S}_v^r = \sum_k (\bar{p}^{\bar{k}r} v^{\bar{k}r} + \bar{p}^{r\bar{k}} v^{r\bar{k}}).$$

Тогда, введя обозначение для общих затрат на международный транзит

$$S_v^{\leftrightarrow} = \sum_{\bar{k}_1, \bar{k}_2} \bar{p}^{\bar{k}_1 \bar{k}_2} v^{\bar{k}_1 \bar{k}_2},$$

можно записать следующее соотношение:

$$\sum_r \tilde{S}_v^r = S_v - S_v^{\leftrightarrow}.$$

$\alpha^r$  – вектор-столбец отраслевой *структуры конечного потребления* в  $r$ -м регионе (его компоненты в балансах невозпроизводимых ресурсов и инвестиций – нулевые).

$\gamma^r$  – скалярное произведение векторов  $\alpha^r$  и оценок этих ограничений. Это – «стоимость» единицы конечного потребления.

**б) Ограничения на старые мощности производства:**

$$x^r \leq N^r.$$

$\eta^r$  – вектор-строка оценок данных ограничений.

Ограничения двойственной задачи для переменных этой группы:

$$\pi^r \leq \eta^r.$$

В оптимальном решении возможны три случая (индексы региона и отрасли опущены):

- $\pi < \eta = 0$ , тогда  $x = 0$ , способ неэффективен;
- $0 < x < N$ , в этом случае  $\pi = \eta = 0$  и способ имеет нормальную эффективность;

•  $x = N$ , тогда  $\pi = \eta > 0$ , т.е. способ сверхэффективен, а оценку  $\eta$  можно интерпретировать, как налог, с помощью которого изымается сверхприбыль.

Скалярное произведение вектора этих верхних границ (правых частей) на вектор оценок плюс аналогичная величина по невоспроизводимым ресурсам группы балансовых ограничений обозначается  $Q_R^r$ . Это «стоимостная» оценка ресурсного потенциала региона.

**с) Ограничения на приросты производства**, выражающие ограниченность эффективных инвестиционных проектов:

$$\Delta x^r \leq \Delta N^r.$$

$\Delta \eta^r$  – вектор-строка оценок данных ограничений.

Ограничения двойственной задачи для переменных приростов производства:

$$\Delta \pi^r \leq \Delta \eta^r.$$

Смысл этих ограничений и величин такой же, как и для предыдущей группы, но, учитывая, что теперь для каждой отрасли есть несколько способов прироста производства с падающей эффективностью, указанные выше три возможных случая можно представить более конкретно. Для каждой отрасли с ненулевым приростом объемов производства в оптимальном решении (индексы региона и отрасли опущены) обычно имеется такой  $i^*$  (индекс способа с нормальной эффективностью), что  $0 < \Delta^{i^*} x < \Delta^{i^*} N$ ,  $\Delta^{i^*} \pi = \Delta^{i^*} \eta = 0$ . Если  $i < i^*$ , то  $\Delta^i x = \Delta^i N$ ,  $\Delta^i \pi = \Delta^i \eta > 0$ , причем  $\Delta^i \pi$ ,  $\Delta^i \eta$  сокращаются по  $i$  (падающая эффективность, точнее – сверхэффективность). Если  $i > i^*$ , то  $\Delta^i x = 0$ ,  $\Delta^i \pi < \Delta^i \eta = 0$  (способы не эффективны).

Скалярное произведение векторов этих границ и их оценок обозначается  $Q_{\Delta x}^r$ . Это «стоимостная» оценка потенциала роста.

**d) Ограничения на рост инвестиций:**

$$u \leq \hat{u}.$$

$\mu^r$  – вектор-строка оценок данных ограничений.

Ограничения двойственной задачи для переменных инвестиций:

$$\beta^r \leq \mu^r.$$

Как и для предыдущей группы ограничений, обеспечивающих линеаризацию функций падающей эффективности затрат, в данном случае для каждого вида инвестиций, ненулевых в оптимальном плане, обычно имеется такой  $i_u^*$ , что (индексы региона и вида инвестиций опущены)  $0 < \Delta^{i_u} u < \Delta^{i_u} \hat{u}$ ,  $\beta_{i_u^*} = \mu_{i_u^*} = 0$ . Если  $i_u < i_u^*$ , то  $\Delta^{i_u} u = \Delta^{i_u} \hat{u}$ ,  $\beta^{i_u} = \mu^{i_u} > 0$ , причем  $\beta^{i_u}$ ,  $\mu^{i_u}$  сокращаются по  $i_u$  (падающая эффективность приростов инвестиций). Если  $i_u > i_u^*$ , то  $\Delta^{i_u} u = 0$ ,  $\beta^{i_u} < \mu^{i_u} = 0$ .

Скалярное произведение векторов этих границ и их оценок обозначается  $Q_u$ . Это «стоимостная» оценка инвестиционного потенциала региона.

**е) Ограничения на структуру конечного потребления.**

В каждом регионе имеется одно такое ограничение, фиксирующее долю региона в общем по системе конечном потреблении:

$$-z^r + \lambda^r z \leq 0.$$

$\omega^r$  – оценка данного ограничения, т.е. конечного потребления.

Ограничение двойственной задачи для переменной конечного потребления:

$$\gamma^r \geq \omega^r.$$

Поскольку в оптимальном плане эти – целевые – переменные практически всегда положительны, то данное ограничение выполняется как равенство. То есть оценка конечного потребления равна «стоимости» единицы конечного потребления.

Это – пять групп региональных ограничений. Далее представляются общерегиональные ограничения. Их две группы.

**ф) Ограничения внешнеторгового баланса.** В него входят все переменные  $v$ , умноженные на свои цены – товарные курсы валют. В правой части стоит сальдо внешнеторгового баланса во внешних ценах (в валюте) с обратным знаком. Таких ограничений может быть несколько по числу внешних рынков, на которых используются разные валюты. Эти ограничения могут вводиться по отдельным коалициям регионов, если они образуют отдельные валютные союзы. В случае если такое ограничение одно, оно записывается следующим образом (эта запись легко обобщается на случай нескольких ограничений):

$$\sum_{\bar{k},s} g_{\$}^{\bar{k}s} v^{\bar{k}s} - \sum_{\bar{k},s} g_{\$}^{s\bar{k}} v^{s\bar{k}} - \sum_{\bar{k}_1,\bar{k}_2} g_{\$}^{\bar{k}_1\bar{k}_2} v^{\bar{k}_1\bar{k}_2} \leq -\bar{S}_{\$v}.$$

$\bar{S}_{\$v}$  – сальдо внешнеторгового баланса во внешней валюте.

$g_{\$}^{\bar{k}s}$  – вектор-строка внешних цен (во внешней валюте) продукции, импортируемой в  $s$ -й регион с  $\bar{k}$ -го внешнего рынка. Это цены СИФ, т.е. цены франко-граница страны-системы регионов. Как уже отмечалось выше, они имеют форму товарных валютных курсов («доллары к рублю»). Падающая эффективность сегментов внешнего рынка выражается в том, что эти цены растут с ростом  $i_v$  (начиная с  $i_v = 0$ ): дополнительные объемы импорта приходится закупать по более высоким ценам.

$g_{\$}^{s\bar{k}}$  – аналогичный вектор-строка внешних цен на экспортируемую продукцию. Это цены ФОБ, т.е. тоже цены франко-граница страны. Падающая эффективность сегментов внешнего рынка выражается в том, что эти цены падают с ростом  $i_v$  (начиная с  $i_v = 0$ ): дополнительные объемы экспорта приходится реализовывать по более низким ценам.

$g_{\$}^{\bar{k}_1\bar{k}_2}$  – вектор-строка внешних тарифов за международный транзит по территории страны.

Оценка этого ограничения (\$) – валютный курс – стоимость внешней валюты во внутренней («рублей за доллар»).

В результате умножения на эту оценку получают соответствующие величины во внутренней валюте (но, по-прежнему, во внешних ценах):

$$\bar{S}_v, g^{\bar{k}s}, g^{s\bar{k}}, g^{\bar{k}_1\bar{k}_2}.$$

$\bar{S}_v^r = \sum_{\bar{k}} (-g^{\bar{k}r} v^{\bar{k}r} + g^{r\bar{k}} v^{r\bar{k}})$  – региональные сальдо экспорта-импорта во внешних ценах, но во внутренней валюте.

$\bar{S}_v^{\leftrightarrow} = \sum_{\bar{k}_1,\bar{k}_2} g^{\bar{k}_1\bar{k}_2} v^{\bar{k}_1\bar{k}_2}$  – общие доходы от международного транзита во внешних тарифах, но во внутренней валюте.

В оптимальном плане, после подстановки в это ограничение оптимальных значений переменных прямого и двойственного плана получается следующее соотношение:

$$\sum_r \bar{S}_v^r + \bar{S}_v^{\leftrightarrow} = \bar{S}_v.$$

Для переменных международного транзита, поскольку они не входят в другие ограничения, можно записать ограничения двойственной задачи:

$$\bar{p}^{\bar{k}_1\bar{k}_2} - g^{\bar{k}_1\bar{k}_2} \geq 0.$$

С учетом условий дополняющей нежесткости это означает следующее. В оптимальном плане по тем транзитным маршрутам, по которым осуществляются перевозки, транспортные затраты в точности равны транзитному тарифу. А если затраты больше тарифа, то перевозка не осуществляется. Отсюда же следует, что общие доходы от международного транзита во внешних тарифах равны общим затратам на него во внутренних тарифах:

$$\bar{S}_v^{\leftrightarrow} = S_v^{\leftrightarrow}.$$

**г) Таможенные ограничения.**

Предположив, что все регионы имеют выходы на все сегменты всех внешних рынков, по всем транспортабельным видам продукции и всем типам транспортных связей, эти ограничения можно записать следующим образом:

$$H \sum_{\bar{k},s} v^{\bar{k}s} \leq \hat{v}^-,$$

$$H \sum_{k,s} v^{s\bar{k}} \leq \hat{v}^+.$$

$H$  – сумматор по типам транспортных связей: в строке каждого вида продукции стоят единицы в столбцах разных типов транспортных связей.

$\tau^-, \tau^+$  – векторы-строки результаты умножения векторов-строк оценок этих ограничений по импорту ( $\tau_v^-$ ) и по экспорту ( $\tau_v^+$ ) слева на матрицу  $H$ . Фактически, это векторы оценок данных ограничений, в которых продублированы компоненты по числу типов транспортных связей. По своему смыслу это – импортно-экспортные пошлины.

Теперь можно записать ограничения двойственной задачи для переменных импорта и экспорта.

$$\text{Для } v^{\bar{k}s}: \bar{p}^{\bar{k}s} + g^{\bar{k}s} + \tau^- \geq 0.$$

В оптимальном плане с учетом условий дополняющей нежесткости это соотношение означает следующее. Если продук-

ция импортируется, то внутренняя цена (франко-граница страны) в точности равна внешней цене (также франко-граница страны) плюс импортная пошлина. Если внутренняя цена меньше внешней плюс таможенная пошлина, то продукция не импортируется.

Как и в описанных выше ситуациях падающей эффективности приростов производства и инвестиций, если по какому-то виду продукции в регион осуществляется импорт с некоторого сегмента какого-то внешнего рынка, то имеет место и импорт со всех более эффективных (имеющих менее высокую цену) сегментов данного внешнего рынка. Кроме того, для каждого вида продукции обычно существует номер сегмента внешнего рынка  $i_v^*$ , обладающий следующими свойствами. Имеется по крайней мере один регион, в который импортируется данная продукция с данного сегмента некоторого внешнего рынка без уплаты импортной пошлины, а импорт продукции в страну с менее эффективных (имеющих более высокую цену) сегментов всех рынков не осуществляется.

$$\text{Для } v^{s\bar{k}}: \bar{p}^{s\bar{k}} - g^{s\bar{k}} + \tau^+ \geq 0.$$

Теперь в оптимальном плане с учетом условий дополняющей нежесткости это соотношение означает следующее. Если продукция экспортируется, то внутренняя цена (франко-граница страны) в точности равна внешней цене (также франко-граница страны) минус экспортная пошлина. Если внешняя цена меньше внутренней плюс таможенная пошлина, то продукция не экспортируется.

По сравнению с предыдущей ситуацией с «зеркальным отображением» работает свойство падающей эффективности сегментов внешних экспортных рынков.

Сумма скалярных произведений векторов правых частей этих ограничений на векторы своих двойственных оценок обозначается  $T$ . Эта величина в оптимальном плане однозначно распределяется по регионам, так, что  $T = \sum_r T^r$ ,

$$\text{где } T^r = \sum_{\bar{k}} (\tau^- v^{\bar{k}r} + \tau^+ v^{r\bar{k}}).$$

Из соотношений двойственной задачи, учитывая условия дополняющей нежесткости, легко установить, что

$$\tilde{S}_v^r = \bar{S}_v^r - T^r,$$

т.е. региональные сальдо внешнеторгового баланса во внутренних ценах (в одном из своих измерений) меньше того же сальдо во внешних ценах на суммарную величину таможенных платежей. Аналогичное соотношение выполняется для общего по системе сальдо торгового баланса:

$$S_v = \bar{S}_v - T.$$

**Целевая функция** в модели:

$$z \rightarrow \max!.$$

Ограничение двойственной задачи, соответствующее целевой переменной, имеет следующую форму:

$$\sum_r \omega^r \lambda^r \geq 1.$$

Поскольку в любом оптимальном плане, имеющем содержательный смысл, целевая переменная строго положительна, это ограничение выполняется как равенство. То есть средняя «стоимость» (взвешенная по территориальной структуре конечного потребления) единицы конечного потребления равна единице.

Если обе части этого уравнения умножить на оптимальное значение  $z$ , то получится следующее соотношение:

$$\sum_r \omega^r z^r = z.$$

Это соотношение при эндогенных  $z^r$  является уравнением той грани Парето-границы, которую пересек луч территориальной структуры конечного потребления  $\lambda^r$ ,  $r = 1, 2, \dots$ . Этот факт доказывается благодаря тому обстоятельству, что правая часть двойственной задачи в этой модели есть орт с единицей по уравнению, соответствующему целевой переменной  $z$ .

Более развернутое представление получили **макрофинансовые балансы**.

Региональные макрофинансовые балансы, которые выполняются в оптимальном плане, имеют следующую форму:

$$z^r \omega^r = -Q_p^r + Q_R^r + Q_{\Delta x}^r + Q_u^r - S^r - S_v^r.$$

Сумму  $-Q_p^r + Q_R^r + Q_{\Delta x}^r + Q_u^r$  можно обозначить как  $Q^r$ . Это – общий вклад региона в конечное потребление системы регионов в «стоимостном» выражении или произведенный в регионе ресурс общего конечного потребления. Данное соотношение имеет прозрачный смысл: конечное потребление региона в «стоимостном» выражении меньше произведенного в регионе ресурса ко-

нечного потребления на величину сальдо межрегионального обмена и внешнеторгового баланса во внутренних ценах.

Общерегionalный макрофинансовый баланс записывается следующим образом:

$$z = -Q_p + Q_R + Q_{\Delta x} + Q_u \overbrace{-S_v}^{-S_v} + T,$$

где  $Q_p$ ,  $Q_R$ ,  $Q_{\Delta x}$ ,  $Q_u$  – суммы по регионам соответствующих региональных величин. Их общая сумма, обозначенная  $Q$ , есть произведенный в системе ресурс конечного потребления. Он в оптимальном плане больше фактического конечного потребления на величину сальдо внешнеторгового баланса во внутренних ценах.

Иногда применяется *модель с экзогенной внешней торговлей*. В ней все внешнеторговые переменные фиксируются на определенном уровне (фактическом, прогнозном, по разным вариантам прогноза) и переносятся в правую часть. В результате исчезают ограничения внешнеторгового баланса и таможенные ограничения. В правые части балансов продукции (в вектор-столбец  $q^r$ ) попадают отраслевые сальдо экспорта-импорта с обратным знаком, а  $Q_p^r$  начинает включать общее сальдо внешнеторгового баланса во внутренних ценах. Макрофинансовые балансы получают следующую форму:

$$z^r \omega^r = Q^r - S^r \text{ и } z = Q.$$

Для проведения расчетов, иллюстрирующих многие теоретические положения из области равновесия по Вальрасу, Нэшу, Эджварту, полезна *упрощенная версия многорегиональной модели*. Все транспортные перевозки осуществляются через некий условный центр, в который ввозится из регионов и за границы и из которого развозится по регионам и за границу продукция. В такой модели отсутствуют переменные экспортно-импортных связей и, соответственно, ограничения внешнеторгового баланса, таможенные ограничения, а балансовые ограничения принимают следующую форму:

$$A^r x^r + \Delta A^r \Delta x^r + B^r u^r + C^{*r} x^{*r} + C^{r*} x^{r*} + \alpha^r z^r \leq q^r.$$

$x^{*r}$ ,  $x^{r*}$  – векторы-столбцы *объемов ввоза и вывоза*, включая объемы, соответственно, импорта и экспорта, для  $r$ -го региона.

$C^{*r}$  – *матрица транспортных способов* ввоза продукции в  $r$ -й регион. В балансах транспортной работы стоят коэффици-

циенты транспортных затрат на ввоз (включая импорт) продукции в данный регион из условного центра. В балансах ввозимой продукции стоят минус единицы.

$C^{r*}$  – аналогичные матрицы для вывоза. Отличие от матриц для ввоза в том, что в балансах вывозимой продукции стоят единицы, а в балансах транспортной работы – коэффициенты транспортных затрат на вывоз (включая экспорт) продукции из данного региона в условный центр.

$p^{*r}$  – вектор-строка, результат умножения вектора-строки оценок данных ограничений на матрицу  $C^{*r}$  слева. Это цены франко-условная граница региона (цена – оценка продукции – в регионе минус транспортные затраты от границы с условным центром), взятые с минусом.

$p^{r*}$  – аналогичный вектор-строка по вывозимой продукции. Это тоже цены «франко-условная граница региона» (цена в регионе плюс транспортные затраты до границы с условным центром), взятые со своим знаком (с плюсом).

#### **Ограничения торгового баланса:**

$$H \sum_r (x^{*r} - x^{r*}) \leq -c,$$

где  $c$  – вектор-столбец сальдо экспорта-импорта по отраслям.

Двойственные оценки этих ограничений по своему смыслу являются ценами обмена и внешней торговли, одинаковыми для всех регионов.

$\tau$  – вектор-строка результат умножения вектора-строки оценок этих ограничений ( $\tau_p$ ) на матрицу  $H$ . Фактически, это вектора оценок данных ограничений (т.е. цен обмена), в которых продублированы компоненты по числу типов транспортных связей.

Ограничения двойственной задачи для переменных  $x^{*r}$ :

$$p^{*r} + \tau \geq 0.$$

В оптимальном плане с учетом условий дополняющей жесткости это означает, что, если продукция ввозится (импортируется), то ее цена «франко-условная граница региона» в точности равна ее цене обмена, но, если цена обмена больше (слишком дорого) цены «франко-условная граница региона», то продукция не ввозится.

Для переменных  $x^{r*}$ :

$$p^{r*} - \tau \geq 0.$$

Это означает следующее. Если продукция вывозится (экспортируется), то ее цена «франко-условная граница региона» в точности равна ее цене обмена, но если цена обмена меньше (слишком дешева) цены «франко-условная граница региона», то продукция не вывозится.

После подстановки в ограничения торгового баланса оптимальных значений переменных и умножения слева обеих их частей на вектор-строку оптимальных оценок будет получено следующее выражение (с учетом условий дополняющей нежесткости):

$$\sum_r \bar{S}^r = S_v,$$

где  $\bar{S}^r = \tau(-p^{*r} + p^{r*})$  – региональные суммарные сальдо межрегионального обмена и внешнеторгового баланса во внутренних ценах обмена,

$$S_v = \tau_p c.$$

Кроме того, используя условия дополняющей нежесткости, легко установить, что

$$S^r = p^{*r} x^{*r} + p^{r*} x^{r*} = \bar{S}^r.$$

Региональные макрофинансовые балансы имеют следующий вид:

$$z^r \omega^r = Q^r - S^r,$$

а общерегиональный – такую форму:

$$z = Q - S_v.$$

В версии упрощенной модели с экзогенной торговлей переменные  $x^{*r}$ ,  $x^{r*}$  относятся только к межрегиональному обмену, величины  $q^r$ ,  $Q^r$  корректируются точно также как и в полной версии модели с экзогенной внешней торговлей – на величины экспортно-импортных сальдо,  $c^r = 0$ ,  $S^r$  – региональные сальдо только межрегионального обмена, и  $\sum_r S^r = 0$ . Макрофинансовые балансы получают такую же форму, что и в полной модели с экзогенной внешней торговлей:

$$z^r \omega^r = Q^r - S^r \text{ и } z = Q.$$

### ***Модификации моделей: резюме***

Структура многорегиональной межотраслевой модели в прямой и двойственной постановке представлена на рис. 7.5

(1-й столбец – двойственные оценки ограничений, изображенные как столбцы, но являющиеся строками, 1-я строка – переменные прямого плана, представленные на рисунке как строки, но являющиеся столбцами).

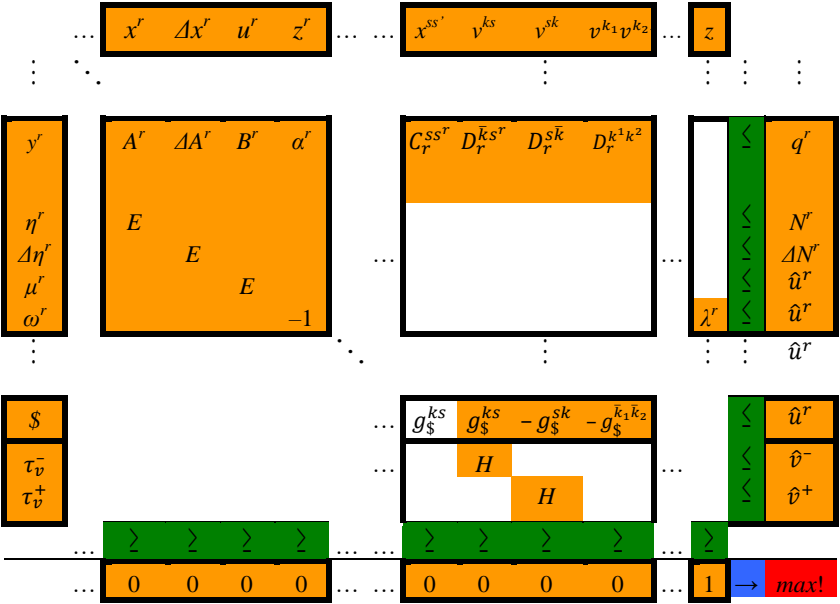


Рис.7.5. Структура OMMM

Здесь  $y^r$  – композиция  $y_p^r, y_L^r, y_u^r$ ,  $q^r$  – композиция  $q_p^r, L^r, 0$ . Элементы этих композиций соответствуют группам балансов по продукции, по невозпроизводимым ресурсам и по инвестициям.

Для записи ограничений двойственной задачи использовались следующие агрегаты.

$$\begin{aligned}
 \pi^r &= -y^r A^r, \Delta \pi^r = -y^r \Delta A^r, \beta^r = -y^r B^r, \gamma^r = y^r \alpha^r, p_r^{ss'} \\
 &= y^r C_r^{ss'}, \bar{p}_r^{\bar{k}s} = y^r D_r^{\bar{k}s}, \\
 \bar{p}^{\bar{k}s} &= \sum_r p_r^{\bar{k}s}, \bar{p}_r^{s\bar{k}} = y^r D_r^{s\bar{k}}, \bar{p}^{s\bar{k}} = \sum_r p_r^{s\bar{k}}, \bar{p}_r^{\bar{k}_1\bar{k}_2} = \\
 &= y^r D_r^{\bar{k}_1\bar{k}_2}, \bar{p}^{\bar{k}_1\bar{k}_2} = \sum_r \bar{p}_r^{\bar{k}_1\bar{k}_2},
 \end{aligned}$$

$$g^{\bar{k}s} = \$g_{\$}^{\bar{k}c}, \quad g^{s\bar{k}} = \$g_{\$}^{s\bar{k}}, \quad g^{\bar{k}_1\bar{k}_2} = \$g_{\$}^{\bar{k}_1\bar{k}_2},$$

$$\tau^- = \tau_v^- H, \quad \tau^+ = \tau_v^+ H.$$

В этих агрегатах ограничения двойственной задачи записываются следующим образом:

$$-\pi^r + \eta^r \geq 0, \quad -\Delta\pi^r + \Delta\eta^r \geq 0, \quad -\beta^r + \mu^r \geq 0, \quad \gamma^r - \omega^r \geq 0, \quad \sum_r p_r^{ss'} \geq 0,$$

$$\bar{p}^{\bar{k}s} + g^{\bar{k}s} + \tau^- \geq 0, \quad \bar{p}^{s\bar{k}} - g^{s\bar{k}} + \tau^+ \geq 0, \quad \bar{p}^{\bar{k}_1\bar{k}_2} - g^{\bar{k}_1\bar{k}_2} \geq 0, \quad \sum_r \omega^r \lambda^r \geq 1.$$

Для записи макрофинансовых балансов используются следующие агрегаты:

$$S^r = \sum_{s,s'} p_r^{ss'} x^{ss'},$$

$$S_v^r = \sum_{k,s} (\bar{p}_r^{\bar{k}s} v^{\bar{k}s} + \bar{p}_r^{s\bar{k}} v^{s\bar{k}}) + \sum_{\bar{k}_1, \bar{k}_2} \bar{p}_r^{\bar{k}_1\bar{k}_2} v^{\bar{k}_1\bar{k}_2},$$

$$\tilde{S}_v^r = \sum_k (\bar{p}^{\bar{k}r} v^{\bar{k}r} + \bar{p}^{r\bar{k}} v^{r\bar{k}}), \quad S_v^{\leftrightarrow} = \sum_{\bar{k}_1, \bar{k}_2} \bar{p}^{\bar{k}_1\bar{k}_2} v^{\bar{k}_1\bar{k}_2},$$

$$Q_p^r = y_p^r q_p^r, \quad Q_R^r = y_L^r L^r + \eta^r N^r, \quad Q_{\Delta x}^r = \Delta\eta^r \Delta N^r, \quad Q_u^r = \mu^r \hat{u}^r, \quad Q^r = -Q_p^r + Q_R^r + Q_{\Delta x}^r + Q_u^r,$$

$$\bar{S}_v = \$\bar{S}_{\$v}, \quad \bar{S}_v^r = \sum_{\bar{k}} (-g^{\bar{k}r} v^{\bar{k}r} + g^{r\bar{k}} v^{r\bar{k}}), \quad \bar{S}_v^{\leftrightarrow} = \sum_{\bar{k}_1, \bar{k}_2} g^{\bar{k}_1\bar{k}_2} v^{\bar{k}_1\bar{k}_2}, \quad \bar{S}_v^{\leftrightarrow} = S_v^{\leftrightarrow},$$

$$T = \tau_v^- \hat{v}^- + \tau_v^+ \hat{v}^+, \quad T^r = \sum_{\bar{k}} (\tau^- v^{\bar{k}r} + \tau^+ v^{r\bar{k}}), \quad \tilde{S}^r = \bar{S}_v^r - T^r,$$

$$Q_p = \sum_r Q_p^r, \quad Q_R = \sum_r Q_R^r, \quad Q_{\Delta x} = \sum_r Q_{\Delta x}^r, \quad Q_u = \sum_r Q_u^r, \quad Q = -Q_p + Q_R + Q_{\Delta x} + Q_u,$$

$$\sum_r S^r = 0, \quad \sum_r S_v^r = S_v = \bar{S}_v - T, \quad \sum_r T^r = T, \quad \sum_r \tilde{S}_v^r = \bar{S}_v - \bar{S}_v^{\leftrightarrow}, \quad \sum_r \tilde{S}^r = S_v - S_v^{\leftrightarrow}.$$

В этих агрегатах макрофинансовые балансы записываются следующим образом ( в самой компактной форме):

$$\omega^r z^r = Q^r - S^r - S_v^r, \quad r = 1, 2, \dots, \quad z = Q - S_v.$$

Структура многорегиональной межотраслевой модели с экзогенной внешней торговлей в прямой и двойственной постановке имеет следующий вид (рис. 7.6).

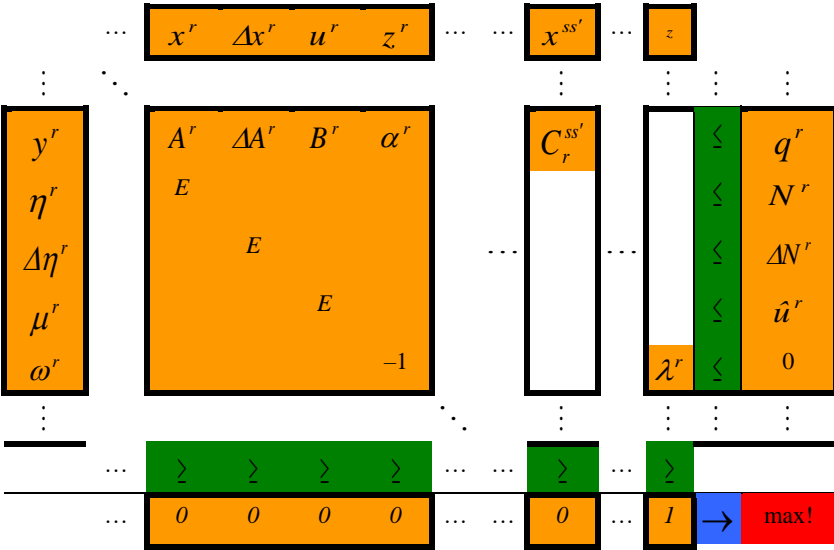


Рис.7.6. Структура ОМММ с экзогенной внешней торговлей

Новых агрегатов для записи ограничений двойственной задачи и макрофинансовых балансов не возникает. Существенно сокращается их количество.

Макрофинансовые балансы получают следующую форму:

$$z^r \omega^r = Q^r - S^r, \quad r = 1, 2, \dots \text{ и } z = Q.$$

Упрощенная версия многорегиональной модели имеет следующую структуру (рис. 7.7).

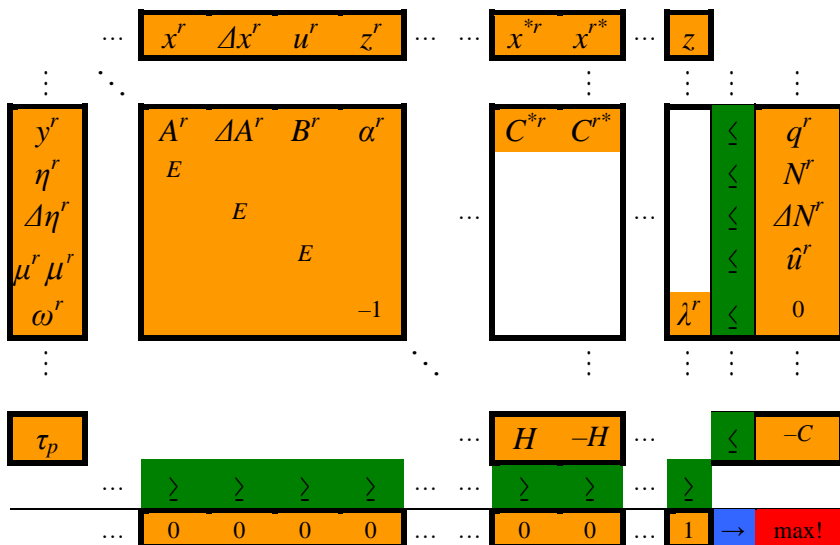


Рис. 7.7. Структура ОМММ с условным центром

Новые агрегаты, используемые для записи ограничений двойственной задачи:

$$p^{*r} = y^r C^{*r}, \quad p^{r*} = y^r C^{r*}, \quad \tau = \tau_p H.$$

Новые ограничения двойственной задачи:

$$p^{*r} + \tau \geq 0, \quad p^{r*} - \tau \geq 0.$$

Новые агрегаты для записи макрофинансовых балансов:

$$S^r = p^{*r} x^{*r} + p^{r*} x^{r*}, \quad \bar{S}^r = \tau(-p^{*r} + p^{r*}), \quad S^r = \bar{S}^r, \quad S_v = \\ = \tau_p c, \quad \sum_r S^r = S_v.$$

Макрофинансовые балансы имеют следующий вид:

$$z^r \omega^r = Q^r - S^r, \quad r = 1, 2, \dots, z = Q - S_v.$$

Упрощенная версия модели с экзогенной внешней торговлей имеет такую же структуру ( $c = 0, S_v = 0$ ). Макрофинансовые балансы получают такую же форму, что и в полной модели с экзогенной внешней торговлей:

$$z^r \omega^r = Q^r - S^r, \quad r = 1, 2, \dots \text{ и } z = Q.$$

### **7.3. Модельно-методические схемы анализа и прогнозирования**

#### **7.3.1. Разработка сценариев социально-экономического развития страны и ее макрорегионов**

Главную содержательную роль в проведении модельных расчетов при построении сценариев развития играют группы экспертов по отраслевым, региональным и проблемно-функциональным разделам. В эти группы наряду с исследователями, «модельерами» должны входить представители бизнеса, власти, общественных организаций.

Группы экспертов имеют свои представления о возможном ходе событий в своей области – экспертная информация, локальные прогнозы, которые выражены в терминах переменных, как входа, так и выхода моделей комплекса. Одна из задач «модельеров», участвующих в работе, заключается в преобразовании экспертных данных во входную для моделей информацию и, после получения решения моделей, в обратном преобразовании выходной модельной информации в экспертные данные. При этом используются различные интерфейсные модели различных классов: модели прямого счета, имитационные, эконометрические, сетевые.

Эксперты и их группы, исходя из сформулированных целевых установок и сценарных условий (цели, проблемы, концепции, сценарии), экспертных данных (локальных прогнозов), формируют (с помощью «модельеров») вход для основной модели комплекса (ОМММ). Если решение модели, переведенное в форматы экспертных данных, не противоречит исходным целевым установкам и сценарным условиям (локальным прогнозам) ни одного эксперта, то можно считать, что искомый прогноз (сценарий) получен. В нем согласованы представления о будущем всех участвующих в работе экспертов – все локальные прогнозы.

В реальной действительности получение такого согласованного прогноза является результатом длительной работы, в процессе которой эксперты корректируют (согласуют) свои мнения (целевые установки и сценарные условия – локальные прогнозы), а макро модель в лице группы специалистов, «ведущих» ее – «модельеров», выступает в роли некоего центрального экспертного совета. Для получения согласованных решений, особенно по цен-

тральному сценарию развития, ОМММ реализуется много раз, и проводится не один десяток совещаний экспертов в форме «мозгового штурма».

Схематично этот процесс изображен на рис 7.8.

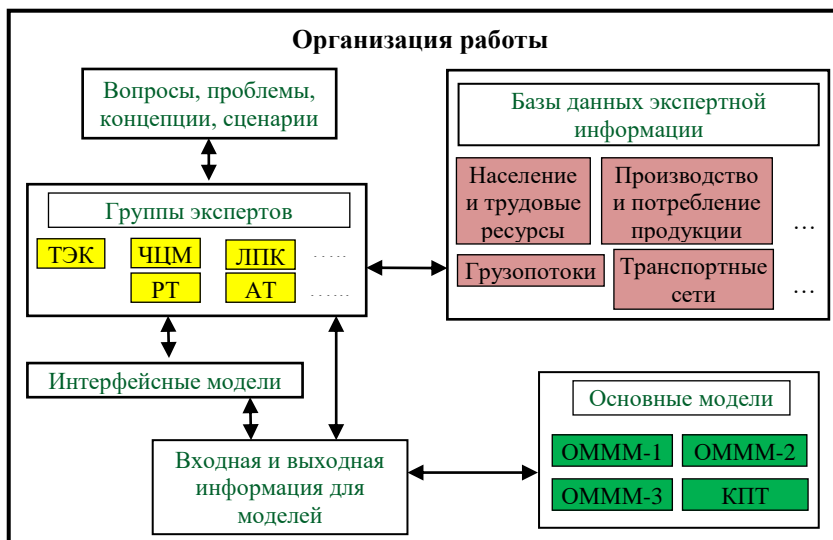


Рис. 7.8. Схема взаимодействий при разработке сценариев развития

Этот процесс можно определить как своеобразный формализованный форсайт-проект. В отличие от обычного форсайта, в котором гармонизируются оценки разных экспертов по одному и тому же объекту исследования, в этом форсайт-проекте согласуются оценки экспертов разных объектов, образующих некоторую систему. Эти оценки-мнения должны быть согласованными в рамках данной системы, причем инструментом согласования (определения меры рассогласованности) выступает большая прикладная модель, в данном случае – ОМММ.

### 7.3.2. Анализ межрегиональных экономических взаимодействий

В таком анализе используется теория экономического равновесия. Его теоретико-методологический фундамент можно назвать теорией экономического взаимодействия регионов.

Теория экономического равновесия в целом сложилась уже давно. Последние 35–40 лет проходила лишь доработка некоторых фрагментов теории и основанных на ней методов прикладного анализа. В частности, строгое доказательство существования разных видов равновесия в пространственных системах, описываемых моделями типа ОМММ с условным центром, получено совсем недавно (Васильев В.А., Суслов В.И., 2010; Васильев В.А., 2012).

Как это чаще всего и бывает, теория приобретает законченные формы тогда, когда необходимость в ней уже исчезает: жизнь уходит дальше.

Классическое равновесие – понятие статики с неизменными технологиями, совершенной конкуренцией, полной транспарентностью. Современная инновационная экономика шумпетерианского типа в принципе другая. Она динамична, с весьма подвижным технологическим базисом, «перманентной» монополистической конкуренцией (инноватор – краткосрочный монополист), сегментированным информационным полем (интеллектуальная собственность). Теория и методы анализа такой экономики только складываются. Но и «старая» теория экономического равновесия интересна и поучительна, тем более что многие ее фрагменты будут, несомненно, использованы при конструировании «новой» теории – теории инновационной экономики.

Понятие равновесия применимо к субъектной экономике, представляющей собой систему агентов рынка со своими интересами и рычагами влияния. Для пространственных систем, рассматриваемых в этом подходе, такими субъектами являются регионы в лице «как бы» некоторых региональных органов власти, которые стремятся улучшить материальное положение своего населения (интересы – в соответствии с критерием оптимальности в ОМММ), выбирая тот или иной план функционирования своего регионального хозяйства, в том числе планы обмена продукцией с другими регионами системы и внешним миром (рычаги влияния).

Имеются две принципиально разные «рыночные» стратегии поведения условных региональных центров власти, приводящие к двум различным типам равновесия (Вальрас и Нэш).

***Рынок по Вальрасу*** – самый обычный.

Каждый субъект рынка (в данном случае, регион) определяет свой спрос и предложение (вывоз-ввоз, экспорт-импорт продук-

ции), максимизируя свою целевую функцию при бюджетном ограничении в текущих ценах обмена. При этом он не задумывается о партнерах или о каких-то целях общего характера. Далее на всех рынках работает закон спроса и предложения: цена растет, если совокупный спрос (ввоз и импорт) превышает совокупное предложение (вывоз и экспорт) и наоборот. Субъекты рынка пересматривают свои планы. И так далее, пока не будет достигнуто равновесие.

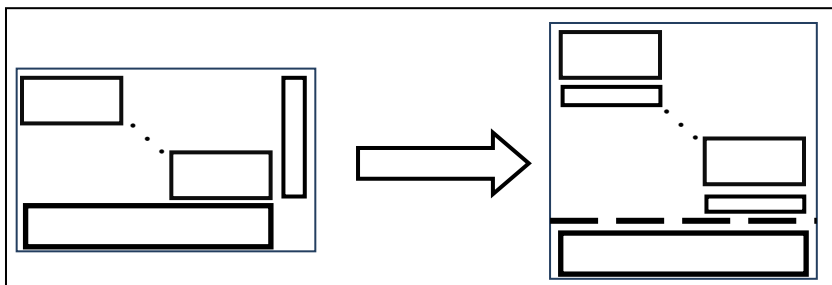


Рис. 7.9. Переход к структуре модели экономического взаимодействия регионов

Математическая конструкция, представляющая данный процесс, называется моделью экономического взаимодействия регионов (МЭВР). В случае, описанном выше, она представляет собой декомпозицию ОМММ с условным центром (рис. 7.9). В такой модели каждый региональный блок – самостоятельная задача с бюджетным ограничением, решаемая на максимум «своей» региональной целевой переменной. По величине невязок балансов вывоза-ввоза (включая экспорт-импорт) условного центра, которые выступают условиями равновесия, корректируются цены в бюджетных ограничениях. При достижении нулевых невязок процесс завершается.

В расчетах по условному малоразмерному примеру использовалась именно такая математическая конструкция, но сами расчеты проводились без имитации рыночных механизмов – во всех узлах аппроксимирующей сетки, «покрывающей» все возможные значения цен обмена (это квадрат, поскольку перевозимых продуктов – два). При приближении к окрестности равновесия сетка детализировалась. Это гарантировало нахождение всех точек равновесия, а не только тех устойчивых, к которым приводит процесс.

В прикладных расчетах с большими моделями реализовать такой подход невозможно. Да и не нужно. Дело в том, что большинство решений многорегиональной модели равновесны по Вальрасу: каждое из них является композицией решений региональных моделей при определенных ценах обмена и сальдо бюджетов. Другими словами, любое решение ОМММ с ненулевыми оценками потребления во всех регионах (т.е. оптимальное по Парето) индуцирует цены обмена и региональные сальдо бюджетов, такие, что декомпозиция этого решения по регионам дает решение МЭВР с выполненными балансами условного центра. Более того, концепция равновесия Вальраса при «работе» с единой ОМММ точно так же распространяется и на модели с «адресными» перевозками (а не только с условным центром), для которых условия равновесия выглядят следующим образом (для всех перевозок по всем продуктам; индекс продукции опущен):

$$x^{rs,r} \geq x^{rs,s},$$

где  $x^{rs,r}, x^{rs,s}$  – объем перевозки продукции из региона  $r$  в регион  $s$ , оптимальный в разных задачах,  $r$ -го и  $s$ -го регионов.

Равновесия по Вальрасу с нулевыми сальдо региональных бюджетов (равновесие в узком смысле) имеют особое значение. Это – состояния эквивалентного межрегионального обмена. В общем случае их нечетное количество. Это свойство иллюстрируется на рис. 7.10.

На этом рисунке показана зависимость сальдо бюджета 2-го региона от доли 1-го региона в общесистемном потреблении. Эта зависимость возрастающая, что очевидно, но она не монотонна. Такие зависимости называются полунепрерывными сверху: при переходе от одной грани Парето-границы на другую происходит «срыв» вниз, после чего рост продолжается. Понятно, что линия такой зависимости в общем случае может пересечь горизонтальную линию нулевого сальдо нечетное количество раз. На рисунке – имеется пять равновесий с нулевыми сальдо.



В прикладном анализе поиск состояний эквивалентного межрегионального обмена (равновесий Вальраса с нулевыми сальдо бюджетов) осуществляется проведением серии решений задачи (ОМММ) для системы в целом, в которых по результатам предыдущей итерации меняется территориальная структура целевого показателя  $\lambda$ . Разработан эффективный алгоритм такой корректировки, приводящий к заданным, в частности нулевым, сальдо бюджетов регионов. Этот алгоритм основан на том, что по текущему решению ОМММ (с текущим вектором территориальной структуры потребления) строится уравнение грани, которой принадлежит это решение (которую «протыкает» текущий вектор  $\lambda$ ), при предположении, что искомое состояние принадлежит этой же грани, легко рассчитывается структура  $\lambda$ , приводящая в него. Этот алгоритм иллюстрирует рис. 7.12, на котором изображен фрагмент Парето-границы 2-региональной системы, а процесс поиска сходится за две итерации.

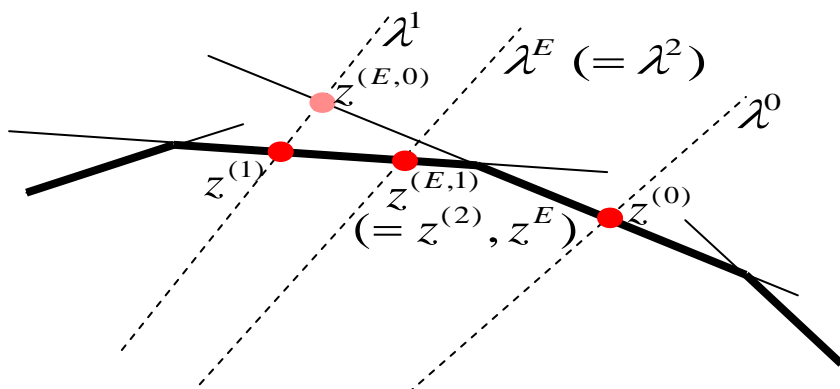


Рис. 7.12. Поиск состояния эквивалентного обмена в пространстве целевых переменных двух регионов

На этом рисунке  $z^{(0)}$  – исходное состояние;  $z^{(E,0)}$  – искомое (расчетное) состояние, если бы оно находилось на той же грани;  $z^{(1)}$  – состояние на 1-й итерации. Поскольку искомое равновесие находится на той же грани (что и состояние 1-й итерации), все

три следующих состояний совпадают друг с другом:  $z^{(E,1)}$  – искомое (расчетное) состояние, если бы оно находилось на этой же грани;  $z^{(2)}$  – состояние на 2-й итерации,  $z^E$  – фактическое искомое состояние.

В зависимости от начальной точки процесс приводит к тому или иному равновесию. Пока в прикладном анализе «больших» систем более одной точки равновесия выявить не удавалось. Возможно, это следствие не слишком высокой точности расчетов (стандартных пакетов оптимизации). В расчетах с использованием этого алгоритма по условному примеру получено следующее (см. рис. 7.12). Наиболее устойчиво равновесие 1: зона сходимости для него (область Парето-границы, начавшись в которой, процесс приходит в эту точку) составляет подавляющую часть Парето-границы. Существенно меньше по площади зона сходимости для равновесия 2. Она не связана, и ее части хаотично разбросаны по Парето-границе. Равновесие 3 очень не устойчиво, зона сходимости для него – его малая окрестность.

При исследовании различных аспектов межрегиональных взаимодействий, в частности, равновесий по Нэшу используется так называемый **коалиционный анализ**.

Это – анализ, основанный на расчетах по коалициям регионов – группам регионов, которые взаимодействуют между собой и не взаимодействуют с остальными регионами системы.

В случае трех регионов таких коалиций шесть: 1, 2, 3, 1-2, 1-3, 2-3. Причем коалиция 1-3 территориально не связана (в условном примере), обмен в ней происходит транзитно через 2-й регион. Если учесть внешние связи, то каждая из этих коалиций (в примере) имеет четыре версии: с экзогенной внешней торговлей, с эндогенным «востоком», эндогенным «западом» и полностью эндогенной внешней торговлей. То есть, строго говоря, имеется 24 коалиции. В это число следует включить варианты полной системы с неполной внешней торговлей, т.е. еще 3.

В общем случае коалиций  $(2^m - 1)2^k - 1$ , где  $m$  – количество регионов,  $k$  – количество внешних рынков (коалиции, не включающие ни одного региона, невозможны, не коалицией является также полная система со всеми внешними рынками).

**Рыночный механизм и равновесие по Нэшу** более замысловаты, чем по Вальрасу.

Основным понятием выступает договор, контракт, соглашение. Рыночный механизм – это переговорный процесс, в котором субъекты рынка заключают между собой соглашения о взаимодействии – вступают в коалиции. Субъекты ориентируются на собственные интересы и выходят из старых соглашений-коалиций, если увидят более выгодных партнеров. Равновесие достигается тогда, когда ни один из субъектов и ни одна из коалиций субъектов не имеет возможности улучшить свое положение, изменив состав своих партнеров.

Один из главных результатов теории кооперативных игр заключается в том, что в равновесии во взаимодействие вступают все субъекты рынка – каждый с каждым, и любая коалиция субъектов, выделившись из полной системы, проиграет. Множество таких равновесных состояний называют ядром системы. Это особое множество – взаимовыгодного межрегионального обмена.

Каждая коалиция «рисует» на Парето-границе полной системы некоторую линию – изоклинал, на которой потребление субъектов этой коалиции такое же, как и в общей системе. Эта изоклинал «отрезает» часть Парето-границы, ту часть, которую блокирует данная коалиция: в ней потребление участников коалиции больше, чем в общей системе. Ядро системы – та ее (общей Парето-границы) часть, которая не блокируется ни одной коалицией. Как это происходит, иллюстрирует рис. 7.13.

На нем для коалиций 1 и 1–2 показан процесс блокирования, для остальных – только результат.

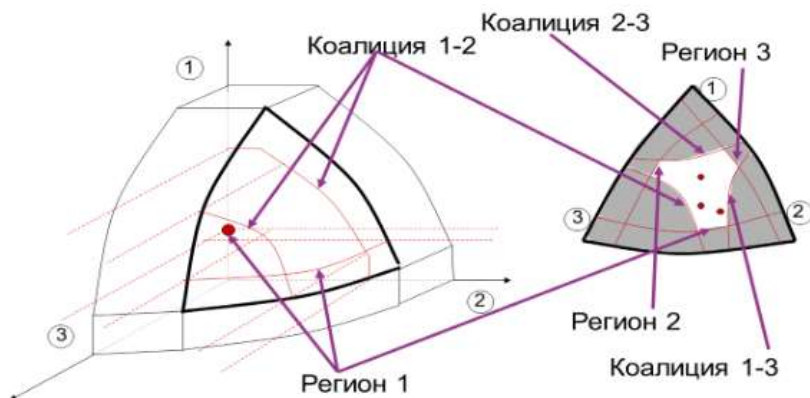


Рис. 7.13. Ядро 3-региональной системы

На рисунке те части Парето-границы, которые «отрезаются» изоклиналями, коалиций выделены серым цветом. Оставшаяся часть – ядро – не выпукла и, в принципе, может быть не связанной.

В прикладном анализе с большим числом регионов построить ядро так, как это изображено на данном рисунке, невозможно. В расчетах по «большим» моделям проводится изучение зоны ядра по направлениям, исходя из найденной ранее точки вальрасовского равновесия (она всегда в ядре). Например, увеличивая и уменьшая долю одного региона, ищутся граничные точки, в которых обнаруживается блокирующая коалиция, т.е. коалиция, в которой входящие в нее регионы начинают выигрывать по сравнению со своим положением в полной системе. Затем такой анализ проводится для другого и т.д. региона. Как это происходило бы для 3-региональной системы условного примера показано на рис. 7.14.

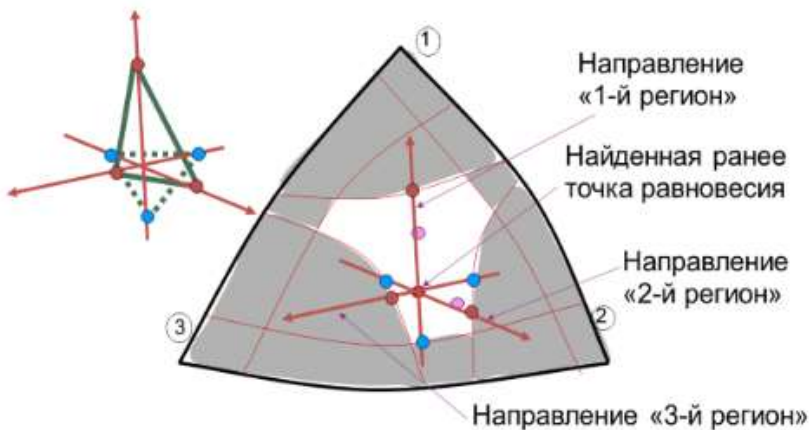


Рис. 7.14. Анализ зоны ядра по направлениям

Коалиционный анализ используется так же для расчета *эффектов межрегиональных взаимодействий*, под которыми понимаются вклады одних регионов в целевой показатель других регионов (в принципе эффекты можно рассчитывать на базе любых других макропоказателей). Поясним смысл этих величин на условном 3-региональном примере при расчете  $\Delta z^{21}$ , вклада 2-го региона в потребление 1-го (без учета внешней торговли).

Пусть  $z^{1,1}$  – потребление 1-го региона в коалиции, состоящей из него самого (т.е. при автаркии). Эту величину можно также назвать собственным вкладом и обозначить  $\Delta z^{11}$ . И пусть также  $z^{1,1,2}$ ,  $z^{1,1,3}$ ,  $z^{1,1,2,3}$  – потребление 1-го региона в соответствующих коалициях. Тогда, очевидно, что искомую величину можно рассчитать двумя способами:  $z^{1,1,2} - z^{1,1}$  или  $z^{1,1,2,3} - z^{1,1,3}$ . Она будет показывать, насколько увеличивается целевой показатель 1-го региона после вступления его во взаимодействие с 2-м. В данном случае есть два варианта оценки искомой величины, и в качестве ее можно взять их простую среднюю. В общем случае (без учета внешней торговли) каждый эффект взаимодействия рассчитывается как средняя  $2^{m-2}$  возможных оценок.

Все рассчитанные эффекты собираются в таблицу эффектов взаимодействия (рис. 7.15).

1	2	3	$\Sigma$
$\Delta z^{11}$	$\Delta z^{12}$	$\Delta z^{13}$	$z^1$
$\Delta z^{21}$	$\Delta z^{22}$	$\Delta z^{23}$	$z^2$
$\Delta z^{31}$	$\Delta z^{32}$	$\Delta z^{33}$	$z^3$
$z^{1,1,2,3}$	$z^{2,1,2,3}$	$z^{3,1,2,3}$	$z$

Рис. 7.15. Таблица эффектов межрегионального взаимодействия в 3-региональной системе

В итоговой строке такой таблицы – потребление регионов в полной системе, в итоговом столбце – полный вклад региона в общее потребление по системе. Обычно для каждого региона рассчитывается сальдо взаимодействия, как разность между его общим вкладом в потребление системы и его фактическим потреблением.

Если учитывать внешнюю торговлю, то кроме эффектов межрегиональных взаимодействий возникают внешнеторговые эффекты (вклады внешней торговли в потребление регионов). В таком случае каждый эффект, как межрегиональный, так и внешнеторговый имеет  $2^{m+k-2}$  оценок.

Эффекты взаимодействия обычно (но не обязательно) положительны, т.е. чем больше взаимодействующих регионов, тем выше в них уровень потребления. Кстати, этот факт строго доказывается в теории кооперативных игр.

### **7.3.3. Анализ теоретических концепций математической экономики**

В теории экономического равновесия кроме двух рассмотренных типов равновесия имеется две теоретические концепции, обобщающие в некотором смысле понимание равновесия (Эджворт и нечеткое ядро).

**Равновесие (ядро) Эджворта.** Это – ядро системы с бесконечным числом участников.

Одна из основных гипотез классической экономической теории – в наличии совершенной конкуренции. Такая конкуренция имеет место при большом числе агентов рынка. «Самая совершенная» конкуренция – в экономике с бесконечным числом агентов, ни один из которых не занимает явных лидирующих позиций.

В концепции Эджворта увеличение числа участников достигается реплицированием исходных агентов. Каждый исходный агент включается в систему не один, а несколько и даже очень много раз.  $q$ -реплика – система, в которой каждый исходный участник включен (реплицирован)  $q$  раз. Равновесие (ядро) Эджворта – ядро системы при  $q \rightarrow \infty$ .

Для многорегиональных систем правильнее говорить не о репликации, а о делении – делении исходных регионов на несколько идентичных исходным.  $q$ -деление – система, в которой каждый исходный регион разделен на  $q$  регионов, одинаковых (технологическими коэффициентами) и идентичных исходным.

При достаточно общих условиях равновесие (ядро) Эджворта совпадает с совокупностью равновесий Вальраса. Изоклинали коалиций в исходном пространстве могут быть весьма замысловаты, в пределе они не блокируют только вальрасовские равновесия – рис. 7.16.

Если в исходной системе иллюстративного примера 6 коалиций, то в 2-делении их уже 62, а в 5-делении – 32766. И для построения ядра такой системы современный ПК работает непрерывно почти сутки (это при 5-ти отраслях и 3-х регионах в базисной системе).

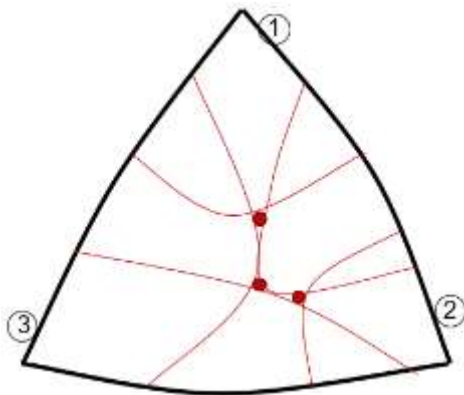


Рис. 7.16. Равновесие Эджворта в 3-региональной системе

**Нечеткие коалиции.** В иллюстративном примере каждая коалиция представляется 3-компонентным вектором (в общем случае –  $m$ -компонентным). Коалиция 1 –  $(1,0,0)$ , коалиция 1–2 –  $(1,1,0)$  и т.д. Это четкие коалиции, в них регионы либо входят, либо не входят.

Нечеткая коалиция представляется вектором  $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ , где  $\gamma_r$  – доля, в которой  $r$ -й регион входит в коалицию. Крайние точки и форма самой поверхности Парето-границы нечетких коалиций могут сильно варьировать, оставляя самые замысловатые изоклинали на парето-границе полной системы. Ядро, которое «вырезается» из Парето-границы системы нечеткими коалициями, называется нечетким. Как правило, оно опять же совпадает с множеством вальрасовских равновесий (такое же, как на рис. 7.16).

Нечеткое ядро и ядро Эджворта, несмотря на внешнюю несхожесть, во многом эквивалентны (для конкретных систем они, как отмечено выше, совпадают с вальрасовским множеством). Это объясняется тем, что и в той и в другой концепции коалиции очень похожи друг на друга: так, например, понятно, что парето-граница коалиции 5-деления, включающая двух представителей 1-го региона (для иллюстративного примера) трех – 2-го и четырех – 3-го, совпадает в исходном пространстве с Парето-границей нечеткой коалиции  $(2/5, 3/5, 4/5)$ .

Этот пример поясняет и в чем различия между конечными результатами применения этих концепций.

В общем случае нечеткое ядро уже ядра Эджворта, т.к. множество всех возможных действительных чисел, которыми могут быть  $\gamma_r$  в нечетких коалициях, шире множества рациональных чисел – долей участия регионов, генерируемых в рамках концепции Эджворта.

Концепции Эджворта и нечеткого ядра теоретические, не имеющие непосредственно прикладного значения. Хотя численные эксперименты, проведенные на наглядном иллюстративном примере, подтверждающие выводы весьма абстрактных и математически сложных теорий, безусловно, представляют интерес. Поиск равновесий Вальраса, в частности состояний эквивалентного межрегионального обмена, и исследования зон ядра, т.е. областей взаимовыгодного межрегионального обмена реальных пространственных систем, имеет несомненный прикладной интерес.

#### **7.4. Экспериментальные расчеты по «нелинейной» постановке ОМММ**

Были проведены экспериментальные расчеты на больsherазмерной модели на базе нелинейной постановки оптимизационной межрегиональной межотраслевой модели. Сформированный исходный вариант прогноза на период до 2030 года, который после отработки на стандартной ОМММ, взят в качестве информационной основы для формирования модифицированной постановки модели. Подробно вариант прогноза на период до 2030 года по стандартной ОМММ был изложен в главе 4.

Для обеспечения сопоставимости и сравнительного анализа стандартной и модифицированной постановок ОМММ информация подбиралась таким образом, чтобы результат решения модифицированной ОМММ практически совпал с результатом, полученным по стандартной модели, а для каждой отрасли в каждом регионе с ненулевыми значениями в оптимальное решение вошли 2 или 3 приростных способа производства. Исключение составили лишь 15 групп переменных, где приростные способы производства имели нулевые (практически нулевые) значения – это группы переменных, для которых приросты производства оказались нулевыми либо вследствие отсутствия данного вида деятельности в данном регионе и отсутствия ожиданий их появления в рассматриваемом прогнозном периоде, либо в силу признанной

невозможности дальнейшего увеличения выпуска. Возможность снижения объема выпуска ниже уровня, достигнутого в базовом году, в данном эксперименте не рассматривалась.

Реалистичность прогнозов, получаемых по стандартной модели, обеспечивается наличием множества жестких нижних и верхних границ на приросты выпуска для видов деятельности по производству транспортабельной продукции. Снятие этих ограничений (кроме части из относящихся к добывающей промышленности) увеличивает число нулевых переменных прироста выпуска с 15 естественных до 82 и приводит к очень сильным изменениям пространственной структуры выпуска по сравнению со сложившейся, и такие прогнозы (где в отдельных регионах вообще не развиваются сельское хозяйство, пищевая промышленность, энергетика и т.д. в течение столь длительного периода, не могут быть признаны реалистичными. Стандартная модель фактически имитирует экономику, где имеются лишь 8 населенных пунктов и 40 видов товаров и услуг, и в такой экономике действительно имела бы место специализация каждого из пунктов на ограниченном числе видов деятельности, как это имеет место в реальности, если перейти, например, к классификатору из нескольких тысяч видов деятельности – многие товары производятся лишь в одном-двух регионах, а повсеместно производятся лишь нетранспортабельные или малотранспортабельные товары и услуги.

Модифицированная постановка ОМММ сама по себе не обеспечивает реалистичности получаемых прогнозов, и здесь тоже требуется значительная работа с информацией, чтобы довести получаемые результаты до таких, которые могут быть приняты в качестве прикладных, приемлемых для включения в официальные прогнозные документы. Неявная предпосылка о полной взаимозаменяемости товаров и услуг внутри каждого агрегированного вида деятельности полностью сохраняется. Но использование гипотезы опережающего роста затрат сильно ограничивает возможности концентрации выпуска каждого из видов деятельности по производству транспортабельной продукции, что можно интерпретировать как косвенную форму учета фактических различий во внутриотраслевой структуре производства, не позволяющую без ограничений замещать производство одних товаров другими.

Наибольшие проблемы при построении модифицированной ОМММ возникают при определении границ вариации параметров затрат при переходе от одного приростного производственного способа к другому. Эта часть работы в настоящее время не имеет никакого информационного обеспечения, нет серьезной основы и для осуществления экспертных оценок характера зависимости изменения предельных затрат от выпуска. Но этот дефект не исключает возможностей использования такой постановки моделей в целях качественного анализа и теоретических исследований особенностей межрегиональных взаимодействий при изменяющихся тех или иных условиях.

Экспериментальные расчеты с целью сравнительного анализа поведения стандартной и модифицированной постановок ОМММ показали, что в качественном плане реакция решений, получаемых по последней, на изменения входных параметров выглядит более правдоподобной. В качестве примера приведем результаты сравнительных расчетов при пропорциональном изменении лимитов численности занятых во всех регионах (табл. 7.1).

*Таблица 7.1*

**Динамика сводных макроэкономических показателей  
при пропорциональном увеличении лимитов численности занятых**

Численность занятых, %	Суммарный ВРП, %	Конечное потребление, %	Инвестиции, %	Число регионов с нулевой оценкой ограничений по труду
<b>Стандартная постановка ОМММ</b>				
100	100	100	100	0
102	101,6	101,3	102,2	0
104	102,7	101,9	103,7	2
106	103,4	102,4	104,9	4
108	103,8	102,7	105,5	6
110	103,9	102,8	105,7	7
115	104,0	102,9	105,8	8
<b>Модифицированная постановка ОМММ</b>				
102	101,2	100,8	101,9	0
104	102,3	101,5	103,6	0
106	103,0	102,0	105,0	0
108	103,6	102,4	106,1	0
110	104,1	102,7	106,9	0
115	104,9	103,2	108,1	1

При увеличении лимитов численности занятых (для стандартной постановки ОМММ эффект от такого увеличения эквивалентен эффекту от аналогичного пропорционального во всех отраслях и регионах увеличения производительности труда) быстро возрастает количество переменных прироста выпуска, выходящих на верхние границы, что ведет к понижению оценок балансовых ограничений по труду и их постепенному выходу на нулевые значения. Прирост значений суммарного ВРП и других макропоказателей с каждым шагом становится все меньше, а при увеличении потенциальной численности занятых на 15% повсеместно имеет место избыток трудовых ресурсов. Столь быстрое достижение точки, при которой эффект от увеличения численности занятых становится нулевым, обусловлен не только жесткостью ограничений на приросты выпуска, но и фиксацией пространственной структуры конечного потребления, приводящей к тому, что ни один из регионов не может увеличить свой региональный объем конечного потребления без адекватного увеличения этих объемов во всех других регионах.

В модифицированной постановке предельная трудоемкость и предельная капиталоемкость выпуска выше средней, и при увеличении объемов выпуска растут как средние показатели трудоемкости и капиталоемкости, так и разрыв между средними и предельными показателями. По этой причине эффект от первоначальных небольших увеличений лимитов численности занятых в модифицированной модели оказывается меньшим по сравнению со стандартной постановкой. Но в дальнейшем ситуация изменяется в противоположном направлении – количество жестких верхних ограничений на приросты выпуска в модифицированной постановке невелико, и по подавляющему большинству видов деятельности во всех регионах сохраняется возможность дальнейшего увеличения выпуска и объемов конечного потребления. Тем не менее, и в этой постановке, как и в стандартной, приросты значений макропоказателей с каждым шагом становятся все меньше – сказываются последствия снижения средней производительности труда. Следует отметить также, что при использовании модифицированной постановки увеличение доли валовых инвестиций в составе используемого ВРП происходит быстрее, чем при использовании стандартной постановки из-за превышения значений предельной капиталоемкости над значениями средней и постоянного увеличения капиталоемкости очередных приростов выпуска.

В аналогичном эксперименте с пропорциональным снижением трудоемкости по всем базовым и приростным производственным способам получаются примерно такие же результаты.

Относительная плавность изменений в совокупности результирующих показателей при вариации исходных параметров, характерная для модифицированной постановки ОМММ, имеет место не во всех случаях. Так, например, при изменениях отраслевой структуры конечного потребления она имеет место, в то время как при изменениях пространственной структуры конечного потребления, осуществляемых при сохранении неизменными остальных параметров, имеют место, как и в стандартной постановке, достаточно сильные изменения результатов при относительно небольших вариациях пространственной структуры. Очевидно, что модифицированная постановка, так же, как и стандартная, при переходе от одного варианта к другому даже в рамках одного качественного сценария, требует комплексного подхода к вариации исходных параметров – изменения одной группы параметров не может осуществляться при сохранении неизменными всех остальных.

*Разработана методика выбора параметров настройки сценариев.* В качестве исходного массива варьируемых параметров изначально использовались матрицы капиталоемкости и гипотетические функции связи между параметрами капиталоемкости и трудоемкости, и отдельных параметров материалоемкости. Результаты последующих расчетов должны были определить границы наличия положительной связи между долей валовых инвестиций в используемом ВВП, темпами экономического роста в целом и конечного потребления.

Здесь проверялась следующая гипотеза: главные и непрерывные, «малые» изменения параметров настройки сценариев (ПНС) в больших областях возможных вариаций этих параметров должны приводить к плавным и непрерывным, «малым» изменениям состояния многорегиональной системы, что иллюстрируют приведенные ниже результаты расчетов (табл. 7.2). Ожидалось также, что при переходе ПНС некоторых границ будут происходить скачкообразные, качественные изменения системы (бифуркации), что можно интерпретировать как переход к другому каче-

ственному сценарию развития. Таким образом, вся область возможных значений ПНС может быть разделена на бифуркационные подмножества, которые, собственно, и являются областями различных сценариев развития системы.

Проведенный эксперимент заключался в изучении влияния на получаемые результаты изменений параметров трудоемкости и капиталоемкости как в одном, так и в противоположном направлениях. Как видно из приведенных ниже цифр, в 20-процентном интервале варьирования параметров трудоемкости и капиталоемкости на одну и ту же относительную величину влияние изменения трудоемкости оказывается более значимым. Так, повышение капиталоемкости на каждый процент приводит к меньшему негативному воздействию на значение целевой функции (конечного потребления) по сравнению с тем позитивным влиянием на нее, которое оказывает каждый процент снижения трудоемкости. Но очевидно, что постепенно влияние роста капиталоемкости становится все более значимым и по достижении достаточно высоких показателей капиталоемкости матрица всей задачи приближается к непродуктивной, а выход на непродуктивную матрицу приведет просто к отсутствию допустимых решений при любых, сколь угодно малых параметрах трудоемкости.

Таблица 7.2

**Изменения макропоказателей при различных вариантах параметров капиталоемкости и трудоемкости**

Конечное потребление								
		Изменение параметров капиталоемкости						
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Изменение параметров трудоемкости		-10%	-6%	-3%	0%	3%	6%	10%
	-10%	104,1	103,4	102,8	102,3	101,7	101,2	100,4
	-6%	103,1	102,5	101,9	101,4	100,9	100,3	99,6
	-3%	102,4	101,8	101,2	100,7	100,2	99,7	98,9
	0%	101,6	101,0	100,5	100,0	99,5	99,0	98,3
	3%	100,8	100,2	99,7	99,2	98,7	98,2	97,5
	6%	99,9	99,3	98,8	98,4	97,9	97,4	96,7
	10%	98,7	98,1	97,7	97,2	96,7	96,3	95,6

Окончание таблицы 7.2

1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>Валовый продукт</b>								
		Изменение параметров капиталоемкости						
Изменение параметров трудоемкости		-10%	-6%	-3%	0%	3%	6%	10%
	-10%	105,5	105,6	105,7	105,7	105,8	105,9	106,0
	-6%	103,2	103,3	103,4	103,4	103,5	103,6	103,7
	-3%	101,5	101,6	101,6	101,7	101,8	101,9	102,0
	0%	99,8	99,8	99,9	100,0	100,1	100,2	100,3
	3%	98,3	98,3	98,2	98,3	98,3	98,4	98,5
	6%	96,7	96,8	96,8	96,8	96,7	96,7	96,8
	10%	94,5	94,5	94,6	94,6	94,7	94,8	94,7

Следует отметить также, что влияние изменений параметров трудоемкости и капиталоемкости оказывают на суммарный валовой продукт заметно более значимое воздействие, чем на значение целевой функции.

Показатели табл. 7.3 наглядно иллюстрируют опережающий рост объемов инвестиций по сравнению с ростом каждого из параметров приростной капиталоемкости вследствие повышения удельного веса приростных способов с более высокой капиталоемкостью, происходящего при таких изменениях сочетаний параметров трудоемкости и капиталоемкости, которые влекут рост валового выпуска.

Таблица 7.3

**Влияние изменений капиталоемкости и трудоемкости на величину инвестиций**

<b>Инвестиции активные</b>								
		Изменение параметров капиталоемкости						
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Изменение параметров трудоемкости		-10%	-6%	-3%	0%	3%	6%	10%
	-10%	99,4	104,8	108,9	113,1	117,4	121,7	127,6
	-6%	94,4	99,7	103,7	107,8	112,0	116,2	122,0
	-3%	90,8	95,9	99,9	103,9	108,0	112,2	117,8
	0%	87,3	92,2	96,0	100,0	104,0	108,1	113,7
	3%	84,7	89,5	92,5	96,2	100,1	104,2	109,7
	6%	82,0	86,7	90,2	93,5	96,8	100,3	105,7
	10%	78,0	82,2	85,8	89,5	93,2	97,1	101,5

Окончание таблицы 7.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>Инвестиции пассивные</b>								
		Изменение параметров капиталоемкости						
Изменение параметров трудоемкости		-10%	-6%	-3%	0%	3%	6%	10%
	-10%	121,2	123,9	126,1	128,2	130,4	132,6	135,5
	-6%	109,9	112,5	114,5	116,6	118,7	120,8	123,6
	-3%	101,7	104,2	106,2	108,2	110,2	112,2	114,9
	0%	94,1	96,2	98,1	100,0	101,9	103,9	106,5
	3%	87,5	89,6	90,5	92,2	94,0	95,9	98,4
	6%	80,9	83,0	84,5	85,7	86,9	88,2	90,6
	10%	72,1	73,8	75,3	76,9	78,5	80,2	81,6
<b>Инвестиции</b>								
		Изменение параметров капиталоемкости						
Изменение параметров трудоемкости		-10%	-6%	-3%	0%	3%	6%	10%
	-10%	111,4	115,4	118,4	121,4	124,5	127,7	132,0
	-6%	103,0	106,8	109,7	112,6	115,7	118,7	122,9
	-3%	96,8	100,5	103,4	106,2	109,2	112,2	116,2
	0%	91,0	94,4	97,2	100,0	102,9	105,8	109,8
	3%	86,2	89,6	91,4	94,0	96,8	99,6	103,5
	6%	81,4	84,7	87,1	89,2	91,3	93,6	97,3
	10%	74,8	77,5	80,0	82,5	85,1	87,7	90,5

Проведенные экспериментальные расчеты показали, что первоначальная предпосылка о возможности варьирования только двух показателей – капиталоемкости и трудоемкости – не оправдала ожиданий. Переход на более высокую траекторию развития сильно тормозится падением продуктивности региональных матриц предельных затрат, которая в нелинейной постановке даже для базового варианта заметно ниже той, которая имела место в стандартной линейной постановке. Первым следствием снижения продуктивности являются пониженные оценки ограничений на численность, занятых даже в базовом варианте, а при переходе на более высокую траекторию – к сценарию с более высокой производительностью труда – оценки трудовых ресурсов снижаются

еще более. В этой связи необходимо также изменение отдельных важнейших параметров промежуточного потребления – энергоемкости, топливоемкости, металлоемкости, что в связи с изменением отраслевой структуры производства ослабит рост предельной капиталоемкости и падение продуктивности матрицы приведенных затрат.

Другой вывод – в связи с непропорциональным ростом отдельных компонентов конечного потребления необходимо перейти к максимизации прироста  $z$  и, соответственно, к приростной структуре конечного потребления. В этом случае при переходе к другому варианту прогноза не придется корректировать структуру конечного потребления вручную.

## **7.5. Анализ влияния открытости модельной экономики на свойства ее равновесных и коалиционно-устойчивых межрегиональных состояний (ОМММ открытой экономики)**

### **7.5.1. Модель с эндогенной внешней торговлей**

В данном разделе рассматривается частный случай «нелинейной» постановки ОМММ, описанный в разделе 7.2 с акцентом на открытость межрегиональной системы, в котором приняты некоторые упрощения.

*Во-первых*, в рассматриваемой модели внешний рынок только один, и у каждого региона есть к нему прямой доступ. В общем же случае количество внешних рынков может быть произвольным, и у каждого из них свои внешнеторговые цены; импортно-экспортные потоки конкретного региона с конкретным внешним рынком могут идти через транзитные регионы, а связность регионов с внешними рынками и друг с другом определяется транспортной топологией межрегиональной системы. Отказ от множественности внешних рынков в модели исследования связан с тем, что тема зависимости свойств равновесности и коалиционной устойчивости состояний экономики от степени ее открытости может быть исследована и в одномерном по внешним рынкам случае. Многомерный случай может заметно осложнить эксперимент и создать шум в данных. Влияние особенностей пространственной топологии системы регионов и внешних рынков на коалиционную стабильность может быть темой отдельного исследования, под которым уже должен

лежать некоторый базис, обосновывающий влияние открытости экономики на коалиционную стабильность.

*Во-вторых*, межрегиональные перевозки в рассматриваемой модели – смежные, а не прямые, как в полной спецификации. Это означает, что в модели есть переменные межрегиональных потоков только для пар граничащих (смежных) регионов, в то время как в полной спецификации – для всех пар регионов. Эти два подхода эквиваленты. Второй позволяет рассчитать обмен между не граничащими регионами непосредственно за один запуск модели, а первому подходу для этого требуются постоптимизационные расчеты. Особенность формирования графа межрегиональных связей находится вне фокуса настоящего исследования, поэтому был выбран первый подход, так как он дает гораздо меньшую размерность модели по количеству переменных (количество переменных потоков равно количеству смежных межрегиональных связей, в то время как размерность полносвязного графа – количество всех пар регионов  $R(R-1)$ ).

*И в-третьих*, в модели не рассматриваются переменные внешнеторгового транзита, что также является естественным упрощением в контексте темы исследования и принятого допущения о единственности внешнего рынка.

### **Переменные и параметры**

*Константы:*

$R$  – количество регионов (в расчетах = 8);

$n$  – количество отраслей (в расчетах = 40);

$nt$  – количество транспортабельных отраслей (в расчетах = 25);

$\Theta$  – количество транспортных отраслей (в расчетах = 3);

$K$  – количество внешнеторговых способов (в расчетах = 6).

*Индексы:*

$s, r \in \{1, \dots, R\}$  – индексы регионов;

$j \in \{1, \dots, n\}$  – индекс отрасли (транспортабельные и нетранспортабельные обозначаются одним индексом);

$j_t \in \{j_{t1}, \dots, j_{t\Theta}\}$  – индексы транспортных отраслей (их продукция тратится на осуществление перевозок);

$i \in \{1, \dots, K\}$  – индекс номера внешнеторгового способа.

*Переменные:*

$x^S$  – вектор объемов производства, куда для компактности записи включены компоненты по приростам объемов производ-

ства и инвестициям (для каждого региона вектора одинаковой размерности);

$x^{sr}, x^{rs} \in \mathbb{R}_+^{nt} \forall r \neq s$  – объёмы вывоза из региона  $s$  в регион  $r$  и ввоза из  $r$  в  $s$  соответственно, где регион  $r$  смежен (граничит) с  $s$ ;

$z^s \in \mathbb{R}_+$  – конечное потребление (целевая переменная) региона  $s$ ;

$E_i^s \in \mathbb{R}_+^{nt}$  – объёмы  $i$ -го способа экспорта региона  $s$ ;

$I_i^s \in \mathbb{R}_+^{nt}$  – объёмы  $i$ -го способа импорта региона  $s$ ;

$\lambda^s$  – скаляр территориальной структуры конечного потребления,  $(\lambda^s)_{s \leq R} \in [0,1]^R$  – точка единичного симплекса размерности  $R$ ;

$d^s \in [0,1]^n$  – вектор отраслевой структуры конечного потребления региона  $s$ . Для каждого региона  $s$   $d^s$  – точка единичного симплекса размерности  $n$ , то есть  $\forall s \sum_{j=1}^n d_j^s = 1$ ;

$b^s \in \mathbb{R}_+^n$  – вектор ресурсно-технологического потенциала региона  $s$ ;

$A^s$  – матрица способов производства региона  $s$ ;

$G_s^{sr}, G_s^{rs}$  –  $n \times nt$ -матрицы транспортных способов региона  $s$  – способов вывоза из  $s$  в смежный регион  $r$  и ввоза из  $r$  в  $s$  соответственно. Строки нетранспортабельных отраслей у данной матрицы нулевые. В строках транспортабельных отраслей в матрице  $G_s^{sr}$  по диагонали стоит  $-1$  (вывоз), в матрице  $G_s^{rs}$  стоит  $1$  (ввоз). Строки транспортных отраслей заполнены затратами данного вида транспорта региона  $s$  на перевозку единицы продукции в регион  $r$  и из региона  $r$  в регион  $s$  соответственно. То есть одна и та же переменная межрегионального потока имеет коэффициенты  $-1$  в балансовом ограничении вывозящего региона и  $1$  – ввозящего. Такое устройство матриц обеспечивает тождественное равенство нулю суммарных межрегиональных перевозок на любом оптимальном решении модели;

$G_s^{iE}$  –  $n \times nt$ -матрица  $i$ -го способа экспорта региона  $s$ ;

$H_s^{iI}$  –  $n \times nt$  -матрица  $i$ -го способа импорта региона  $s$  (внутреннее устройство матриц экспортных и импортных способов аналогично устройству матриц способов межрегиональных перевозок);

$\hat{p}_i^E, \hat{p}_i^I \in \mathbb{R}_+^{nt}$  – «мировые» цены (товарные курсы) на  $i$ -й способ экспорта и импорта соответственно;

$\hat{I}_i \in \mathbb{R}_+^{nt}$  – вектор верхних границ на  $i$ -й способ импорта;  
 $\hat{E}_i \in \mathbb{R}_+^{nt}$  – вектор верхних границ на  $i$ -й способ экспорта.

### **Ограничения модели (прямая задача)**

*Целевая функция:*

$z \rightarrow \max.$

*Ограничения на территориальную структуру конечного потребления:*

$$z^s - \lambda^s z \geq 0.$$

Данные ограничения параметризуют вектор целевых переменных регионов  $(z^s)_{s \leq R}$  в скалярную целевую функцию с помощью экзогенной точки единичного симплекса  $(\lambda^s)_{s \leq R}$ . Значение параметра  $(\lambda^s)_{s \leq R}$  определяет точку на Парето-границе задачи векторной оптимизации.

Двойственную оценку данного ограничения обозначим как  $\omega^s$  – она интерпретируется как стоимость единицы конечного потребления региона.

*Балансы производства-распределения продукции:*

$$A^s x^s + \sum_r G_s^{sr} x^{sr} + \sum_r G_s^{rs} x^{rs} + \sum_i G_s^{iE} E_i^s + \sum_i H_s^{iI} I_i^s \geq b^s + z^s d^s.$$

Для удобства используется агрегированная запись этого ограничения модели, скрывающая некоторую избыточную в контексте настоящего исследования детализацию по переменным и ограничениям. А именно, в  $x^r$  включены компоненты, соответствующие не только способам производства в базовом году, но и природным способам объемов производства, а также инвестициям. В матрице  $A^r$  кроме столбцов технологических коэффициентов базовых способов производства включены также столбцы природных и инвестиционных способов. Матрица  $A^s$  содержит строки, соответствующие не только ограничениям баланса производства и распределения продукции, но и балансам инвестиций и трудовых ресурсов, ограничениям сверху на отдельные переменные объемов производства (мощностные ограничения). Для вектора правых частей  $b^s$  компоненты, соответствующие строкам баланса производства-распределения продукции и балансу инвестиций, нулевые, так как постановка модели полудинамическая

и ресурсный потенциал по объемам продуктов учтен в параметрах производственных мощностей регионов базового года (верхние границы на переменные  $x^s$ ). Ненулевая компонента в векторе правых частей  $b^s$  присутствует в строке баланса труда и соответствует объему трудовых ресурсов региона  $s$ .

Двойственную оценку баланса производства-распределения продукции обозначим как  $y^s \in \mathbb{R}^n$ .  $y^s$  интерпретируется как вектор внутренних («теневых») цен региона  $s$  (по каждому продукту, за единицу трудовых ресурсов и т.п.).

### **Внешнеторговый блок**

*Баланс экспорта-импорта (ограничение на сальдо торгового баланса):*

$$\sum_{i,s} \hat{p}_i^E \cdot E_i^s - \sum_{i,s} \hat{p}_i^I \cdot I_i^s \geq 0.$$

В левой части знаком « $\cdot$ » обозначено скалярное произведение векторов из  $\mathbb{R}^{nt}$ , то есть подразумевается суммирование по индексу транспортабельного продукта. В правой части в общем случае стоит скаляр сальдо экспорта-импорта в стоимостном выражении в валюте внешнего рынка (доллар США). В нашем случае для удобства мы рассматриваем случай нулевого сальдо экспорта-импорта. Заметим, что данное ограничение записано в «мировых ценах»: переменная объема экспорта/импорта умножена на коэффициенты товарных курсов.  $\hat{p}_i^E$  показывает, сколько долларов США можно выручить при экспорте объема продукции отрасли  $j$ , эквивалентного 1 рублю во внутренних ценах способом экспорта  $i$ .

Оценку данного ограничения обозначим за  $\$$ , она интерпретируется как курс валюты внешнего рынка по отношению к национальной валюте.

В модели реализовано свойство падающей эффективности внешнего рынка. Оно заключается в том, что только ограниченный объем продукции может быть экспортирован/импортирован по выгодной цене; каждая новая единица объема экспорта и импорта реализуется по менее выгодной цене. Формально это свойство проецируется в модели как эластичность внешнеторговых цен по объемам экспорта и импорта в дискретной реализации. Чем больше объем импорта, тем импортная цена  $\hat{p}_i^I$  выше.

Чем больше объем экспорта, тем экспортная цена  $\hat{p}_i^E$  ниже. Для моделирования эластичности внешнеторговых цен по объемам в модель введено несколько переменных – способов экспорта и импорта. Способ с номером  $i$  соответствует некоторому интервалу по объему экспорта/импорта. Сетка интервалов задается с помощью параметров верхних границ на каждый способ экспорта и импорта  $\hat{E}_i, \hat{I}_i$ .

Помимо общесистемного ограничения на сальдо экспорта-импорта внешнеторговый блок модели представлен ограничениями на верхние границы способов экспорта и импорта:

$$\sum_{s \leq R} I_i^s \leq \hat{I}_i,$$

$$\sum_{s \leq R} E_i^s \leq \hat{E}_i.$$

Данные ограничения векторные, левая и правая часть – суть вектора размерности  $nt$  (количество транспортабельных продуктов). Двойственные оценки данных ограничений обозначим как  $y_i^I, y_i^E \in \mathbb{R}^{nt}$ . Они интерпретируются как таможенные тарифы на соответствующую  $i$  квоту объема импорта и экспорта.

Предполагается, что отдельные регионы не могут повлиять своими объемами внешней торговли на мировые цены. То есть цены эластичны только по общесистемным объемам экспорта и импорта. В силу этого предположения верхние границы выставлены на суммарные по регионам объемы (в левой части ограничений суммирование по индексу региона  $s$ ).

У каждого  $i$ -го способа  $I_i^s, E_i^s$  свой экзогенный вектор цен  $\hat{p}_i^I, \hat{p}_i^E$ . С ростом индекса  $i$  для каждого продукта  $j$  импортная цена возрастает, а экспортная убывает:

$$\forall j (i > i') \Rightarrow (\hat{p}_{ij}^I > \hat{p}_{i'j}^I \text{ и } \hat{p}_{ij}^E < \hat{p}_{i'j}^E) .$$

Набор экзогенных параметров  $\{(\hat{I}_i, \hat{p}_i^I), (\hat{E}_i, \hat{p}_i^E)\}_i$  задает дискретное представление функций эластичности импортных и экспортных цен по объемам. С помощью данных параметров в модели варьируется степень открытости экономики. Более полая функция эластичности соответствует более открытой экономике, где внешний рынок дает широкое поле возможностей за счет

того, что большой внешнеторговый оборот может быть реализован по хорошей цене. Более крутая функция эластичности, напротив, соответствует более закрытой экономике, так как взаимодействие регионов с внешним рынком менее выгодно.

Инструментально в модельно-программном комплексе ОМММ реализовано трехпараметрическое управление степенью открытости экономики. Тремя степенями свободы, которыми варьируется открытость, являются вектор мировых цен базового способа экспорта-импорта ( $i = 0$ ), параметр  $\alpha$ , интерпретируемый как угол крутизны функции эластичности цен, и размер «параллелепипеда», внутри которого в процентах от базового способа задаются верхние границы способов импорта и экспорта. Подробное описание механизма управления открытостью приведено в главе 3 с дизайном эксперимента.

### **Ограничения модели (двойственная задача)**

В настоящем исследовании используется двойственный аспект модели ОМММ. Двойственные оценки оптимизационной задачи, традиционно интерпретируемые экономистами как «теневые цены», играют важную роль в конструкции ценового (Вальрасовского) равновесия, ассоциированного с моделью ОМММ. Свойства прямого и двойственного плана ОМММ, вытекающие из условий дополняющей нежесткости из теории линейного программирования, и определяют основные тождества и агрегаты, используемые в равновесном анализе ОМММ.

Итак, каждой переменной прямой задачи соответствует ограничение двойственной задачи. Каждому ограничению, в которое входит переменная прямой задачи, соответствует слагаемое с двойственной переменной в ограничении двойственной задачи (по определению двойственной задачи из теории линейного программирования). Для векторной записи размерность ограничения двойственной задачи равна размерности соответствующего вектора переменных прямой задачи:

$$\begin{aligned} x^s: (A^s)^T y^s &\geq 0, \quad s \leq R, \\ z^s: (d^s)^T y^s - \omega^s &\geq 0, \quad s \leq R, \\ z: \sum_s \lambda^s \omega^s &\leq 1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & x^{sr}: (G_s^{sr})^T y^s + (G_r^{rs})^T y^r \geq 0, \\
 & s, r \leq R - \text{смежные регионы,} \\
 & E_i^s: (G_{is}^E)^T y^s - \$(\hat{p}_i^E)^T + y_i^E \geq 0, \quad s \leq R, i \leq K, \\
 & I_i^s: (G_{is}^I)^T y^s + \$(\hat{p}_i^E)^T + y_i^I \geq 0, \quad s \leq R, i \leq K.
 \end{aligned}$$

Целевая функция (двойственная задача):

$$\sum_s (b^s \cdot y^s) + \sum_i (\hat{I}_i \cdot y_i^I + E_i \cdot y_i^E) \rightarrow \min.$$

### 7.5.2. Макрофинансовые балансы и равновесие (эквивалентный обмен)

В работе [Васильев В.А., Суслов В.И., 2010] для модели с условным центром вводится определение равновесия Вальраса. Непосредственно из него следует, что состояние равновесия – сбалансированный план, для которого существует вектор равновесных цен, со свойством: региональные компоненты плана являются оптимальным решением индивидуально-рациональной оптимизационной задачи соответствующего региона на бюджетном (относительно равновесных цен) ограничении. Бюджетное ограничение – баланс вывоза-ввоза региона в равновесных ценах. В данной главе приводится адаптация утверждения об эквивалентных определениях равновесия для рассматриваемой в исследовании постановки модели – со смежными межрегиональными связями и эндогенной внешней торговлей.

Приводятся конструкции, обосновывающие использование двойственной задачи для равновесного анализа. Определение макрофинансового баланса из [Суслов В.И., 2011] и его компонент адаптировано для рассматриваемой в исследовании модификации модели. С помощью выкладок, использующих условия дополняющей нежесткости для прямой и двойственной задачи, выводятся свойства макрофинансовых балансов. Иллюстрируется связь конструкций макрофинансового баланса с Вальрасовским равновесием.

Данный раздел дает операционализацию равновесия в экспериментальных расчетах. В дальнейшем в разделе 7.5.5 мы будем оперировать с равновесием в инструментальных терминах – как с вектором территориальной структуры конечного потребления, минимизирующим функционал невязки сальдо обмена регионов.

Сначала запишем тождество первой теоремы двойственности для описанной выше ОМММ с эндогенной внешней торговлей. Данное тождество называется общесистемным макрофинансовым балансом. Он интерпретируется как равенство стоимости общесистемного конечного потребления и стоимости **вкладов** в него всех регионов и внешнего рынка:

$$z = \sum_s (b^s \cdot y^s) + \sum_i (\hat{f}_i \cdot y_i^I + E_i \cdot y_i^E).$$

Далее в левой и правой частях выделим региональные компоненты. Для этого запишем условия дополняющей нежесткости для ограничений на территориальную структуру конечного потребления прямой задачи и просуммируем их по  $s \in \mathbf{R}$ :

$$(\sum_{s \in \mathbf{R}} \lambda^s \omega^s) z = \sum_{s \in \mathbf{R}} \omega^s z^s.$$

Просуммированные по  $s \in \mathbf{R}$  условия дополняющей нежесткости двойственного ограничения на оценки конечного потребления дают.

$$(\sum_{s \in \mathbf{R}} \lambda^s \omega^s) z = z.$$

Из последних двух равенств следует разложение общесистемного конечного потребления на сумму региональных компонент, каждая из которых – стоимость конечного потребления в регионе  $s$ :

$$z = \sum_{r \in \mathbf{R}} \omega^r z^r.$$

С данным разложением общесистемный макрофинансовый баланс приобретает следующий вид:

$$\sum_{s \in \mathbf{R}} \omega^s z^r = \sum_s (b^s \cdot y^s) + \sum_i (\hat{f}_i \cdot y_i^I + \hat{E}_i \cdot y_i^E).$$

Далее аналогично поступим с оптимальным значением двойственного функционала. Для компактной и интерпретируемой записи введем новые термины и обозначения:

$Q^s = b^s \cdot y^s$  – стоимость вклада региона  $s$  в общесистемное конечное потребление. В терминах детализированной записи ОМММ [Суслов В.И., 2011] данный агрегат состоит из стоимости приростов запасов и потерь продукции (подагрегат для отраслевых ограничений – балансов производства–распределения продукции), стоимости труда (подагрегат для баланса труда), и стоимости ресурсного потенциала региона (подагрегат для мощностных ограничений). В нашем случае будем пользоваться недетализированной записью;

$T_i^I = \hat{I}_i \cdot y_i^I$  – таможенные сборы на  $i$ -й способ импорта;

$T_i^E = \hat{E}_i \cdot y_i^E$  – таможенные сборы на  $i$ -й способ экспорта.

Ввиду условий дополняющей нежесткости для ограничений на таможенные квоты  $i$ -го способа импорта и экспорта, таможенные сборы естественным образом раскладываются на региональные компоненты:

$$T_i^I = \sum_s T_i^{sI} = \sum_s (I_i^s \cdot y_i^I),$$

$$T_i^E = \sum_s T_i^{sE} = \sum_s (E_i^s \cdot y_i^E).$$

Введем в рассмотрение сальдо межрегионального и внешне-торгового сальдо внешнеторгового обмена региона  $s$  во внутренних ценах:

$$S^s = (\sum_r G_s^{sr} x^{sr} + \sum_r G_s^{rs} x^{rs}) \cdot y^s,$$

$$S_{IE}^s = (\sum_i G_s^{iE} E_i^s + \sum_i H_s^{iI} I_i^s) \cdot y^s.$$

Внешнеторговое сальдо региона  $s$  в мировых ценах:

$$\bar{S}_{IE}^s = \$(\sum_{i,j} \hat{p}_{ij}^E \cdot E_{ij}^s - \sum_{i,j} \hat{p}_{ij}^I \cdot I_{ij}^s).$$

Так как внешнеторговое сальдо в правой части общесистемного ограничения на сальдо экспорта–импорта нулевое, то:

$$\bar{S}_{IE} = \sum_s \bar{S}_{IE}^s = 0.$$

В новых обозначениях общесистемный макрофинансовый баланс переписывается в следующем виде:

$$\sum_{s \in R} \omega^s z^s = \sum_s Q^s + \sum_s (T_E^s + T_I^s).$$

То есть общесистемное конечное потребление складывается из ресурсного потенциала всех регионов и таможенных сборов с внешнего рынка.

Далее с использованием новых агрегатов условия дополняющей нежесткости для балансового ограничения региона  $s$  могут быть записаны в виде следующего равенства:

$$Q^s + (A^s x^s) \cdot y^s + S^s + S_{IE}^s = z^s (d^s \cdot y^s).$$

С помощью условий дополняющей нежесткости для двойственных ограничений, соответствующих переменным  $x^s$  и  $z^s$  имеем:

$$(A^s x^s) \cdot y^s = 0,$$

$$z^s (d^s \cdot y^s) = \omega^s z^s.$$

Из последних трех равенств вытекает тождество, называемое макрофинансовым балансом региона  $s$ :

$$Q^s + S^s + S_{IE}^s = \omega^s z^s.$$

Региональный макрофинансовый баланс означает, что стоимость конечного потребления региона отличается от стоимости его ресурсного потенциала на величину сальдо обмена с другими регионами и внешним рынком, измеренного во внутренних ценах.

Далее с помощью условий дополняющей нежесткости для двойственного ограничения, соответствующего переменным экспорта и импорта, суммированием по отраслям и внешнеторговым способам выводится *таможенный баланс*:

$$T_E^s + T_I^s = S_{IE}^s - \bar{S}_{IE}^s.$$

То есть для каждого региона  $s$  разница внешнеторгового сальдо во внутренних и мировых ценах компенсируется таможенными сборами. А в целом по системе в виду того, что суммарное по регионам внешнеторговое сальдо в мировых ценах – нулевое, получаем, что суммарные таможенные сборы в точности равны суммарному внешнеторговому сальдо во внутренних ценах:

$$\sum_s (T_E^s + T_I^s) = \sum_s S_{IE}^s.$$

С учётом таможенного баланса получаем финальные варианты записи макрофинансового баланса региона и системы в целом.

Регион:

$$\omega^s z^s = Q^s + S^s + S_{IE}^s = Q^s + S^s + \bar{S}_{IE}^s + T_E^s + T_I^s \quad \forall s.$$

Система в целом:

$$\sum_{s \in R} \omega^s z^s = \sum_s Q^s + \sum_s (T_E^s + T_I^s) = \sum_s Q^s + \sum_s S_{IE}^s.$$

Тождества макрофинансовых балансов выполнены на любом оптимальном решении модели независимо от вектора территориальной структуры конечного потребления ( $\lambda^s$ ).

Назовем *состоянием эквивалентного обмена* Парето-оптимальное решение модели для некоторого вектора территориальной структуры конечного потребления ( $\lambda^{s*}$ ), в котором стоимость конечного потребления каждого региона в точности равна стоимости его вклада в общесистемное конечное потребление, то есть:

$$(\omega^s z^s = Q^s \quad \forall s) \Leftrightarrow (S^s + S_{IE}^s = 0 \quad \forall s).$$

По определению Вальрасовского равновесия из [Васильев В.А., Суслов В.И. 2010], равновесие – это такой допустимый план экономики, для которого существует вектор цен, где региональная компонента равновесного плана является оптимальным решением индивидуальной задачи максимизации целевой переменной соответствующего региона на бюджетном относительно равновесных цен ограничении. В работе [Гамидов Т.Г., Доможиров Д.А., Ибрагимов Н.М., 2011] доказано, что для модели с условным центром определение Вальрасовского равновесия эквивалентно конструкции состояния эквивалентного обмена.

Аналогичным свойством обладает состояние эквивалентного обмена для межрегиональной модели, рассматриваемой в настоящем исследовании. А именно, введем следующие обозначения для региона  $s$ :

$r(s) = \{r_1, \dots, r_{K_s}\}$  – множество смежных с ним регионов;

$p_s^{sr_i} = (G_s^{sr_i})^T y^s$ ,  $p_s^{r_i s} = (G_s^{r_i s})^T y^s$  – цены франко-граница на способы вывоза из региона  $s$  в  $r_i$  и ввоза из  $r_i \in r(s)$ ;

$p_{is}^E = (G_{is}^E)^T y^s$ ,  $p_{is}^I = (G_{is}^I)^T y^s$  – цены Франко-границы на  $i$ -й способ экспорта из региона  $s$  и, соответственно,  $-i$  способ импорта из региона  $s$  ( $i = 1, \dots, K$ ).

В силу условий дополняющей нежесткости для двойственных ограничений, соответствующих переменным прямой задачи  $x^{sr_i}$ ,  $I_i^s$ ,  $E_i^s$ , цены франко-граница обладают свойствами:

$p_s^{sr} + p_r^{rs} = 0$  (единые цены межрегионального обмена для каждой пары смежных регионов).

Сформулируем индивидуальную задачу региона  $s$  на бюджетном ограничении относительно цен  $\left( (p_s^{sr_i}, p_s^{r_i s})_{i=1}^{K_s}, (p_{is}^E, p_{is}^I)_{i=1}^K \right)$ . В контексте данной задачи все цены и внешнеторговое сальдо в мировых ценах  $\hat{S}_{iE}^s$  являются экзогенными параметрами:

$z^s \rightarrow \max$ ,

$$A^s x^s + \sum_{i=1}^{K_s} (G_s^{sr_i} x^{sr_i} + G_s^{r_i s} x^{r_i s}) + \sum_{i=1}^K (G_{is}^E E_i^s + H_{is}^I I_i^s) \geq b^s + z^s d^s,$$

$$\sum_{i=1}^{K_s} (p_s^{sr_i} \cdot x^{sr_i} + p_s^{r_i s} \cdot x^{r_i s}) + \sum_{i=1}^K (p_{is}^E \cdot E_i^s + p_{is}^I \cdot I_i^s) \geq 0,$$

$$\sum_{i=1}^K (\hat{p}_{is}^E \cdot E_i^s + \hat{p}_{is}^I \cdot I_i^s) \geq \hat{S}_{iE}^s,$$

$$E_i^s \leq \hat{E}_i, i \leq K,$$

$$I_i^s \leq \hat{I}_i, i \leq K.$$

Имеет место очевидное **утверждение**.

Пусть для межрегиональной модели с эндогенной внешней торговлей вектор территориальной структуры конечного потребления  $(\lambda^s)_{s \leq R}$  подобран таким образом, что на оптимальном плане  $((x^s, (x^{sri})_{i=1}^{K_s}, (x^{ris})_{i=1}^{K_s}, (E_i^s)_{i=1}^K, (I_i^s)_{i=1}^K, z^s)_{s \leq R}, z)$  выполнено:

$$S^s + S_{IE}^s = 0 \forall s.$$

То есть  $(\lambda^s)_{s \leq R}$  соответствует состоянию эквивалентного обмена.

Пусть также  $p_s^{sri}, p_s^{ris}, p_{is}^E, p_{is}^I$  – цены франко-граница, сформированные по двойственным оценкам оптимального решения двойственной задачи, с тем же  $(\lambda^s)_{s \leq R}$  и пусть:

$\hat{S}_{IE}^s := \sum_{i=1}^K (\hat{p}_{is}^E \cdot E_i^s + \hat{p}_{is}^I \cdot I_i^s)$  – сальдо экспорта-импорта региона  $s$  в мировых ценах (оптимальное значение региональной компоненты левой части ограничения на внешнеторговое сальдо в мировых ценах).

Тогда для региона  $s \leq R$  вектор  $(x^s, (x^{sri})_{i=1}^{K_s}, (x^{ris})_{i=1}^{K_s}, (E_i^s)_{i=1}^K, (I_i^s)_{i=1}^K, z^s)$  является оптимальным решением индивидуальной задачи региона  $s$ .

Доказательство этого утверждения очевидно и основано на второй теореме двойственности. А именно, для состояния эквивалентного обмена общесистемной задачи выполнен полный набор соотношений, дополняющий нежесткости каждой из индивидуальных задач регионов, что влечет оптимальность в каждой из индивидуальных задач. Утверждение не представляет собой научной новизны – его аналоги формулировались в работах по ранним модификациям моделей Гранберговского типа [Суслов В.И., 1991]. В настоящем исследовании приведена лишь его адаптация под модификацию модели с эндогенной внешней торговлей.

Приведенное простое утверждение позволяет нам говорить о равновесности по Вальрасу состояния эквивалентного обмена и называть норму вектора  $S^s + S_{IE}^s$ , вычисленного на некотором Парето-оптимальном состоянии  $(\lambda^s)_{s \leq R}$  межрегиональной системы, *невязкой равновесности* данного состояния. Переход к невяз-

ке позволяет нам операционализировать работу с равновесием в контексте настоящего исследования.

Далее опишем *алгоритм поиска равновесия*. Он представляет собой итерационный процесс, специальным образом перебирающий векторы территориальной структуры конечного потребления, и сходящийся к равновесному состоянию при его существовании. Поскольку вектор территориальной структуры отождествляется с Парето-оптимальным состоянием системы, эти итерационные процессы можно интерпретировать как специальный обход Парето-границы – с проверкой степени неравновесности каждого текущего состояния и корректировкой направления следующего шага. Вычисляется соотношение спроса и предложения каждого региона, и если баланс не достигнут, то корректируется  $z^S$  на величину фактического сальдо обмена – в сторону уравнивания спроса с предложением. И, наконец, новые  $\lambda^S$  берутся как нормированные новые  $z^S$ .

Пусть  $(\lambda_0^r)_{r \in R}$  – начальное Парето-оптимальное состояние системы,  $\varepsilon$  – задаваемая наперед точность равновесных тождеств,  $k \geq 0$  – номер итерации.

*ЕСЛИ:*

$\forall s \leq R \quad |S_k^s + S_{IE,k}^s| < \varepsilon$ , то *СТОП*,  $(\lambda_k^r)_{r \in R}$  – состояние эквивалентного обмена.

*ИНАЧЕ:*

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{z}_k^s := (\omega_k^s z_k^r - S_k^s - S_{IE,k}^s) / \omega_k^r \\ \lambda_{k+1}^r := \frac{\tilde{z}_k^r}{\sum_{r \in R} \tilde{z}_k^r} \end{array} \right.$$

Данные алгоритмы обеспечивают быструю (до 20 итераций) сходимость к хорошему приближению состояния равновесия. С другой стороны, результат данного итерационного процесса зависит от стартового состояния. В случае неединственности равновесия множество всех Парето-оптимальных векторов территориальных пропорций конечного потребления разбивается на непересекающиеся подмножества – зоны сходимости к конкретному равновесному состоянию. В случае отсутствия равновесия алгоритм сходится к некоторому локальному минимуму по степени

неравновесности. Математическое доказательство сходимости данных итерационных процессов в общем виде является открытым вопросом и предметом отдельного исследования.

### **7.5.3. Коалиционный анализ в полной модификации ОМММ**

Для модели ОМММ приводится конструкция контрактного рынка, в котором контрактом между регионами является их кооперация в некоторую коалицию  $T \subseteq R$ . Для этого для каждой коалиции (т.е. всех возможных контрактов) строится множество достижимых планов регионов-участников коалиции. Множество дележей коалиции представляет собой множество допустимых решений некоторой параметрической задачи линейного программирования, которая строится по исходной ОМММ с помощью серии преобразований. Осуществляются преобразования задачи двух типов:

- 1) разрыв межрегиональных связей с дополняющей коалицией;
- 2) включение в целевой функционал коалиции поправки на использование «чужой» территории и транспортных мощностей.

Таким образом, наш механизм функционирования контрактного рынка для проведения коалиционного анализа является либеральным способом изоляции участников несвязных коалиций. Значит, в том случае, если транспортная топология всей межрегиональной системы такова, что межрегиональная перевозка между двумя регионами территориально несвязной коалиции действует территорию региона дополняющей коалиции, то транспортная работа, которая ложится на дополняющую коалицию, вычитается из целевых переменных исходной коалиции с некоторой наценкой, которая является экзогенным параметром контрактного рынка. Данный механизм функционирования контрактного рынка описан в работе [Суслов В.И., 2011].

### **Кооперативно-игровая постановка модели ОМММ**

В настоящем разделе приведено формальное описание кооперативно-игровой постановки, соответствующей межрегиональной модели с эндогенной внешней торговлей. Также введена инструментальная адаптация традиционного понятия коалиционной блокируемости, обосновывающая алгоритмические процедуры и дизайн вычислительного эксперимента главы 3.

Исходная модель представляет собой параметрическое семейство задач линейного программирования по параметру

$(\lambda^S)_{S \in \{1, \dots, R\}}$ . Она задает Парето-границу в критериальном пространстве всех регионов. «Конус» под Парето-границей определяет множество достижимых всей межрегиональной системой (полной коалицией) векторов конечного потребления  $(z^S)_{S \in \{1, 2, \dots, R\}}$ .

Обозначим  $\Delta^T = \{(\lambda_s^T)_{s \in T} : 0 \leq \lambda_s^T \leq 1, \sum_{s \in T} \lambda_s^T = 1\}$  – единичный симплекс в пространстве регионов коалиции  $T \subseteq \{1, 2, \dots, R\}$ .

Для полной коалиции  $R = \{1, 2, \dots, R\}$  обозначим:

$\vec{x}(\vec{\lambda}) = \vec{x}((\lambda_s^R)_{s \in R})$  – вектор оптимального плана прямой задачи со значением вектора территориальной структуры конечного потребления  $(\lambda_s^R)_{s \in R}$ ;

$\vec{z}(\vec{\lambda}) = \vec{z}((\lambda_s^R)_{s \in R})$  – вектор оптимальных значений критериальных переменных регионов.

Тогда:

$P_z^R = \cup_{\lambda \in \Delta_R} \vec{z}(\vec{\lambda})$  – Парето-граница полной коалиции;

$P_x^R = \cup_{\lambda \in \Delta^R} \vec{x}(\lambda)$  – множество Парето-оптимальных планов полной коалиции.

Все векторы конечного потребления, покомпонентно меньшие некоторого Парето-оптимального  $\vec{z}(\lambda) \in P_z^R$ , являются достижимыми полной коалицией.

Определим достижимое множество полной коалиции:

$$G(R) = \{\vec{z} \in \mathbb{R}_+^R : \exists \vec{z}' \in P_z^R \mid \forall s \in R z^s \leq z^{s'}\}.$$

Аналогичным образом – через Парето-границу – определяется и достижимое множество произвольной коалиции  $T \subset R$ . Сформулируем оптимизационную задачу для коалиции  $T$ , параметризованную вектором территориальной структуры конечного потребления  $(\lambda_s^T)_{s \in T} \in \Delta_T$ , в виде последовательности операций над ограничениями и переменными задачи полной коалиции.

1. Вычеркиваются региональные балансовые ограничения и переменные всех регионов, не входящих в коалицию  $T$ .
2. Вычеркиваются переменные межрегиональных перевозок между регионами коалиции  $T$  и регионами дополняющей коалиции  $\bar{T} = \{1, 2, \dots, R\} \setminus T$ .
3. Если коалиция  $S$  является несвязной, то по матрице смежности всей межрегиональной системы в задачу коалиции

включается минимальное количество межрегиональных связей для пар несмежных регионов  $(s, s')$ , превращающее коалицию в связную. Подразумевается, что добавленные переменные межрегиональных перевозок  $x^{ss'}$  являются транзитными перевозками. То есть задействуют территорию и транспортные мощности регионов дополняющей коалиции  $\bar{T}$ . В конфигурации модели для каждой коалиции явным образом задаются связи, которые добавляются в несвязные коалиции, и цепочка регионов-транзитеров  $r \in \bar{T}$  для данной связи.

$$T \mapsto \left\{ \begin{array}{l} (s_1, s'_1): s_1 \mapsto r_{11} \mapsto r_{12} \mapsto \dots \\ \quad \mapsto r_{1k_1} \mapsto s'_1, \\ (s_2, s'_2): s_2 \mapsto r_{21} \mapsto r_{22} \mapsto \dots \\ \quad \mapsto r_{c_T k_2} \mapsto s'_2, \\ \dots \\ (s_{c_T}, s'_{c_T}): s_{c_T} \mapsto r_{c_T 1} \mapsto r_{c_T 2} \mapsto \dots \\ \quad \mapsto r_{c_T k_{c_T}} \mapsto s'_{c_T} \end{array} \right\}, s'_c \in T, r_{c i_c} \in \bar{T}$$

Подразумевается, что две компоненты связности коалиции можно соединить добавлением ровно одной связи  $(s_c, s'_c)$  с соответствующей цепочкой транзитеров. Соседние регионы в записи цепочки являются смежными в полной межрегиональной системе. Здесь  $c$  – индекс транзитной связи,  $c = \overline{1, c_T}$ ,  $(c_T - 1)$  – количество компонент связности в коалиции  $T$  (характеристика, вытекающая из матрицы смежности полной межрегиональной системы и состава коалиции  $T$ ).

Переменная  $x^{s_c s'_c}$  включается в балансовое ограничение вывозящего региона  $s_c$  с матрицей коэффициентов  $G_{s_c r_{c1}}^{s_c}$ , то есть подразумевается, что транспортная отрасль вывозящего региона  $s_c$  несет нагрузку только по транспортировке до первого региона цепочки транзитеров  $r_{c1}$ . Аналогичным образом та же переменная  $x^{s_c s'_c}$  включается в балансовое ограничение ввозящего региона  $s'_c$  с матрицей транспортных способов  $H_{r_{c k_c} s'_c}^{s'_c}$ , то есть транспортная отрасль ввозящего региона несет нагрузку только по транспортировке из последнего региона транзитной цепочки до пункта назначения.

Целевая функция коалиции  $T$  штрафует на величину транспортной работы (затрат транспортных отраслей  $j_\tau$ ) всех транзитных регионов  $r_i$  на объемы транзитных перевозок перевозки  $x^{sr_1}, x^{r_c s'}$ , взятой с некоторыми транзитными тарифами  $\beta \in \mathbb{R}_+^{(k_1+k_2+\dots+k_{c_T})^\Theta}$ , которые являются экзогенными для задачи коалиции  $T$ . Генерация экзогенного транзитного тарифа  $\beta_{j_\tau}^{r_{c_i c}}$  на использование мощностей транспортной отрасли  $j_\tau$  региона  $r_{c_i c}$  из транзитной цепочки  $c$  происходит следующим образом:

$$\beta_{j_\tau}^{r_{c_i c}} = \hat{\beta} \hat{y}_{j_\tau}^{r_{c_i c}},$$

где  $\hat{y}_{j_\tau}^{r_{c_i c}}$  – двойственная оценка балансового ограничения транспортной отрасли  $j_\tau$  ( $\tau \leq \Theta$ ) региона  $r_{c_i c}$  из оптимального плана полной системы, однократно рассчитанная на некотором  $\vec{\lambda} \in \Delta_R$ . Назначение  $\hat{y}_{j_\tau}^{r_{c_i c}}$  – перевести транспортные затраты транзитных регионов в стоимостную шкалу.

$\hat{\beta} \geq 0$  – управляющий параметр наценки, характеризующий либеральность дополняющей коалиции  $\bar{T}$  к транзитным перевозкам.  $\hat{\beta} = 0$  означает абсолютную транзитную проницаемость территории (бесплатный транзит).  $\hat{\beta} = 1$  означает готовность дополняющей коалиции к транзитным перевозкам «по себестоимости»,  $\hat{\beta} \rightarrow \infty$  – абсолютную изоляцию компонент связности коалиции (ситуация, делающая рассмотрение несвязных коалиций бессмысленным):

$$Penalty_\tau =$$

$$\beta \sum_{j_\tau, c \in c_T} \left( x^{s_c, s'_c} \cdot \left( (y_{j_\tau}^{r_{c_1}} (H_{s_c, r_{c_1}}^{r_{c_1}})_{j_\tau} + \sum_{2 \leq i_c \leq k_c} y_{j_\tau}^{r_{c_i c}} (G_{r_{c_i c}, r_{c_i c}}^{r_{c_i c}})_{j_\tau} + \right. \right. \\ \left. \left. + H_{r_{c_i c}, r_{c_i c}}^{r_{c_i c}} \right)_{j_\tau} + y_{j_\tau}^{r_{c_k c}} (G_{r_{c_k c}, r_{c_k c}}^{r_{c_k c}})_{j_\tau} \right).$$

Здесь  $(\dots)_{j_\tau}$  обозначены строки транспортных затрат в матрицах транспортных способов транзитных регионов, а « $\cdot$ » – знак скалярного произведения векторов.

Обозначим для региона  $s \in T$   $c(s)$  множество транзитных связей, в которых участвует  $s$ ,  $r_T(s) \subseteq T \setminus \{s\}$  – множество регионов коалиции  $T$ , смежных с  $s$ .

Во введенных обозначениях параметрическая задача, задающая Парето-границу коалиции  $T$ , записывается следующим образом. Для компактности записи выражение внутри суммы для вычисления штрафа целевой функции за транзитные перевозки, приведенное выше, заменено на «...».

$$\left\{ \begin{array}{l} z - \text{Penalty}_T \rightarrow \max \\ z^s - \lambda_T^s (\text{Penalty}_T) \geq 0, s \in T, (\lambda_T^s) \in \Delta_T \\ A^s x^s + \sum_{r \in r_T(s)} (G_s^{sr} x^{sr} + H_s^{rs} x^{rs}) + \sum_{c \in c(s)} (G_s^{sc} x^{sc} + H_s^{cs} x^{cs}) + \\ + \sum_{i \leq K} (G_{is}^E E_i^s + H_{is}^I I_i^s) \geq b^s + z^s \\ \text{Penalty}_T - \beta \sum_{j_r, c \leq c_r} (\dots) = 0 \\ \sum_{i \leq K, s \in T} p_i^E \cdot E_i^s - \sum_{i \leq K, s \in T} p_i^I \cdot I_i^s \geq 0 \\ \sum_{s \in T} I_i^s \leq I_i \forall i \leq K \\ \sum_{s \in T} E_i^s \leq E_i \forall i \leq K \end{array} \right.$$

Заметим, что данная запись оптимизационной задачи справедлива не только для несвязной коалиции  $T$ , но и для произвольной. Для связанных коалиций  $T$   $c(s) = \emptyset \forall s \in T$ ,  $\text{Penalty}_T \equiv 0$ , и все слагаемые, отличающие запись задачи несвязной коалиции, уходят.

Для коалиции  $T \subseteq \mathbf{R}$  и  $\vec{\lambda}_T \in \Delta_T$  обозначим:

$\vec{x}_T(\vec{\lambda}_T)$  – вектор оптимального плана оптимизационной задачи  $T$  со значением вектора территориальной структуры конечного потребления  $\vec{\lambda}_T = (\lambda_T^s)_{s \in T}$ ;

$\vec{z}_T(\vec{\lambda}_T) = \vec{z}_T((\lambda_T^s)_{s \in T}) = (z_T^s)_{s \in T}$  – вектор оптимальных значений критериальных переменных регионов коалиции  $T$ ;

$P_z^T = \cup_{\lambda_T \in \Delta_T} \vec{z}_T(\vec{\lambda}_T)$  – Парето-граница коалиции  $T$ ;

$P_x^R = \cup_{\lambda \in \Delta^T} \vec{x}(\lambda)$  – множество Парето-оптимальных планов коалиции  $T$ .

Все векторы конечного потребления  $(z_T^S)_{S \in T}$ , покомпонентно не превосходящие некоторого Парето-оптимального  $\vec{z}_T(\vec{\lambda}_T) \in P_Z^T$ , являются достижимыми данной коалицией. Определим множество достижимости произвольной коалиции  $T \subseteq R$  как:

$$G(T) = \{\vec{z}_T \in \mathbb{R}_+^T : \exists \vec{z}'_T \in P_Z^T \mid \forall S \in T \ z_T^S \leq z'^S_T\}.$$

Итак, построена кооперативная игра  $G = \langle R, (G(T))_{T \subseteq R} \rangle$ , ассоциированная с моделью ОМММ с эндогенной внешней торговлей.

Коалиция  $T$  блокирует вектор  $(z^S) \in G(R)$ , если существует такой  $(\vec{z}^S) \in G(T)$ , что  $\vec{z}^S > z^S \ \forall S \in T$ .

Так как любое допустимое решение задачи коалиции может быть улучшено до Парето-оптимального, и нас интересуют прежде всего свойства оптимальных решений, то в практических расчетах классическое определение блокируемости сужается до его модификации для оптимальных решений.

А именно, говорим, что коалиция  $T$  блокирует Парето-оптимальный вектор  $\vec{z}(\vec{\lambda}) = (z^S)_{S \in R} \in P_Z^R \subset G(R)$ , соответствующий некоторому  $\vec{\lambda} \in \Delta_R$ , если существует  $\vec{\lambda}_T \in \Delta_T$  – такой, что на оптимальном решении задачи коалиции:

$$T \vec{z}_T(\vec{\lambda}_T) = (z_T^S)_{S \in T} \in P_Z^T,$$

$$z_T^S > z^S \ \forall S \in T.$$

Более того, в виду доказанных в [Суслов В.И. 1991] геометрических свойств границы Парето любой коалиции  $T$ , это ограниченное сверху выпуклое многогранное множество. Поэтому блокирующий дележ для  $(\lambda^S) \in \Delta_R$  на Парето-границе коалиции  $T$  существует тогда и только тогда, когда для проекции  $(\lambda^S)$  на  $\Delta_T$ , то есть для  $\lambda_T^S = \frac{\lambda^S}{\sum_{S \in T} \lambda^S}$  на соответствующем оптимальном решении  $(z_T^S)$  выполнено  $z_T^S > z^S$ .

Данное свойство иллюстрирует (но не доказывает) рис. 7.17. А именно, достаточно лишь проверить: лежит ли проекция  $(z^S)$  на критериальное пространство коалиции  $T$  выше или ниже Парето-границы коалиции  $T$ . А для этого достаточно найти Парето-оптимальный вектор с теми же территориальными пропорциями конечного потребления и сравнить с исходным. На рисунке изображена Граница Парето некоторой коалиции  $T$ . На плоскость це-

левых переменных  $s \in T$  нанесена проекция проверяемого на блокируемость вектора  $(z^s)$ .  $(z^s)$  блокируется коалицией  $T$  по определению, когда заштрихованная красным область, состоящая из покомпонентно больших векторов, непустая. Это происходит, если  $(z^s)_{s \in T}$  лежит под Парето-границей  $T$ . При таком взаимном расположении  $(z^s)_{s \in T}$  и Парето-границы коалиции очевидно (ввиду выпуклости), что Парето-оптимальная для  $T$  точка  $(z_T^s)$ , «высеченная» лучом в направлении  $(z^s)_{s \in T}$  будет лежать в «красной» области. И обратно, если не выполнено  $(z_T^s) > (z^s)_{s \in T}$ , то это однозначно означает, что  $(z_T^s)$  не лежит в «красной» области, а значит она пуста (иначе содержала бы  $(z_T^s)$ ).

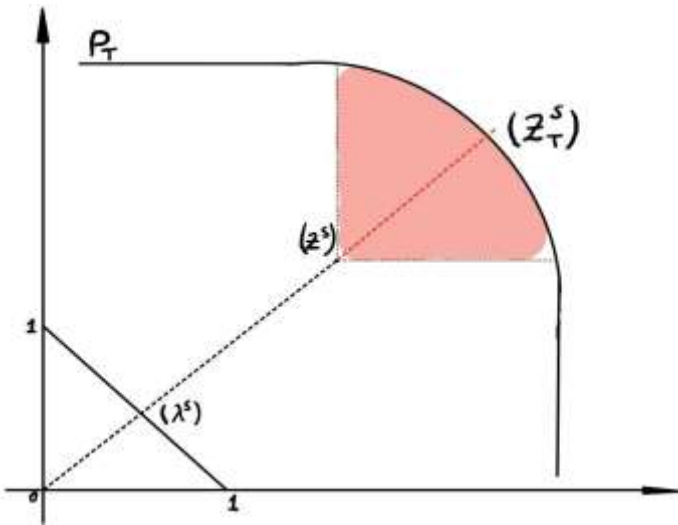


Рис. 7.17. Парето-граница коалиции  $T$  и множество точек, блокирующих  $(z^s)$

Строгое доказательство данного утверждения лежит за пределами данной работы. Для нулевого параметра  $\hat{\beta}$  (отсутствия штрафа в целевой функции) доказательство очевидным образом следует из выпуклости границы Парето. Для существенной штрафной компоненты в целевой функции коалиции утверждение может быть несправедливо, так как штраф может сместить территориальную структуру  $\vec{z}_T(\vec{\lambda}_T)$  от исходной.

Таким образом, алгоритмически проверка блокируемости Парето-оптимального  $\vec{z}(\vec{\lambda})$  коалицией  $T$  сводится к одному решению задачи коалиции со специально построенным по  $\vec{\lambda}$   $\vec{\lambda}_T$  и покомпонентному сравнению получившегося оптимального решения  $\vec{z}_T(\vec{\lambda}_T)$  с  $\vec{z}(\vec{\lambda})$ .

Описанные в данной главе конструкции для построения кооперативной игры и алгоритм проверки вектора конечных потреблений на блокируемость положены в основу программного комплекса, используемого в экспериментальной части (глава 3) настоящего исследования.

#### **7.5.4. Анализ зависимости коалиционной стабильности от равновесности в экономиках различной степени открытости (экспериментальные расчеты)**

В данной разделе приводится серия экспериментальных расчетов, иллюстрирующая поведение коалиционной стабильности состояния эквивалентного обмена для межрегиональных систем различной степени открытости.

В разделе 7.5.4 на сконструированный экземпляр модели взаимодействия регионов проецируются все теоретические конструкции, описанные в предыдущих разделах 7.5, формулируются гипотезы коалиционной стабильности состояния эквивалентного обмена. Приводится общая логика и дизайн эксперимента. Проверяемые гипотезы представлены четырьмя видами:

- влияние степени открытости экономики на коалиционную стабильность состояния эквивалентного обмена;
- влияние степени открытости экономики на существование равновесия и качество лучшего приближения к равновесию;
- влияние выполнения предпосылок теорем, сформулированных для модели с условным центром на коалиционную стабильность состояния эквивалентного обмена;
- коалиционная стабильность состояния эквивалентного межрегионального обмена и обмена с учетом внешней торговли.

Также в данном разделе описываются инструментальные конструкции эксперимента – управляющие параметры и отслеживаемые метрики, приводится связь вычислительного и теоретического уровней экспериментального исследования.

В разделе 7.5.4.2 анализируются данные результатов экспериментальных расчетов. Результаты интерпретируются, формулируются выводы по высказанным гипотезам, а также – по адаптации инструментария коалиционного и равновесного анализа ОМММ для случая открытой экономики.

В качестве объекта для вычислительных экспериментов выбрана полноразмерная прикладная в «нелинейной» постановке ОМММ, построенная в перспективе до 2030 г. (базовый – 2013 г., прогнозный – 2030 г.), состоящая из восьми федеральных округов РФ в 40-отраслевой номенклатуре. Транспортными являются 25 из 40 отраслей. Перевозка продуктов осуществляется посредством трех видов транспорта – железнодорожного, автомобильного и трубопроводного. Транспортная топология межрегиональных перевозок задается матрицей смежности регионов, внешнеторговых – представлена в модели в упрощенном виде: есть один внешний рынок, и все регионы имеют к нему непосредственный доступ (без транзита через другие регионы).

Схема выделения коалиций регионов из системы происходит по принципу компенсации транспортной работы «внешним» для коалиции транзитным регионам. Она идет отрицательными слагаемыми (в издержки) целевой функции коалиции.

Отправной точкой расчетов (входные данные модели, включая мировые цены и вектор территориальной структуры конечного потребления) является базовый прогнозный сценарий с показателями конечного потребления (табл. 7.4).

1) найти состояние эквивалентного обмена (равновесие с нулевым сальдо обмена);

2) исходя из расчета, что состояние эквивалентного обмена является взаимовыгодным (не блокируется ни одной коалицией), запустить из него алгоритм обхода Парето-границы и поиск границ ядра;

3) проанализировать полученное множество («Зона ядра») и дать экономическую интерпретацию.

Уже на первом шаге методология дала сбой: алгоритм поиска равновесия сошелся к состоянию, у которого сальдо межрегионального обмена невелики в масштабах экономики регионов, но не равны нулю. На втором шаге обнаруживается, что найденное состояние блокируется некоторым набором коалиций. Дальнейший содержательный экономический анализ в данной ситуации оказался затруднен.

Таблица 7.4

**Параметры конечного потребления  
в соответствии с базовым прогнозным сценарием в 2013 г. и 2030 г.,  
млн руб.**

Федеральные округа	2013 г., млн руб.	Структура, %	2030 г., млн руб.	Структура, %
В целом по РФ	46 379 270	100,00	76 267 070	100,00
Центральный ФО	16 713 122	36,04	26 918 300	35,29
Северо-Западный ФО	4 736 669	10,21	7 784 580	10,21
Южный ФО	3 794 287	8,18	6 499 870	8,52
Северо-Кавказский ФО	1 738 210	3,75	3 086 310	4,05
Приволжский ФО	7 641 382	16,48	12 541 100	16,44
Уральский ФО	4 431 459	9,55	7 326 980	9,61
Сибирский ФО	5 028 249	10,84	8 272 100	10,85
Дальневосточный ФО	2 295 892	4,95	3 837 830	5,03

Методология коалиционного и равновесного анализа по ОМММ базируется на интеграции некоторых утверждений из классической математической экономики и теории кооперативных игр в контексте моделирования мультирегиональных систем типа ОМММ.

#### **7.5.4.1. Дизайн эксперимента**

Толчком к проведению исследования послужили неожиданные результаты расчетов при попытке применить стандартную процедуру коалиционного анализа к экземпляру модели ОМММ с эндогенным экспортом-импортом. Типовые шаги данной методологии, следующие:

1. В системе межрегиональных торгово-транспортных отношений существует по крайней мере одно (при расчетах по большим прикладным моделям – всегда одно) состояние эквивалентного обмена, в котором сальдо межрегионального обмена в равновесных (по Вальрасу) ценах равно нулю для каждого региона.

2. Это состояние не блокируется ни одной коалицией (подмножеством) регионов, т.е. любая коалиция, выделившись из полной системы, проигрывает в целевых показателях.

3. Множество всех состояний, не блокируемых ни одной коалицией регионов, непусто – это часть общесистемной Парето-границы, которая достаточно велика и имеет сложную геометрию.

ческую конфигурацию (может быть даже несвязной). Это – множество взаимовыгодного обмена, называемое ядром системы или равновесием по Нэшу.

Утверждения математически доказаны для класса моделей [Васильев В.А., Суслов В.И., 2009], но переход к случаю открытой экономики коренным образом меняет ситуацию: в результате эти «классические» утверждения перестают выполняться. Точнее, их справедливость не подтверждается результатами многочисленных расчетов по большой прикладной модели РФ.

Отрицания данных утверждений легли в основу гипотез настоящего исследования:

1) не существует ни одного состояния эквивалентного обмена, т.е. такого, в котором сальдо межрегионального обмена в равновесных ценах было бы в точности равно нулю для всех регионов;

2) ни одно, сколь угодно близкое к эквивалентности состояние не является неблокируемым, т.е. входящим в ядро системы – равновесие Нэша;

3) на общесистемной Парето-границе не существует ни одного состояния, не блокируемого какими-либо коалициями.

Единичное выполнение данных отрицательных утверждений на практике вызвало у нас необходимость глубокого исследования причин и условий. Если утверждения выполняются, то оперирование такими понятиями, как «открытость», «эквивалентный обмен», «блокируемость» в классических дихотомических шкалах («эквивалентный – неэквивалентный», «блокируется – не блокируется») становится бессодержательным. Поэтому при определении равновесных состояний было решено перейти к непрерывным шкалам. В разделах данной главы вводятся соответствующие метрики для инструментализации исследования.

### **Модификации состояния эквивалентного обмена**

Состояние равновесия (эквивалентного обмена) в эксперименте будем определять следующими способами.

*Традиционным* образом (в методологии эквивалентного и коалиционного анализа исторически использовалось именно это определение), как состояние эквивалентного межрегионального обмена – через равенство нулю сальдо внутренних перевозок всех регионов:

$$S^r = 0 \forall r \in R.$$

*Модифицированным* для открытой экономики образом, как состояние эквивалентного межрегионального и внешнеторгового обмена – через равенство нулю суммы внешнего и внутреннего сальдо всех регионов:

$$\tilde{S}^r := S^r + S_{IE}^r = 0 \quad \forall r \in R$$

Выше введено новое обозначение:  $\tilde{S}^r$  – модифицированное сальдо обмена региона.

Выкладки, обосновывающие вторую модификацию, приведены в Главе 2. Именно в таком состоянии достигается равенство всех региональных компонент активной и пассивной части общесистемного макрофинансового баланса модели с эндогенной внешней торговлей.

### **Степень неэквивалентности обмена**

Для каждого состояния можно говорить о степени неэквивалентности, которая измеряется максимальным по регионам значением отношения абсолютной величины сальдо обмена к целевому показателю. Межрегиональный обмен являлся бы эквивалентным в классическом понимании, если бы степень его неэквивалентности была равна нулю.

В расчетах мы можем найти только некоторое приближение состояния равновесия, качество которого измеряется величиной невязки. Степень неэквивалентности обмена, она же невязка равновесия ( $\varrho$ ) – это максимум отношений сальдо обмена к конечному потреблению региона по регионам:

$\varrho = \max_r \left( \frac{|S^r|}{z^r} \right)$  – степень неэквивалентности межрегионального обмена;

$\tilde{\varrho} = \max_r \left( \frac{|\tilde{S}^r|}{z^r} \right)$  – степень неэквивалентности межрегионального и внешнеторгового обмена;

### **Степень блокируемости**

Для каждого состояния системы можно говорить о степени блокируемости, которую можно измерить двояко.

1. Величиной относительного прироста целевых показателей выделившихся в коалицию регионов, выбрав в качестве индикатора максимальную из них (по всем коалициям) – «блокируемость а»:

$$B_a := \max_{S \subset R, r \in S} \frac{z_S^r - z_R^r}{z_R^r}.$$

2. Количество коалиций, блокирующих это состояние – «блокируемость б»:

$$B_b := \#\{S \subset R: \forall r \in S \ z_S^r - z_R^r > 0\}.$$

В последней формуле знаком # обозначается количество элементов конечного множества (счетная мера).

В классической ситуации в состояниях, принадлежащих ядру, блокируемость (а) была бы отрицательной, блокируемость (б) – нулевой. Теперь (в открытой системе) оба этих индикатора на всей общесистемной Парето-границе положительны.

### Степень открытости

В модели с эндогенным экспортом–импортом есть общесистемное ограничение на сальдо внешнеторгового баланса. В данном ограничении присутствует несколько переменных – способов экспорта и импорта ( $E_i^S, I_i^S$ ). И каждый способ реализуется по своей экзогенной цене. Таким образом, задается эластичность цены внешней торговли по объему. Кроме того, у каждого способа в модели есть верхняя граница ( $\hat{E}_i, \hat{I}_i$ ) (суммарная по регионам). Управляя эластичностью цены по объемам (ценами и верхними границами способов), мы задаем разные степени открытости экономики.

На рисунке 7.18 угол  $\alpha$  (от  $0^\circ$  до  $90^\circ$ ) – угол наклона кривой зависимости цены экспорта (импорта) от объема экспорта (импорта), единственный управляющий параметр степени открытости экономики ( $h$  и  $k$  – экзогенные коэффициенты). Параметры  $p_0, x_0$  – фактические цена и объем (в нашем эксперименте  $x_0 = 0$ ):

$$x_- = x^- - k^-(x_0 - x^-), \quad x_+ = x^+ - k^+(x^+ - x_0),$$

где  $h^-, h^+$  – параметры интервала возможных изменений цены;

$k^-, k^+$  – параметры интервала возможных изменений объема.

С помощью управляющего параметра  $\alpha$  варьируется степень открытости экономики. Угол  $\alpha$  равный  $90^\circ$  соответствует ступенчатому скачку от выгодной цены до бесконечной (для импорта) и нулевой (для экспорта) в точке некоторого экзогенного объема (в нашем случае нулевого объема). Такой скачок равносителен фиксации переменных экспорта и импорта на нуле (замкнутой экономике). Угол  $\alpha$  равный  $0^\circ$  соответствует неэластичности цены по объему.

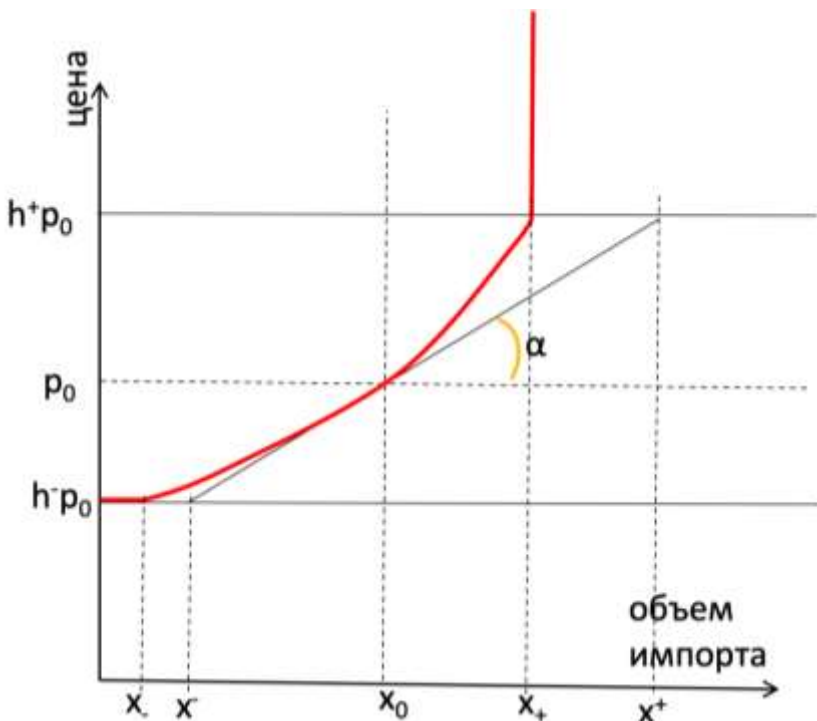


Рис. 7.18. Зависимость цены импорта от объема импорта

На последующих диаграммах (рис. 7.19–7.29) параметр  $\alpha$  представлен в процентах от  $90^\circ$ . Так, 99,9% соответствует замкнутой экономике: с помощью заградительной цены внешняя торговля фиксируется на нуле. Соответственно, 0,01% описывает абсолютно открытую экономику, где любой сколь угодно большой объем экспорта и импорта может быть реализован по базовой цене  $p_0$ .

Гипотезы в порядке убывания силы утверждений.

1. Состояние эквивалентного межрегионального обмена не блокируется ни одной коалицией независимо от степени открытости экономики.
2. Модифицированное состояние эквивалентного обмена (с учетом внешней торговли) не блокируется ни одной коалицией независимо от степени открытости экономики.
3. При росте степени открытости экономики увеличивается невязка лучшего приближения равновесия.

4. Состояние эквивалентного обмена (с учетом внешней торговли) не блокируется в модели с достаточно малой степенью открытости.
5. Достаточно малая степень неэквивалентности влечет достаточно малые метрики блокируемости при любой степени открытости.
6. Гипотезы дополнительных требований на конфигурацию модели:

а) если в модели выполнены условия строгой автаркичности регионов, то достаточно малая степень неэквивалентности влечет достаточно малые метрики блокируемости – при любой степени открытости;

б) достаточно малая степень неэквивалентности влечет достаточно малые метрики блокируемости, если в модели выполнены условия строгой автаркичности регионов и баланс вывоза-ввоза выполняется по каждому продукту при любой степени открытости;

в) независимо от степени открытости экономики состояние эквивалентного обмена существует, если в модели выполнено свойство строгой автаркичности регионов.

На рис. 7.19 визуализирована логическая схема серии экспериментальных расчетов по основному списку гипотез (1–5). Эксперимент по гипотезам 1–5 организован следующим образом.

Для одной и той же модификации модели и входных данных модели (8 регионов, скалярное ограничение на баланс внешней торговли) перебирается 10 вариантов параметра  $\alpha$  – от 0,01% до 99,9% с шагом в 10%.

Для каждого  $\alpha$  запускается два экземпляра алгоритма поиска состояния эквивалентного обмена, в которых минимизируется невязка:

- 1) межрегионального обмена  $q$ ;
- 2) обмена с учетом внешней торговли  $\tilde{q}$ .

Выход каждого прогона алгоритма – набор состояний (территориальных структур)  $\lambda$  и  $\tilde{\lambda}$  различной степени неэквивалентности.

Далее для каждой территориальной структуры  $\lambda$  и  $\tilde{\lambda}$  рассчитывается все 255 задач коалиций и по вычисленным целевым показателям рассчитываются метрики блокируемости  $B_a$  и  $B_b$ .



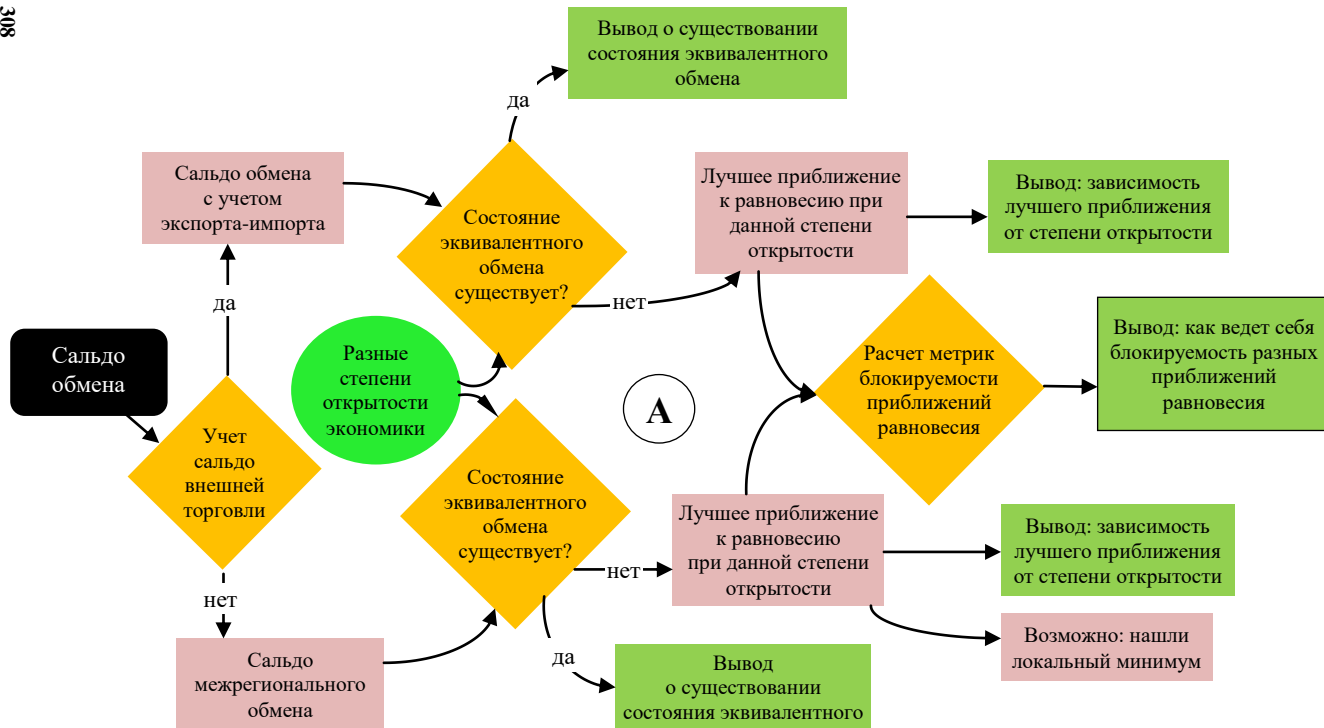


Рис. 7.19. Блок-схема численного эксперимента для гипотез 1–5

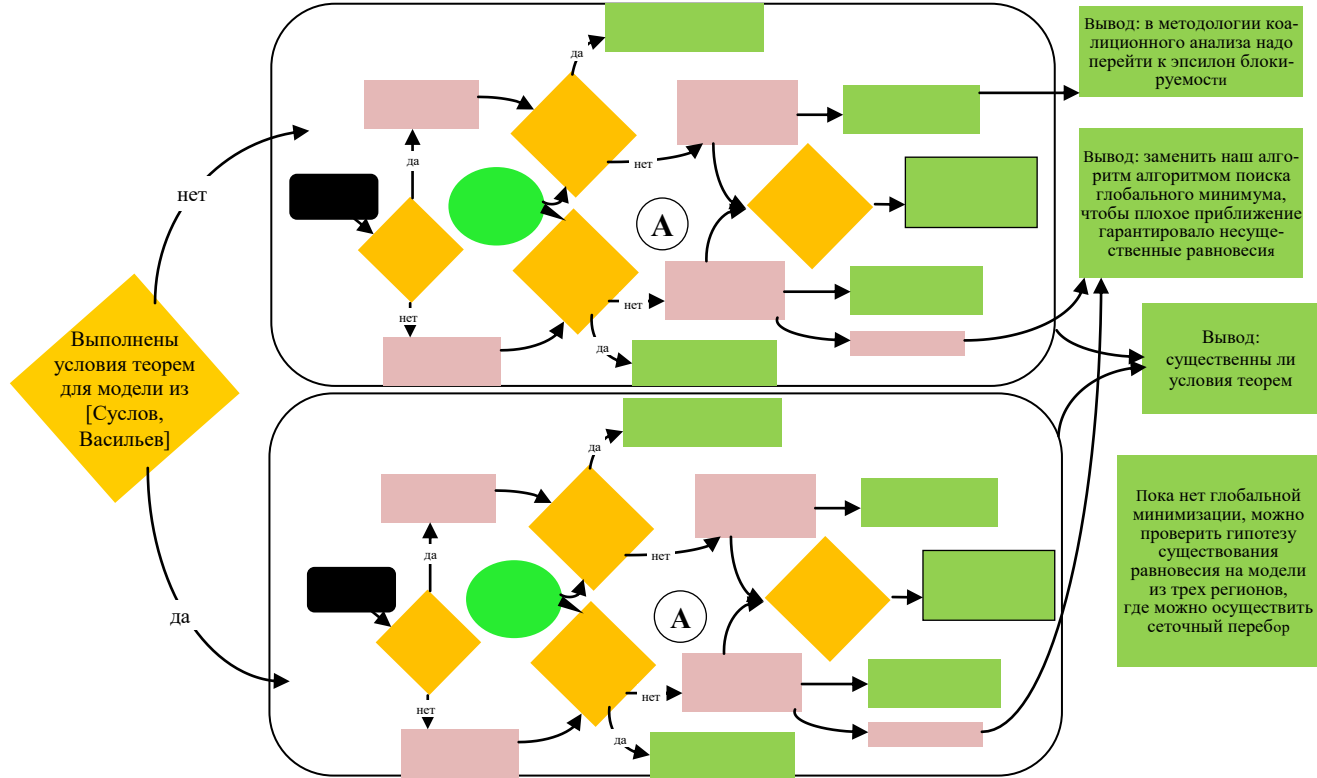


Рис. 7.20. Блок-схема эксперимента для проверки гипотезы 6



Итого каждый элемент эксперимента «кодируется» вектором  $(\alpha, \varrho, B_a, B_b)$  и  $(\alpha, \tilde{\varrho}, B_a, B_b)$ . 10 шагов по  $\alpha$ , 10 приближений к равновесию по  $\varrho$  и 10 по  $\tilde{\varrho}$ , и для каждого приближения 255 коалиций. Для просчета несвязных коалиций во всех случаях был также проварьирован параметр транзитной наценки (10 вариантов). Таким образом, эксперимент насчитывает  $2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 255 \cdot 10 = 510000$  запусков ОМММ с различными значениями входных параметров и постобработку (агрегацию) результата.

В каждой из 11-ти полученных «точек» по  $\alpha$  для различных приближений к равновесию рассчитываются все 255 задач коалиций из 8-ми регионов. Была проверена блокируемость каждого приближения равновесия при каждом значении параметра  $\alpha$ . Для визуализации результатов используются две метрики блокируемости:

1) максимальный размер выигрыша регионов от вступления в коалиции (процентный прирост регионального конечного потребления по сравнению с конечным потреблением в полной коалиции) (блокируемость –  $B_b$ );

2) количество коалиций, блокирующих данное состояние (блокируемость –  $B_a$ ).

Массив данных, полученный в результате эксперимента, содержит следующие *колонки-измерения* (то, по чему мы группируем и фильтруем):

- номер варианта (case). Вариант соответствует сочетанию степени открытости и степени неэквивалентности;
- Alpha – значение параметра  $\alpha$ , отвечающего за открытость в % от 90°;
- Coalition – номер коалиции, принимающий значение от 1 до  $2^R - 1$ , где R – количество регионов в межрегиональной системе. Коалиция с максимальным номером содержит все R регионов, коалиция с номером 1 – автаркия первого региона;
- Coalition Description – строковое представление состава коалиции, состоящее из R символов, каждый из которых может быть номером региона (если он участвует в коалиции) или прочерком «-», если регион не участвует в коалиции. К примеру «1-----» – автаркия первого региона;

- Equilibrium Rate – значение невязки эквивалентного обмена  $\varrho$  ( $\tilde{\varrho}$ ) для данного варианта в процентах;
- Region – номер региона. Если регион не участвует в коалиции, то в соответствующей строке таблицы поле Region пусто.
- Transfer Cost – коэффициент транзитной наценки за транспортную работу в несвязных коалициях. В формульном представлении модели в главе 2 данный коэффициент был обозначен  $\hat{\beta}$ .

*Колонки-метрики* (то, что подвергается агрегациям) в результирующем массиве данных:

- Consume – значение конечного потребления (региона в коалиции в данном варианте расчетов);
- Export – суммарное значение всех способов экспорта (региона в коалиции в данном варианте расчетов);
- Import – суммарное значение всех способов импорта (региона в коалиции в данном варианте расчетов).
- Формат сырых данных представлен в табл. 7.5.

*Таблица 7.5*

**Структура массива сырых данных на выходе эксперимента**

Номер варианта	Transfer Cost	Альфа	Степень неэквивалентности обмена	Номер коалиции	Состав коалиции (номера регионов)	Номер региона	Конечное потребление (млн руб.)	Экспорт (млн руб.)	Импорт (млн руб.)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
29	1	0,6	0,1777	254	-2345678	1			
29	1	0,6	0,1777	254	-2345678	2	8605180	1349095	992407
29	1	0,6	0,1777	254	-2345678	3	5990200	2326283	4476976
29	1	0,6	0,1777	254	-2345678	4	2374730	293564	446126
29	1	0,6	0,1777	254	-2345678	5	14366000	141389	537103
29	1	0,6	0,1777	254	-2345678	6	10770300	0	570817
29	1	0,6	0,1777	254	-2345678	7	9613630	293817	974441
29	1	0,6	0,1777	254	-2345678	8	4140380	1837869	5742459
29	1	0,6	0,1777	251	12-45678	1	23211700	4090358	6903797
29	1	0,6	0,1777	251	12-45678	2	8517600	406589	826472
29	1	0,6	0,1777	251	12-45678	3			
29	1	0,6	0,1777	251	12-45678	4	2350560	55096	190962

Окончание таблицы 7.5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
29	1	0,6	0,1777	251	12-45678	5	14219800	0	425265
29	1	0,6	0,1777	251	12-45678	6	10660700	0	401710
29	1	0,6	0,1777	251	12-45678	7	9515790	125078	1252626
29	1	0,6	0,1777	251	12-45678	8	4098240	1756987	3367444

Далее полученный датасет был обработан и проанализирован в BI-системе Tableau, рассчитаны различные агрегаты, такие как выигрыш региона от вступления в коалицию, флаг блокирующей коалиции и т.д., построены визуализации.

На рис. 7.20 изображена блок-схема эксперимента для проверки гипотез о влиянии условия строгой автаркичности регионов на существование равновесия и коалиционную стабильность его приближений. Для проверки гипотез ба–бс организуется аналогичный эксперимент, что и для 1–5, но для искусственно сконструированной модели, в которой формально выполнены все условия теорем для модели с условным центром. А именно, из 8-ми регионов исходной модели выбраны три строго автаркичных региона – Северо-Западный, Сибирский и Дальневосточный федеральные округа. Оптимизационные задачи их одноэлементных коалиций имеют положительную целевую функцию (конечное потребление) и экспорт, превышающий импорт (выполнены условия свойства строгой автаркичности). И в качестве исходной межрегиональной системы для проверки гипотез влияния строгой автаркичности взята модель коалиции этих трех регионов.

Полученная трехрегиональная модель рассматривается со скалярным балансом экспорта-импорта и с более обременительным векторным балансом – по каждому транспортабельному продукту.

В модели три региона, и это сокращает объем вычислений эксперимента – всего 7 коалиций вместо 255 в восьмireгиональной модели. Кроме того, допустимое множество для поиска состояния эквивалентного обмена в данном случае – это трехмерный единичный симплекс по  $\lambda$  вместо восьмимерного (2 степени свободы вместо 7). Это позволяет использовать полный перебор по двумерной сетке вместо итерационного обхода восьмимерной границы Парето. Полный перебор позволяет найти глобальный минимум невязки.

Данное обстоятельство дает нам право утверждать, что если лучшее найденное полным сеточным перебором приближение равновесия имеет положительную невязку, то в экземпляре модели с данной конфигурацией входных параметров равновесия не существует.

#### 7.5.4.2. Результаты экспериментов

##### *Сальдо межрегионального обмена для модели из 8-ми регионов*

Зависимость невязки  $\rho$  лучшего приближения равновесия (в смысле эквивалентного межрегионального обмена) от степени открытости экономики носит хаотичный характер (рис. 7.21). При приближении экономики к замкнутой не наблюдается постепенного падения невязки равновесия. Кроме того, даже при небольшой, но ненулевой степени открытости невязка лучшего приближения высока. Вместе с тем при некоторых не близких к нулю значениях параметра открытости (к примеру, 40%) удается найти приближение к равновесию с пренебрежимо малой невязкой (0,56%).

В случае абсолютно открытой экономики не удалось найти приближение состояния эквивалентного межрегионального обмена с достаточной степенью точности.

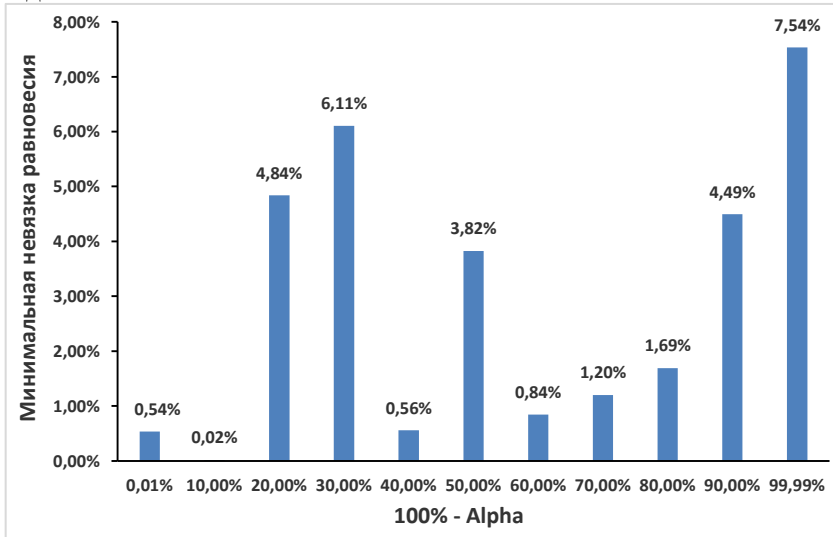


Рис. 7.21. Лучшее приближение к равновесию при разных  $\alpha$

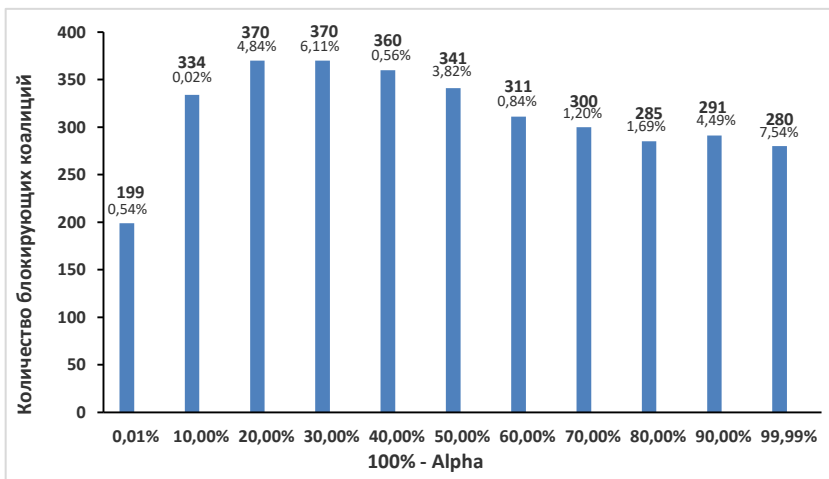


Рис. 7.22. Блокируемость «б» лучшего приближения равновесия

На рис. 7.22 по вертикальной оси отложено количество блокирующих коалиций лучшего приближения к состоянию эквивалентного межрегионального обмена. На столбцах диаграммы подписано значение невязки  $\rho$  и количество блокирующих коалиций  $B_a$ . Лучшее приближение состояния эквивалентного обмена имеет много блокирующих коалиций независимо от степени открытости.

Для максимального выигрыша в блокирующих коалициях зависимость выглядит иначе: лучшее приближение состояния эквивалентного обмена имеет пренебрежимый выигрыш регионов в блокирующих коалициях для замкнутой экономики. Но даже для ненулевых степеней открытости выигрыш регионов значителен в точном приближении состояния эквивалентного обмена. На рис. 7.23 по вертикальной оси отложен максимальный выигрыш регионов от вступления в коалиции в процентах, а подписи на столбцах диаграммы соответствуют невязке  $\rho$  лучшего приближения равновесия (1-я строка) и выигрыш регионов от вступления в коалиции (2-я строка). Красными прямоугольниками выделены случаи с микроскопической невязкой равновесия (почти эквивалентный межрегиональный обмен) и значительным выигрышем от вступления в коалиции.

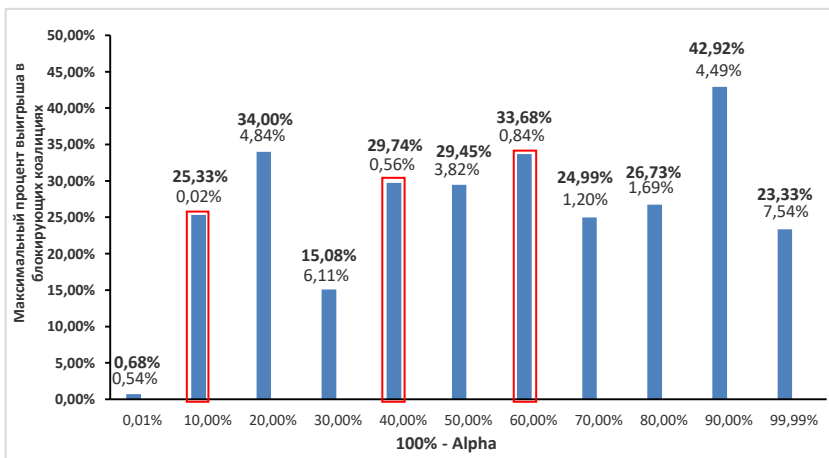


Рис. 7.23. Максимальный выигрыш в блокирующих коалициях лучшего приближения равновесия (блокируемость «а»)

В табл. 7.6 собраны выводы о результате эксперимента для случая эквивалентного межрегионального обмена. Случай соответствует нижней ветке блок-схемы из рис. 7.22.

Таблица 7.6

### Результат проверки гипотез для эквивалентного межрегионального обмена

Гипотеза	Результат проверки	Пояснение
1	2	3
1. Состояние эквивалентного межрегионального обмена не блокируется ни одной коалицией независимо от степени открытости экономики	Отвергается	Эквивалентный межрегиональный обмен имеет блокирующие коалиции независимо от степени открытости. Для замкнутой экономики хорошее приближение к состоянию эквивалентного обмена имеет пренебрежимый выигрыш регионов от вступления в коалиции (ожидаемое поведение)
3. Чем больше степень открытости экономики, тем больше невязка лучшего приближения состояния эквивалентного обмена	Отвергается	Нет монотонной зависимости. В экономике с ненулевой степенью открытости найдены хорошие приближения состояния межрегионального эквивалентного обмена

Окончание таблицы 7.6

1	2	3
5. Достаточно малая степень неэквивалентности влечет достаточно малые метрики блокируемости	Отвергается	<p>В замкнутой экономике даже для очень маленькой невязки есть блокирующие коалиции, но при этом выигрыш регионов в них пренебрежим</p> <p>В открытой экономике приведены примеры, когда эквивалентный межрегиональный обмен (с пренебрежимо малой невязкой) имеет большие метрики блокируемости (много блокирующих коалиций и выигрыш существенный)</p>

Таким образом, состояние эквивалентного межрегионального обмена обладает свойством коалиционной устойчивости только в замкнутой экономике (что согласуется с доказанными для замкнутой экономики утверждениями). Конструкция равновесия как эквивалентного межрегионального обмена не вписывается гармонично в случай открытой экономики. Уравновешивание межрегионального обмена в открытой экономике оставляет систему коалиционно нестабильной. Она получается противоречивой и не обладает «хорошими» свойствами. Данный случай иллюстрирует существенность учета экспорта и импорта в состоянии эквивалентного обмена. В проверке гипотез строгой автаркичности (6а–6с) было решено проводить расчеты только с эквивалентным обменом, учитывающим внешние рынки, так как эквивалентный межрегиональный обмен в случае открытой экономики заведомо не обладает хорошими свойствами.

### **Сальдо обмена с учетом внешней торговли для модели из 8-ми регионов**

Была проведена серия экспериментов с перебором 11 узлов по параметру  $\alpha$  с шагом в 10%. При росте открытости экономики (возрастании значения  $(100\% - \alpha)$ ) сначала наблюдается монотонный рост доли внешней торговли в экономике, что ожидаемо. А затем эта доля стабилизируется и падает (рис. 7.24). Это иллюстрирует работу управляющего параметра  $\alpha$  для задания разных степеней открытости экономики.

Для каждого узла с помощью алгоритма поиска равновесия найдены приближения к равновесию. Состояние равновесия в нашем случае – это такая точка на границе Парето (вектор территориальной структуры конечного потребления ( $\lambda^r$ )), для которой равны нулю сальдо обмена ( $\tilde{S}^r$ ) всех регионов. Но, в отличие от предыдущих исследований, в сальдо обмена учтены как межрегиональные перевозки, так и внешняя торговля. Для  $\alpha \rightarrow 100\%$  (замкнутая экономика) мы имеем дело с «обычным, старым» равновесием, в котором равны нулю все сальдо межрегионального обмена.

В этих и последующих рисунках по оси абсцисс отложены значения  $(100\% - \alpha)$ , то есть слева направо открытость растет.

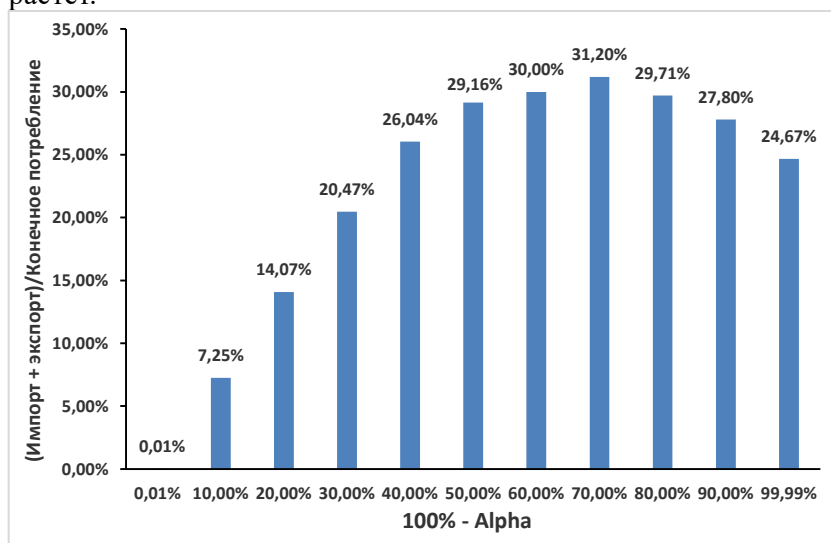


Рис. 7.24. Доля внешнеторгового оборота в конечном потреблении при разных  $\alpha$

Источник: Расчеты автора.

На рис. 7.25 невязка эквивалентного обмена  $\varrho$  представлена в процентной шкале. При абсолютно закрытой ( $100\% - \alpha = 0,01\%$ ) и абсолютно открытой экономике ( $100\% - \alpha = 99,99\%$ ) существует хорошее приближение к равновесию. В случае закрытой экономики это ожидаемо: мы имеем дело с состоянием эквивалент-

ного межрегионального обмена, существование которого доказано математически для данного класса моделей в [Васильев В.А., 2012]. В случае открытой экономики найденное приближение равновесия учитывает внешнеторговый обмен. В промежуточных состояниях (когда экспорт и импорт эндогенен, но цена эластична по объему) лучшее приближение к равновесию далеко от идеального. Это является признаком, но не доказательством того, что в данных случаях равновесия не существует.

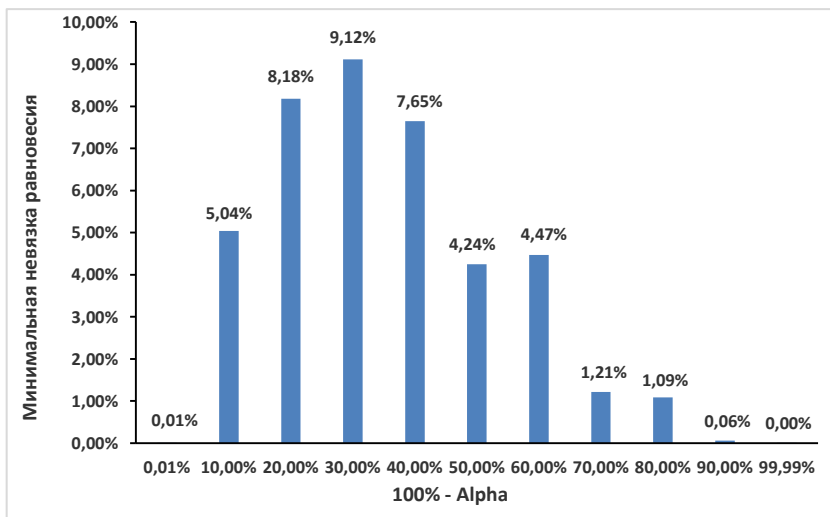


Рис. 7.25. Зависимость лучшего приближения равновесия от управляющего параметра  $\alpha$

На рис. 7.26 представлена верхнеуровневая визуализация результата всего эксперимента. Представлены разные приближения к равновесию (не только лучшее для данного альфа) в плоскости «открытость» – «неравновесность» ( $100\% - \alpha$ ) –  $\rho$ . Цвет и подпись на точке соответствует значениям метрики  $B_a$  – максимальный выигрыш регионов в блокирующих коалициях в процентах от полной коалиции.

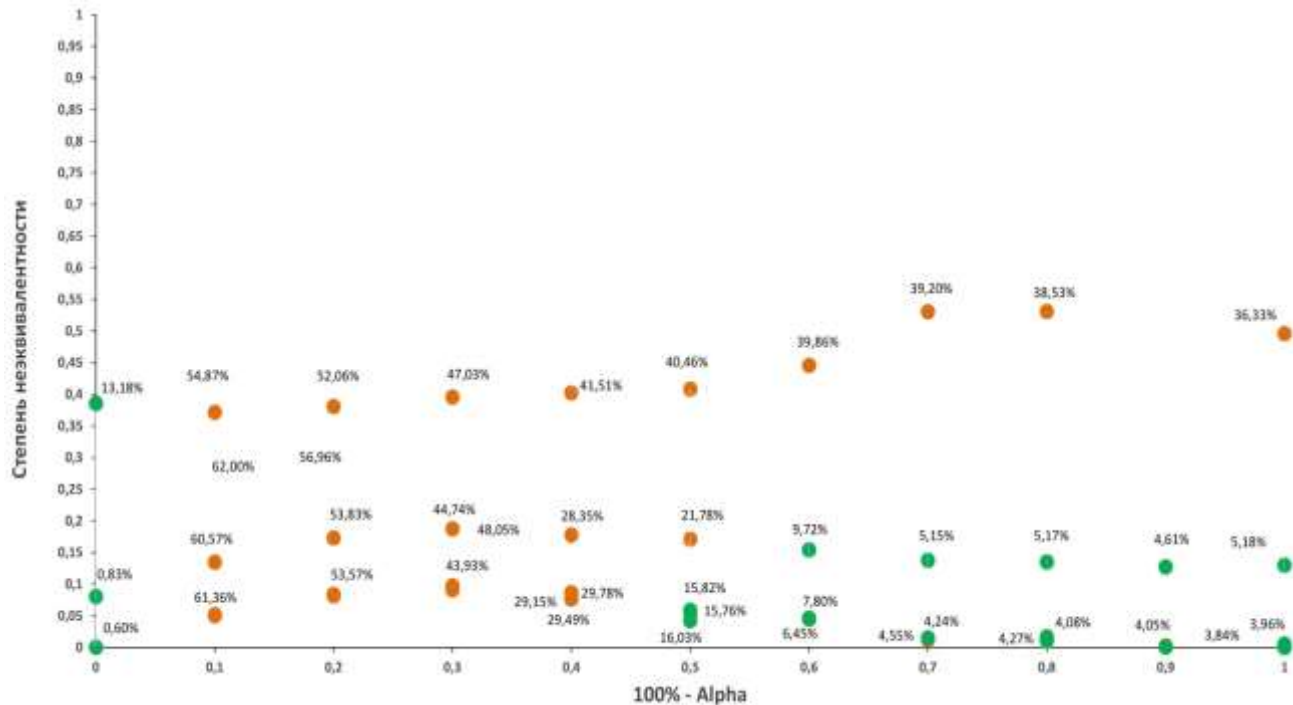


Рис. 7.26. Эксперимент в пространстве «открытость» – «неравновесность»: процент выигрыша в блокирующих коалициях

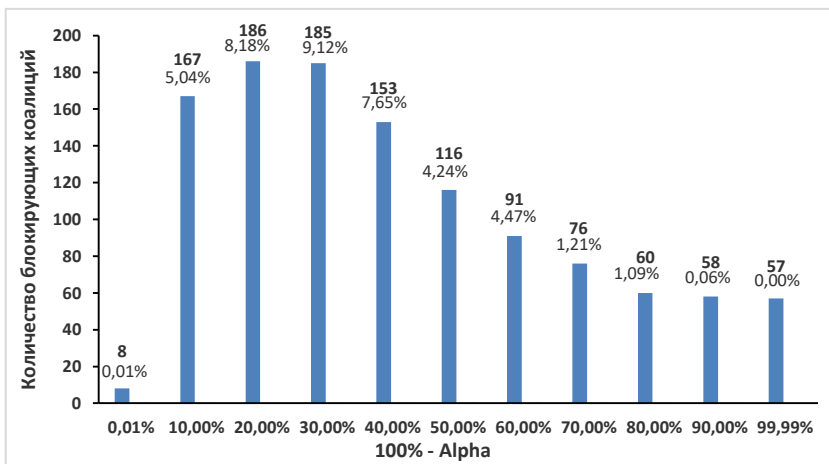


Рис. 7.27. Количество блокирующих коалиций лучшего приближения равновесия при разных параметрах  $\alpha$

На рис.7.27 представлено количество блокирующих коалиций для лучшего приближения равновесия при разных значениях параметра  $\alpha$  – соответствует метрике  $B_b$  нижней огибающей множества точек с рис. 7.26. В подписи на столбцах диаграммы в первой строке указано значение невязки  $\rho$  этого лучшего приближения равновесия. Во второй строке указано количество коалиций, блокирующих данное состояние. По классической теории состояние равновесия не имеет блокирующих коалиций.

В нашем случае даже у «чистых» приближений равновесия (они находятся на концах диаграммы) есть блокирующие коалиции, что кажется неожиданным. Но при рассмотрении другой метрики блокируемости у данного факта появляется интерпретация.

Характер зависимости максимального выигрыша регионов в блокирующих коалициях от параметра  $\alpha$  соответствует характеру зависимости от него количества блокирующих коалиций. Но при этом на краях диаграммы (в «чистых» приближениях равновесия) размер выигрыша пренебрежимо мал. Для открытой экономики он равен 3,8%, а для замкнутой – 0,6% от значения конечного потребления в полной коалиции (рис. 7.28).

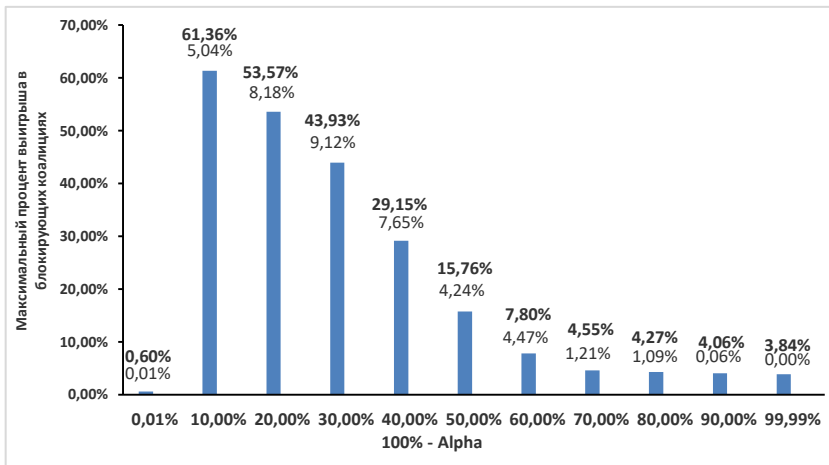


Рис. 7.28. Максимальный выигрыш в блокирующих коалициях лучшего приближения равновесия при разных параметрах  $\alpha$

### Зависимость от штрафной наценки

Каждый из кейсов эксперимента был воспроизведен с различными значениями штрафной наценки на транспортную работу за осуществление транзитных перевозок для несвязных коалиций. Такой подэксперимент проверяет гипотезу зависимости коалиционной стабильности от степени лояльности дополняющей коалиции к транзитным перевозкам. Область влияния этой штрафной наценки – только несвязные коалиции, поэтому она заранее ограничена.

Как и ожидалось, имеет место непрерывная и плавная зависимость метрик блокируемости от величины штрафной наценки. То есть нелояльность регионов дополняющей коалиции к транзитным перевозкам выделившихся несвязных коалиций является небольшим сдерживающим фактором коалиционной нестабильности. Но зависимость не меняет качественный вид коалиционной стабильности межрегиональной системы. Влияние степени открытости на выигрыши регионов имеет более сильный и взрывной характер.

Выводы по нашим гипотезам сведены в таблицу (табл. 7.7). Как результат, все поставленные гипотезы отвергнуты, но полученные результаты характеризуют форму зависимости метрик

неэквивалентности и блокируемости от открытости. Форма зависимости дает основания для конструктивного изменения в методологии коалиционного анализа для открытой экономики.

Таблица 7.7

**Результат проверки гипотез**

Гипотеза	Результат проверки	Пояснение
1. Состояние эквивалентного межрегионального обмена не блокируется ни одной коалицией независимо от степени открытости экономики	Отвергается	Состояние эквивалентного межрегионального обмена есть только с нулевой степенью открытости, и оно имеет маленькие, но ненулевые метрики блокируемости
2. Модифицированное состояние эквивалентного обмена (с учетом внешней торговли) не блокируется ни одной коалицией независимо от степени открытости экономики	Отвергается	Модифицированное состояние эквивалентного обмена имеет блокирующие коалиции независимо от степени открытости. Но при этом выигрыш регионов в блокирующих коалициях мал как для замкнутой экономики, так и для абсолютно открытой
3. Состояние эквивалентного обмена не существует в модели с высокой степенью открытости, даже если выполнены все условия теорем для модели с условным центром	Отвергается	Для $\alpha$ близкого к нулю (абсолютно открытая экономика) найдено состояние эквивалентного обмена даже с лучшей невязкой, чем в абсолютно замкнутой экономике
4. Чем больше степень открытости экономики, тем больше невязка лучшего приближения состояния эквивалентного обмена	Отвергается	Зависимость невязки лучшего приближения состояния эквивалентного обмена от степени открытости имеет точку максимума и по краям значения невязки стремятся к нулю
5. Состояние эквивалентного обмена (с учетом внешней торговли) не блокируется в модели с достаточно малой степенью открытости	Отвергается	Даже для очень маленькой невязки есть блокирующие коалиции, но при этом выигрыш регионов в них пренебрежим

Таким образом, учет внешнеторгового сальдо в невязке равновесия гармонизирует систему конструкций «эквивалентность»– «блокируемость» даже при ненулевой степени открытости. Зависимость невязки лучшего приближения равновесия от степени открытости носит гладкий характер и имеет точку максимума: то есть в «средней зоне» по степени открытости, когда внешнеторговые цены задают открытую экономику со значительной эластичностью внешнеторговых цен по объему, хорошее приближе-

ние к равновесию найти не удастся. А при приближении к «краям» (абсолютно замкнутой и абсолютно открытой экономике) – невязка лучшего приближения к равновесию уменьшается до пренебрежимых значений.

По-видимому, это происходит потому, что «по краям» ограничения от внешнего рынка перестают быть существенными в бюджетном ограничении региона, поэтому и систему регионов легче сбалансировать до эквивалентного обмена между регионами и с внешним рынком. В открытой межрегиональной системе со значительной эластичностью мировых цен сложнее добиться эквивалентного обмена каждого региона с другими регионами и внешним рынком. Аналогичную форму имеет зависимость степени блокируемости (коалиционной нестабильности) лучшего приближения равновесия от степени открытости. Причем выигрыши регионов коалиций в окрестности точки максимума являются значительными – до 60% от конечного потребления в полной системе. Открытая межрегиональная система с существенной эластичностью мировых цен по объемам экспорта и импорта является менее коалиционно стабильной, то есть открытость и существенное влияние на мировые цены являются фактором дезинтеграции.

### **Влияние условий строгой автаркичности регионов**

В предыдущих случаях мы увидели, что конструкция эквивалентного межрегионального обмена не согласована с коалиционной блокируемостью в открытой экономике (хорошие приближения к равновесию могут иметь плохие метрики блокируемости). Если же рассматривать в качестве равновесия модифицированный эквивалентный обмен (с учетом с внешней торговли), то конструкция перестает быть противоречивой: хорошие приближения к равновесию имеют блокирующие коалиции, но выигрыш в них ничтожно мал по сравнению с масштабом экономики региона. Проблема только в том, что хорошие приближения к равновесию были найдены только для крайних областей значений параметра открытости (экономики, близкие к абсолютно замкнутой и абсолютно открытой).

Из восьми регионов исходной модели выбрано три строго автаркичных (Северо-Западный, Сибирский и Дальневосточный

федеральный округа). Их коалиция рассматривается как исходная межрегиональная система. Теорема существования Вальрасовского равновесия для модели с условным центром утверждает, что при строгой автаркичности всех регионов межрегиональной системы равновесие существует (там есть и другие условия, но в нашем случае они выполнены автоматически).

Итак, в трехрегиональном эксперименте мы ожидаем, что при каждом значении параметра открытости  $\alpha$  за счет выполнения условий теоремы существования будет существовать равновесие (невязка  $\rho$  лучшего приближения равновесия будет везде пренебрежимо мала). И, соответственно, ожидаем увидеть, что для маленьких невязок равновесия будут маленькие значения выигрышей регионов в коалициях. В восьмирегиональном эксперименте этот эффект наблюдался только при крайних значениях открытости, в промежуточных значениях невязка равновесия была велика. В данном случае наша гипотеза состоит в том, что невязка будет пренебрежимо мала при всех значениях степени открытости.

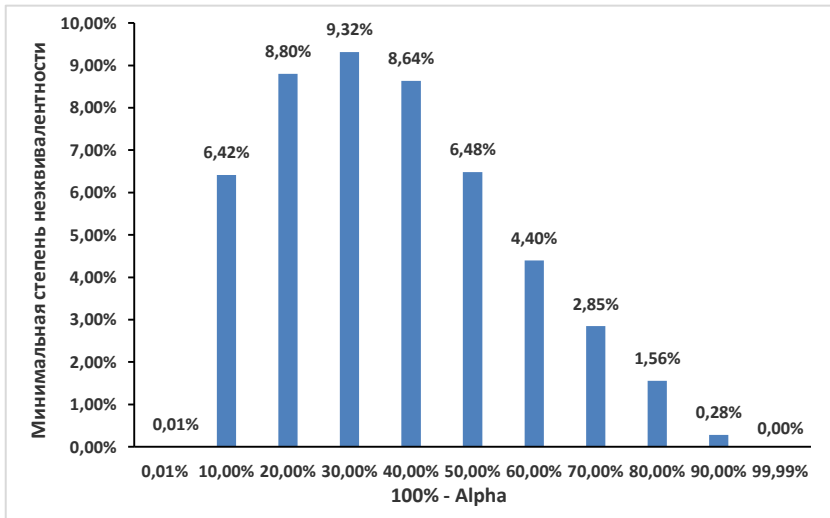
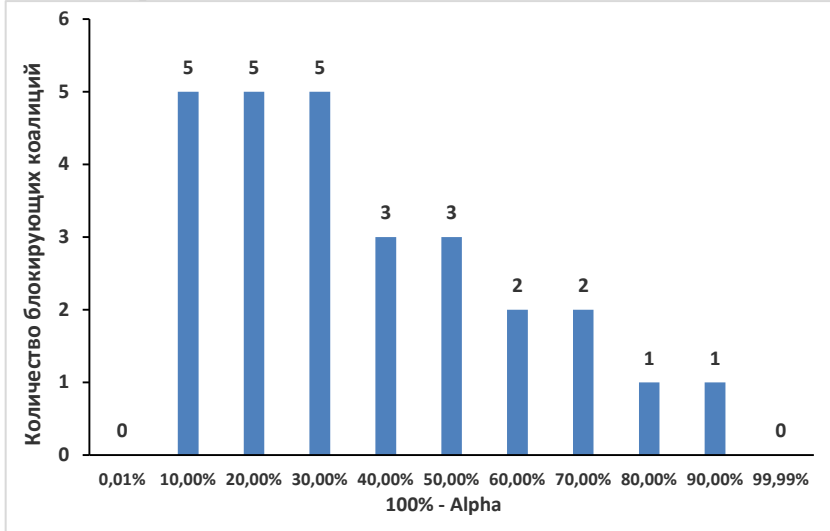


Рис. 7.29. Невязка лучшего приближения равновесия

На рис. 7.29 изображена зависимость невязки лучшего приближения к равновесию (эквивалентный обмен с учетом внешней торговли) от степени открытости. В промежуточных точках по

открытости невязка равновесия существенна. Зависимость повторяет картину восьмирегионального эксперимента, строгая автаркичность всех регионов принципиально не меняет картину существования равновесия.



*Рис. 7.30.* Количество коалиций, блокирующих лучшее приближение равновесия в зависимости от степени открытости

Картина по метрикам блокируемости также повторяет восьмирегиональный пример (рис. 7.30), для абсолютно замкнутой и абсолютно открытой экономики блокирующие коалиции отсутствуют.

Отличием трехрегиональной системы со строго автаркичными регионами является то, что в крайних зонах по степени открытости значения выигрышей регионов от вступления в коалиции гораздо меньше, чем в восьмирегиональной системе (рис. 7.31).

А также в трехрегиональной системе наблюдается больший размер области с высокой степенью открытости, соответствующей существованию хорошего приближения к равновесию с низкими метриками блокируемости: интервал (70%, 99,9%) в трехрегиональной системе против интервала (90%, 99,9%) в восьмирегиональной.

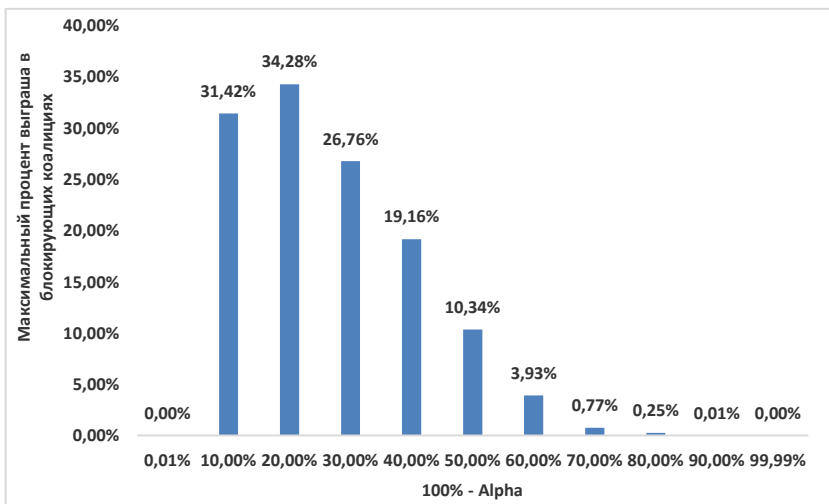


Рис. 7.31. Выигрыш регионов от вступления в коалицию в лучшем приближении к равновесию

\* \*  
\*

**Резюме.** Строгая автаркичность всех регионов межрегиональной системы вкупе с остальными условиями теоремы существования для модели с условным центром, выполненными автоматически, не обеспечивает существование равновесия.

Зависимость невязки лучшего приближения равновесия от степени открытости повторяет картину восьмирегиональной системы. Зависимость имеет нули по краям и точку максимума. На графике зависимости есть целая область по степени открытости, в которой значение невязки мало. Существенная эластичность мировых цен по объемам экспорта и импорта, которая имеет место в окрестности точки максимума, существенно осложняет возможности каждого региона прийти к эквивалентному обмену с другими регионами и внешним рынком. По-видимому, перечень условий в теореме существования равновесия для открытой межрегиональной системы должен быть дополнен требованием на свойства внешнего рынка (цены и верхние границы внешнеторговых способов, задающие эластичность цены от объема).

Оценивая влияние открытости на коалиционную стабильность, можно сделать вывод, что значительная эластичность мировых цен по объемам национального экспорта и импорта является мощным дестабилизирующим фактором межрегиональной интеграции. В окрестности точки максимума значения выигрышей регионов от вступления в коалиции достигают до 60% от их целевого показателя в полной системе.

Наличие устойчивой формы зависимости метрик равновесности и блокируемости от параметра открытости с целыми областями, которые можно считать «хорошими» по значениям этих метрик, приводит к мысли, что в случае открытой экономики следует скорректировать методологию работы с равновесностью и блокируемостью. А именно, следует перейти к конструкциям типа блокируемости и - неэквивалентности. Игнорирование блокируемости с выигрышем меньше  $\varepsilon$  от уровня целевого показателя в полной коалиции приводит картину в порядок: большие области по степени открытости имеют хорошие приближения равновесия, которые, в свою очередь, являются неблокируемыми (лежат в -ядре).

Данный переход не нарушает реалистичности модели, так как небольшой прирост в конечном потреблении не приведет к распаду многорегиональной экономики – ведь на такое решение кроме экономического выигрыша влияет еще и множество других сдерживающих факторов. Это означает, что в новых конструкциях начинает работать вся прежняя схема коалиционного анализа:

- *оценка эффектов взаимодействий.* Только при анализе эти эффекты теперь надо оценивать не с нулем, а с  $\varepsilon$ ;
- *поиск границ ядра.*  $\varepsilon$  выбрано таким образом, чтобы найденное приближение равновесия не блокировалось – то есть  $\varepsilon$ -ядро гарантированно непусто. Стартуя из приближения равновесия с помощью имеющегося алгоритма поиска границ ядра, можно очертить зону ядра.

## Литература

1. *Васильев В.А., Суслов В.И.* Равновесие Эджворта в одной модели межрегиональных экономических отношений // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2010. Т. XIII, № 1. – С. 18–33.
2. *Васильев В.А.* О существовании Вальрасовского равновесия в модели межрегиональных экономических отношений // Дискретный анализ и исследование операций. – 2012. – Т. 19. – Вып. 4. – С. 15–34.
3. *Васильев В.А., Суслов В.И.* О неблокируемых состояниях многорегиональных экономических систем // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2009. – Т. 12, № 4. – С. 23–34.
4. *Гранберг А.Г., Суслов В.И., Суспицын С.А.* Многорегиональные системы: экономико-математическое исследование / ИЭОПП СО РАН, Гос. НИУ «Совет по изучению производит. сил». – Новосибирск: Сиб. науч. изд-во, 2007. – 370 с.
5. *Доможиров Д.А., Гамидов Т.Г., Ибрагимов Н.М.* Вычислительные алгоритмы равновесного и коалиционного анализа оптимизационной межрегиональной межотраслевой модели. // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Социально-экономические науки. – 2011. – Т. 11, вып. 2. – С. 21–37.
6. *Доможиров Д.А., Гамидов Т.Г., Ибрагимов Н.М.* Равновесные состояния открытой межрегиональной системы, порожденной оптимизационной межрегиональной межотраслевой моделью // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Социально-экономические науки. – 2013. – Т. 13, вып. 3. – С. 81–94.
7. *Еришов Ю.С., Ибрагимов Н.М., Мельникова Л.В.* Межрегиональные межотраслевые модели в прикладных исследованиях новой экономики России // Исследования многорегиональных экономических систем: опыт применения оптимизационных межрегиональных межотраслевых систем: сб. ст. / Под ред. В.И. Суслова. – Новосибирск: ИЭОПП СО РАН, 2007. – С. 60–94.
8. *Еришов Ю.С., Ибрагимов Н.М., Мельникова Л.В.* Современные постановки прикладных межрегиональных межотраслевых моделей // Исследования многорегиональных экономических систем: опыт применения оптимизационных межрегиональных межотраслевых систем: сб. ст. / Под ред. В.И. Суслова. – Новосибирск: ИЭОПП СО РАН, 2007. – С. 29–59.

9. *Сулов В.И.* Измерение эффектов межрегиональных взаимодействий: модели, методы, результаты / Отв. ред. А.Г. Гранберг; ИЭОПИ СО АН СССР. – Новосибирск: Наука. Сиб. отд-е, 1991. – 252 с..
10. Межрегиональные межотраслевые балансы. – Новосибирск: Наука, 1983. – 223 с.
11. *Рубинштейн А.Г.* Моделирование экономических взаимодействий в территориальных системах. – Новосибирск: Наука, 1983. – 238 с.
12. *Сулов В.И.* Равновесие в пространственных экономических системах // Сложные системы в экстремальных условиях: тез. док. XV Всерос. симпозиума с междунар. участием, 16–21 авг. 2010 г. / Ред. кол.: Р.Г. Хлебопрос, И.И. Моргулис, О.В. Круглик. Красноярск: Красноярский науч. центр СО РАН, Сиб. фед. ун-т, 2010. – С. 68–69.
13. *Сулов В.И.* Многорегиональная оптимизационная модель: реальное значение и современная спецификация // Регион: экономика и социология. – 2011. № 2. – С. 19–45.
14. *Сулов В.И., Ибрагимов Н.М., Доможиров Д.А.* Моделирование и анализ пространственного равновесия в экономике России. – DOI: 10.15372/REG20210403 // Регион: экономика и социология. – 2021. № 4. – С. 82–96. RSCI, ВАК.
15. *Сулов В.И., Ершов Ю.С., Ибрагимов Н.М.* Межрегиональные экономические отношения в пространстве России // XIII Междунар. науч. конгресс и выставка «Интерэкспо ГЕО-Сибирь–2017», Междунар. науч. конф. «Экономическое развитие Сибири и Дальнего Востока. Экономика природопользования, землеустройство, лесоустройство, управление недвижимостью»: сб. материалов в 2-х т. / Мин-во обр. и науки РФ, Сиб. гос. ун-т геосистем и технологий. Т. 1. – Новосибирск: СГУГиТ, 2017. – С. 119–128.