УДК 338.92 ББК 65.9(2p)30.5 Р 17

#### Рецензенты:

доктор экономических наук А.В. Алексеев доктор экономических наук В.И. Клисторин доктор экономических наук А.Т. Юсупова

Р 17 Развитие инновационной экономики: анализ, методы и модели // отв. ред. В.И. Суслов, науч. ред. О.В. Валиева, ИЭОПП СО РАН – Новосибирск: ИЭОПП СО РАН, 2020. – 440 с.

#### Авторы:

А.О. Баранов, В.Г. Басарева, Г.В. Бобылев, О.В. Валиева, Ю.П. Воронов, Н.В. Горбачева, Е.А. Горюшкина, Д.А. Доможиров, Н.М. Ибрагимов, М.А. Канева, Н.А. Кравченко, М.В. Королькова, Б.Л. Лавровский, М.В. Лычагин, Е.И. Музыко, Т.С. Новикова, Ю.М. Слепенкова, В.И. Суслов, Г.А. Унтура, А.А. Федоров, С.Р. Халимова, Е.А. Шильцин

ISBN 978-5-89665-345-5

В монографии отражены исследования авторского коллектива по целому ряду направлений. Эти направления, различны по своему исследовательскому ядру, но связанны одной неразрывной нитью – обращением к экономике знаний, инновациям, научно-техническому прогрессу, высокотехнологичным отраслям экономики. В монографии обосновывается важность процессов реиндустриализации экономики, дается анализ роли инновационных процессов на глобальном, национальном и региональном уровнях, поднимаются вопросы, связанные с оценкой крупных научно-технологических проектов и их влияния на экономику региона.

Монография будет интересна широкому кругу читателей и исследователей, интересующихся вопросами инновационной экономики, теоретикам и практикам, занимающимся оценкой инновационных проектов, органам власти, агрегирующим подходы к изучению факторов экономического роста.

> УДК 338.92 ББК 65.9(2p)30.5

Монография подготовлена в рамках планов НИР ИЭОПП СО РАН по проекту XI.170.1.2. (0325-2017-0013) «Формирование основ теории инновационной экономики: операциональные определения, измерения, модели, научно-технологические прогнозы и программы» № АААА-А17-117022250128-5 и проекту XI.170. 1.1. (0325-2019-0007) «Инновационные и экологические аспекты структурной трансформации российской экономики в условиях новой геополитической реальности».

ISBN 978-5-89665-345-5

© ИЭОПП СО РАН, 2020 © Коллектив авторов, 2020

#### Глава 2

## ПОДХОДЫ К МОДЕЛИРОВАНИЮ ИННОВАЦИОННОЙ ЭКОНОМИКИ

#### 2.1. Моделирование инновационной экономики

### Макроэкономическая модель научно-технологического прогресса

В экономической науке общепризнанными факторами, определяющими экономическую динамику в долгосрочном плане, являются: темп роста основного капитала и обеспечивающие его воспроизводство инвестиции, темп роста численности занятых в экономике и их квалификация, темп внедрения новых технологий в производство, т.е. внедрение результатов науки в производственную деятельность.

Обращаясь к проблеме отображения технологического прогресса в моделях долгосрочного экономического роста, необходимо начать с описания классических моделей, где первоначально в простейшей форме нашло отражение влияние технологического прогресса на развитие экономических систем. Наиболее известными моделями такого типа являются «Факторная модель экономического роста» Р. Солоу и модель Солоу – Свана [Solow, 1956; Swan, 1956]. Эти модели были разработаны в 50-е годы XX века, и их принято называть неоклассическими моделями экзогенного экономического роста [Aghion, Howit, 1999]. Основным фактором, определяющим экономический рост в долгосрочном плане, в этих моделях является накопление капитала. В названных моделях вводится переменная А, отражающая влияние внедрения новых технологий и повышения качества трудовых ресурсов на экономический рост. При этом не рассматривается вопрос о факторах и параметрах, определяющих саму эту переменную, т.е. она вводится в модель как чисто экзогенный параметр.

В основе современного подхода к теории долгосрочного экономического роста лежит понятие Й. Шумпетера о креативном разрушении, которое описывает конкурентный процесс, в ходе которого предприниматели постоянно ищут новые идеи для своего бизнеса, превращая идеи их конкурентов в устаревшие. В 1962 г. Эрроу предложил подход к включению этого понятия в строгий анализ, предполагая, что рост параметра А представляет собой непреднамеренную

последовательность действий, вытекающих из практического опыта по производству новых элементов основного капитала [Swan, 1956]. Этот феномен он назвал «обучение через практику» (learning by doing). Это был первый шаг в эндогенизации параметра А. Затем Калдор ввел функцию технологического прогресса, связывающую экономический рост с ростом новых технологических идей и способностью общества к ним адаптироваться [Kaldor, 1957]. Нордхаус в 1969 г. [Nordhous, 1069] и Шелл в 1973 г. [Shell,

Нордхаус в 1969 г. [Nordhous, 1069] и Шелл в 1973 г. [Shell, 1973] предложили первые модели экономического роста, в которых технологический прогресс происходил в результате преднамеренного экономического выбора экономических агентов. Обе модели предполагали, что исследования по развитию новых технологий мотивируются монопольной рентой, которую разработчики будут получать определенное время, после того как они внедрили в производство новую технологию. Однако модель Нордхауса, как и модель Эрроу, не могла объяснить долгосрочный экономический рост без увеличения населения. В 1965 г. Узава [Uzava, 1965] показал, как постоянный экономический рост может быть достигнут в неоклассических моделях эндогенным путем. Он интерпретировал величину А как человеческий капитал, приходящийся на одного работника, и предположил, что рост этого параметра требует использования трудовых услуг в форме затрат на образование (здравоохранение, культуру, спорт).

Следующий шаг по развитию макроэкономических моделей в направлении более адекватного описания влияния технологического прогресса как эндогенной составляющей экономического роста связан с развитием так называемого АК-подхода. Этот подход носит такое название, так как разрабатываемые в его рамках модели используют производственную функцию типа: Y = AK, где K – величина основного капитала.

Необходимо отметить, что ранний вариант АК-подхода был реализован еще в модели Харрода—Домара [Harrod, 1939; Domar, 1946]. АК-подход, развиваемый в последние 25 лет исходит из того, что технологические знания в большей степени, чем занятость и основной капитал являются фактором, определяющим экономический рост. Этот подход основывается на идее, что сами по себе технологические знания являются одним из видов капитала. Они могут быть использованы вместе с другими факторами для производства конечного продукта. Технологические знания могут

накапливаться во времени через процесс исследований и разработок и другие виды человеческой деятельности, приводящие к созданию новых технологий.

Идеи АК-подхода активно развиваются в работах американского экономиста Пола Ромера. Считается, что его работы являются основой современной литературы по эндогенному экономическому росту [Romer, 1990, 1992]. Однако в модели П. Ромера процесс создания и использования технологических знаний рассматривается в целом без дифференциации на фундаментальные и прикладные исследования. Помимо этого, в модели П. Ромера не учитываются межвременные предпочтения экономических агентов в потреблении и накоплении, что влияет на динамику сбережений и, как следствие, на объемы инвестиций и темпы роста основного капитала. Однако имеется описание основных соотношений модели, в которой отчасти устранены упрощения модели П. Ромера. В нем дифференцированно рассматриваются фундаментальные и прикладные исследования и используется арбитражное уравнение, в котором на соотношение между численностью занятых фундаментальными исследованиями и численностью занятых прикладными исследованиями воздействует ставка процента, что в конечном итоге влияет на темп экономического роста в долгосрочном плане.

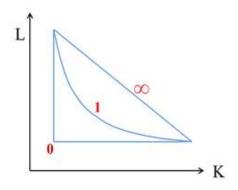
Авторами предлагается модель, развивающая описанные подходы. Одна из основных исходных посылок предложенной модели заключается в том, что НТП имеет скачкообразный характер: короткие периоды резкого ускорения, связанного с переходом на новый технологический уклад, сменяются более длинными периодами эволюционного развития в пределах одного технологического уклада. Этим вопросам посвящена обширная литература, в частности классические работы Н.Д. Кондратьева [Kondratiev, Oparin, 1928] и С.Ю. Глазьева [Glaziev, 1993].

В отличие от представленных выше моделей, она не имеет аналитической формы, позволяющей проводить ее математический анализ и получать решения в общем виде, но является имитационной, представляющей собой совокупность связанных алгоритмов. Это позволяет включить в нее НТП в достаточно конкретных проявлениях, но ограничивает ее аналитические возможности исключительно рамками компьютерного эксперимента. Кроме того, выстраиваемая модельная конструкция не опирается

на какие-либо теоретические концепции, в ней предлагается апробировать некоторые чисто «технологические» зависимости между затратами на НТП и его результатами.

В качестве результата экономической деятельности выступает валовый внутренний продукт (ВВП), факторами его производства — трудовые ресурсы (труд) и основной (экономический) капитал или основные фонды (капитал). Вводятся параметры отдачи труда (производительность труда) и капитала (фондоотдача). Рассчитываются два показателя объемов ВВП: обусловленный трудом и обусловленный капиталом, — умножением величины соответствующего ресурса на его отдачу. Каждый из них совпал бы с фактическим объемом ВВП, если бы другой ресурс был в нужной пропорции. (В модели зависимость ВВП, обусловленного капиталом, от величины капитала представлена более сложно — но «идеологически» именно так. Этот ВВП определяется как сумма годовых вводов основных фондов, умноженных на фондоотдачу в соответствующем году за заданный срок службы основных фондов — основного капитала. В качестве годовых вводов фондов принимаются годовые инвестиции в основной капитал.)

Результирующий (фактический) объем ВВП определяется как средневзвешенная степенная этих двух показателей. Степень средневзвешенной р в данном случае может меняться от минус бесконечности до единицы (напомним, что эта средняя при степени, равной минус бесконечности, является минимальным среди усредняемых значений, равной минус единице – среднегармонической, равной нулю – среднегеометрической, равной единице – среднеарифметической). Т.е. фактически используется производственная функция с постоянной эластичностью замены ресурсов (CES). Постоянная эластичность замены, равная 1/(1-р), может принимать значения от нуля – как в функции Леонтьева, до бесконечности, если «работает» средневзвешенная арифметическая, среди промежуточных значений следует отметить функцию с единичной эластичностью замены – обычную функцию Кобба-Дугласа (рис. 2.1). Содержательный смысл весов двух компонент в средней степенной в том, что они определяют эластичность ВВП по соответствующему ресурсу (по труду или капиталу). В случае, если оба эти показатели уровня ВВП, обусловленные трудом и капиталом, равны между собой и равны фактическому ВВП, эти веса в точности являются соответствующими эластичностями.



*Рис. 2.1.* Изокванты производственных функций с разной эластичностью замены ресурсов

Предполагается, что НТП происходит по двум направлениям: по линии увеличении отдачи на труд и на капитал. Его интенсивность (скорость) определяется объемами накопленного капитала: человеческого и научно-технологического, состоящего из двух частей — фундаментального и прикладного. Человеческий капитал — это накопленные затраты на образование, здравоохранение, культуру, спорт и т.п., научно-технологический — накопленные затраты на НИОКР и продвижение продуктовых и процессных инноваций (раздельно по затратам на фундаментальные исследования и на прикладные, включающие затраты на завершающих стадиях инновационного процесса). Динамика этих видов капитала описывается однотипно. Каждый год накопленный ранее капитал уменьшается на величину выбытия (задается нормой выбытия) и увеличивается на величину инвестиций в него. Инвестиции формируются из ВВП прошлого года.

Отдача на труд задается возрастающей линейной функцией от величины человеческого капитала на одного занятого. Отдача на капитал растет скачкообразно: «скачок» — это переход на следующий технологический уклад, выражаемый в одномоментном увеличении предельно допустимого (в новом укладе) уровня отдачи на капитал. Он происходит, когда фундаментальный капитал достиг порогового значения, а предыдущий уклад — достаточной степени зрелости. Эволюционный рост отдачи на капитал — в пределах одного уклада — определяется накоплением прикладного капитала. Этот процесс иллюстрируется на рис. 2.2.

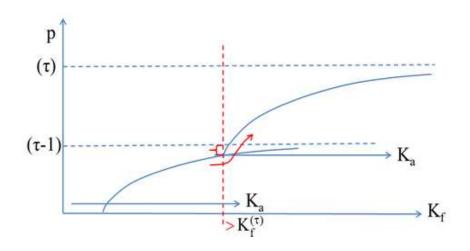


Рис. 2.2. Динамика отдачи на капитал

На рисунке:

р – отдача на капитал,

т – номер технологического уклада,

 $K_{\rm f}$  – фундаментальный капитал,

 $\mathbf{K}_{\mathbf{f}}^{(\tau)}$  — пороговое значение фундаментального капитала для перехода к укладу  $\tau$ ,  $\mathbf{K}_{\mathbf{a}}$  — прикладной капитал.

Горизонтальные пунктирные линии — предельные значения отдачи на капитал в рамках технологического уклада. Вертикальная пунктирная линия — момент перехода к следующему технологическому укладу, в котором (моменте) выполнились два условия: фундаментальный капитал превысил свое пороговое значение, а предыдущий уклад достиг достаточного уровня зрелости (на рисунке: отрезок вертикальной пунктирной линии, выделенный скобкой, стал достаточно мал). В этот момент обнуляется величина «прошлого» прикладного капитала, и он начинает накапливаться в рамках нового уклада (ось прикладного капитала смещается вверх и направо), а динамика отдачи на капитал переходит на новую, более крутую линию.

Представленные здесь зависимости «затраты-результаты» для НТП можно назвать НТП-функциями, развивающими идеологию обычных производственных функций на «поле» моделирования научно-технологического прогресса. Основные их параметры: предельные значения отдачи на капитал, пороговые уровни фундаментального капитала, достаточность степени зрелости теку-

щего технологического уклада, скорость приближения отдачи на капитал к своим предельным значениям и некоторые другие, — задаются экзогенно. Главными управляющими (эндогенными) параметрами являются нормы накопления, т.е. доли составляющих ВВП, идущих на инвестиции в основной капитал, в человеческий, фундаментальный и прикладной капитал. Целевой переменной является дисконтированный за определенный, достаточно большой период времени фонд потребления, образуемый ВВП за вычетом всех инвестиций.

Предложенная модель далеко несовершенна и может быть объектом разнообразной критики. В реальной экономике сосуществуют сразу несколько технологических укладов, большую роль играет пространственная миграция факторов НТП, величины фундаментального и частично прикладного капитала могут рассматриваться в контексте сконструированной модели только для очень больших, самодостаточных и замкнутых регионов, или даже только для мира в целом. И это явно не полный перечень «изъянов» предложенной модельной конструкции. Тем не менее, она представляется полезной на пути конструктивной операционализации исследований процессов НТП. Пока и экономическая теория, и экономическая практика испытывают явный дефицит строгих методов количественного анализа феномена НТП.

Еще один существенный «недостаток» предложенной модели заключается в том, что использованная в ней система величин в своей значительной части количественно неопределима, поскольку не включена в практику современной статистики. Кто знает предельные значения отдачи на капитал или критические уровни фундаментального капитала для разных технологических укладов и т.д.? Поиски решений этих вопросов пока могут быть только предметом специальных и очень трудоемких исследований. Вместе с тем поскольку инструментом работы с этой моделью может быть исключительно компьютерный эксперимент, крайне желательно было бы провести некоторые самые начальные эксперименты на базе интуитивных и весьма приблизительных оценок необходимых величин и параметров.

Такие компьютерные эксперименты были проведены, для чего данная модель была реализована в Excel. Анализировалась динамика некоторой условной экономики на периоде в 100 лет. Отметим несколько предварительных результатов.

Если параметры отдачи на капитал и труд неизменны (НТП нет), то расчеты подтверждают «золотое правило» накопления: оптимальная (обеспечивающая максимум дисконтированного потребления на заданном временном периоде) норма накопления (основного капитала) близка к эластичности выпуска по капиталу. Эта норма накопления имеет тенденцию к сокращению при увеличении временного дисконта и к увеличению при росте эффективности инвестиционного процесса. Если параметры НТПфункций находятся в интуитивно разумных интервалах, то оптимальные нормы накопления всех видов капитала попадают также в интервалы значений, приемлемые с точки зрения здравого смысла и фактических значений. Но, если НТП-функции показывают «чрезмерную» эффективность соотношения результатов и затрат, то возникает еще одна зона оптимальной стратегии инвестирования в научно-технологический и человеческий капитал. Подавляющая часть ВВП инвестируется в эти виды капитала (доля потребления в ВВП оказывается равной нескольким процентам) и, благодаря «сумасшедшим» темпам роста, интегральный фонд потребления даже при высоком временном дисконтировании достигает максимально возможных значений. Реализация такой стратегии на практике, безусловно, невозможна. Ее теоретическую достижимость можно отнести к экономическим парадоксам.

Исследование возможностей использования концепции равновесия Штакельберга в анализе инновационной экономики и механизмов государственно-частного партнерства

### Дискретный вариант модели Штакельберга

В настоящей работе предлагается дискретный вариант модели дуополии (см. [Береснев, Суслов, 2009]). Наличие однородного продукта в общей постановке в данном варианте модели заменяется предположением наличия конечного множества продуктов. Каждый из них имеет свою фиксированную цену, издержки и объем потребительского спроса. Причем, физически это может быть один продукт. Различным индексам продукта в данной модели могут соответствовать различные объемы одного

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Подробнее о модели дуополии Штакельберга см. Приложение к п. 2.1 главы 2.

и того же физического продукта. Таким образом, обратная функция спроса и функция издержек задается в данном случае дискретным соответствием «индекс продукта  $i \rightarrow$ объем $(i) \rightarrow$ цена(i), издержки(i)». Стратегии фирмы-лидера и последователя состоят не в выборе объемов выпуска, а в решении, включать ли конкретный продукт в план своего выпуска. Таким образом принятие решений в данной постановке модели состоит в выборе двоичного булевого вектора ассортимента выпускаемых продуктов (0 на месте і-го продукта, если он не попадает в план выпуска, 1 – если попадает). Игровая постановка, приводящая к определению равновесия Штакельберга в этом случае сводится к двухуровневой задаче булевого программирования. В работе [Береснев, Суслов, 2009] для случая некооперативной линии поведения последователя (максиминная задача) получены нетривиальные верхние оценки равновесных значений целевых функций и предложен эффективный приближенный алгоритм поиска состояния равновесия Штакельберга.

Сводимость общей непрерывной постановки к данной дискретной постановке:

Пусть  $I = \{1, ..., m\}$  множество видов продукции, которые могут обращаться на рассматриваемом рынке. Каждый элемент  $i \in I$  соответствует некоторому конкретному виду продукции, который реализуется на рынке по конкретной цене. Этот вид продукции будем называть видом i. Таким образом, если два вида продукции являются продукцией одного и того же физического свойства, но имеют разные цены, то эти виды продукции представлены в множестве I разными элементами.

Обозначим через  $I_L$  и  $I_F$  подмножества множества I, означающие множества видов продукции, которые могут предложить рынку соответственно фирма-лидер и фирма-последователь. Считаем, что  $I_L \cup I_F = I$  и в общем случае  $I_L \cap I_F \neq \emptyset$ .

Предполагается, что для всякого  $i \in I$  экзогенно заданы следующие величины:

- $c_i$  цена, по которой продукция вида i реализуется на рынке;
- $a_i$  удельные затраты, связанные с производством и реализацией на рынке продукции вида i;
- $f_i$  фиксированные затраты фирмы-лидера, связанные с производством и реализацией на рынке продукции вида i (считаем, что  $f_i = \infty$  для  $i \notin I_L$ );

 $g_i$  — фиксированные затраты фирмы-последователя, связанные с производством и реализацией на рынке продукции вида i (считаем, что  $g_i = \infty$  для  $i \notin I_F$ ).

Через  $J = \{1, ..., n\}$  обозначается множество потребителей продукции, реализуемой на рынке. Каждый элемент  $j \in J$  обозначает некоторого потребителя, которого будем называть потребителем j. Считается, что потребитель выбирает на рынке продукцию для удовлетворения потребности, исходя из собственных предпочтений. Эти предпочтения задаются линейным порядком  $\succ_j$  на множестве I. Отношение  $i \succ_j k$  для  $i,k \in I$  означает, что если на рынке присутствует продукция видов i и k, то потребитель j предпочтет продукцию вида i.

Для  $i \in I, j \in J$  через  $q_{ij}$  обозначается количество единиц продукции вида i, которое необходимо потребителю j для удовлетворения его потребности (спрос потребителя j). Считается, что  $q_{ij} = 0$ , если продукция вида i не пригодна для потребителя j. Матрица спроса считается экзогенным параметром для данной модели.

Для  $i \in I, j \in J$  через  $p_{ij}$  обозначается величина  $q_{ij}(c_i - a_i)$ , равная прибыли, которую получает фирма-лидер или фирма-последователь, если потребитель j выбирает продукцию вида i для удовлетворения своей потребности.

Переменные модели:

 $x_i$  — переменная, показывающая, предлагает ли рынку фирмалидер продукцию вида  $i \in I$ ;  $x_i = 1$ , если предлагает, и  $x_i = 0$ , если нет;

 $x_{ij}$  — переменная, показывающая, является ли продукция вида  $i \in I$ , предлагаемая фирмой-лидером, наиболее предпочтительной для потребителя  $j \in J$  среди всех видов продукции, предлагаемых рынку фирмой-лидером;  $x_{ij} = 1$ , если является, и  $x_{ij} = 0$ , если нет;

 $z_i$  — переменная, показывающая, предлагает ли рынку фирмапоследователь продукцию вида  $i \in I$ ;  $z_i = 1$ , если предлагает, и  $z_i = 0$ , если нет;

 $z_{ij}$  — переменная, показывающая, является ли продукция вида  $i \in I$ , предлагаемая фирмой-последователем, наиболее предпочтительной для потребителя  $j \in J$  среди всех видов продукции, предлагаемых рынку фирмой-лидером и фирмой-последователем;  $z_{ij} = 1$ , если является, и  $z_{ij} = 0$ , если нет.

С использованием введенных обозначений и указанных переменных задача выбора наилучшего решения фирмой-лидером в конкурентной борьбе на рынке записывается следующим образом:

$$\max_{(x_i),(x_{ij})} \left\{ -\sum_{i \in I} f_i x_i + \sum_{j \in I} \left( \sum_{i \in I} p_{ij} x_{ij} \right) \left( 1 - \sum_{i \in I} \tilde{z}_{ij} \right) \right\}; \tag{1}$$

$$x_i + \sum_{\substack{(k \mid i \succ_j k)}} x_{kj} \le 1, \quad i \in I, j \in J;$$
 (2)

$$x_i \ge x_{ij}, \ i \in I, j \in J; \tag{3}$$

$$x_i, x_{ij} \in \{0,1\}, i \in I, j \in J;$$
 (4)

$$((\tilde{z}_i), (\tilde{z}_{ij}))$$
-оптимальное решение задачи последователя (6)-(9); (5)

$$\max_{(z_i),(z_{ij})} \left\{ -\sum_{i \in I} g_i z_i + \sum_{i \in I} \sum_{i \in I} p_{ij} z_{ij} \right\}; \tag{6}$$

$$x_i + z_i + \sum_{\left(k \mid i \geq_j k\right)} z_{kj} \le 1, \quad i \in I, j \in J; \tag{7}$$

$$z_i \ge z_{ij}, \ i \in I, j \in J; \tag{8}$$

$$z_i, z_{ij} \in \{0,1\}, i \in I, j \in J;$$
 (9)

Целевая функция (1) сформулированной задачи выражает величину прибыли, получаемой фирмой-лидером с учетом потери доходов за счет «захвата» части потребителей фирмой-последователем. Неравенство (2) обеспечивает выполнение правила выбора потребителем ј продукции для удовлетворения своей потребности. Это же неравенство гарантирует, что потребитель і для удовлетворения своей потребности может выбирать продукцию не более одного вида. Ограничение (3) означает, что потребитель ј может выбрать продукцию фирмы-лидера только такого вида і, которая имеется на рынке. Аналогичный смысл имеют целевая функция (6) и ограничения (7), (8). Целевая функция (6) выражает суммарную прибыль, получаемую фирмой-последователем, а неравенство (7) обеспечивает выполнение правила выбора потребителем ј наилучшего вида продукции среди ее всех видов, представленных на рынке как фирмойлидером, так и фирмой-последователем. Помимо этого ограничение (7) показывает, что продукция одного и того же вида не может быть предложена рынку и фирмой-лидером, и фирмой-последователем.

Представленная математическая формулировка (1)–(9) задачи выбора наилучшего решения фирмой-лидером в конкурентной борьбе на рынке представляет собой задачу, известную как задача конкурентного размещения предприятий (средств обслуживания) [Swan, 1956]. Эта модель является двухуровневой задачей целочисленного программирования [Береснев, Суслов, 2009]. Как и всякая задача двухуровневого программирования, она включает задачу верхнего уровня (1)–(4), которую назовем задачей F.

Через  $X = ((x_i), (x_{ij}))$  обозначается допустимое решение задачи L и при фиксированном допустимом решении X через  $\tilde{Z} = ((\tilde{z}_i), (\tilde{z}_{ij}))$  обозначается оптимальное решение задачи F, а через O(X) — множество оптимальных решений задачи F.  $L(X, \tilde{Z})$  значение целевой функции задачи L на допустимом решении X и оптимальном решении  $\tilde{Z} \in O(X)$ .

Если предположить, что для любого допустимого решения X оптимальное решение  $\tilde{Z}$  определяется однозначно, т.е. множество O(X) является одноэлементным, то значение  $L(X,\tilde{Y})$  для всякого допустимого решения X вычисляется однозначно. В этом смысле задача (1)–(9) является корректной, и вопрос о том, что есть оптимальное решение задачи L, не возникает.

Допустимое решение  $X^*$  задачи L является *оптимальным решением задачи* L, если для всякого допустимого решения X выполняется неравенство  $L(X^*, \tilde{Y}^*) \geq L(X, \tilde{Y})$ , где  $\tilde{Y}^* \in O(X^*)$ ,  $\tilde{Y} \in O(X)$ .

Если же для некоторых допустимых решений X множество O(X) включает более одного элемента и при этом для различных  $\tilde{Z}_1 \in O(X), \tilde{Z}_2 \in O(X)$  имеем  $L(X, \tilde{Z}_1) \neq L(X, \tilde{Z}_2)$ , то приведенная формулировка (1)–(9) задачи выбора наилучшего решения фирмой-лидером не является корректной. Чтобы сделать ее таковой, необходимо уточнить и отразить в модели правило выбора фирмой-последователем оптимального решения  $\tilde{Z} \in O(X)$ . Предполагается, что в рассматриваемой ситуации конкурентной борьбы на рынке фирма-последователь примет так называемую некооперативную линию поведения, при которой из всех возможных оптимальных решений  $\tilde{Z} \in O(X)$  будет выбрано такое решение, которое приведет к наименьшему значению  $L(X, \tilde{Z})$  целевой функции задачи L. В случае некооперативного поведения фирмы-

последователя получаем формулировку задачи выбора наилучше-го решения фирмой-лидером, отличающуюся от задачи (1)–(9) только условием (1), которое принимает следующий вид:

$$\max_{(x_i),(x_{ij})} \min_{(\tilde{z}_i),(\tilde{z}_{ij})} \left\{ -\sum_{i\in I} f_i x_i + \sum_{j\in J} \left(\sum_{i\in I} p_{ij} x_{ij}\right) \left(1 - \sum_{i\in I} \tilde{z}_{ij}\right) \right\}; \tag{1'}$$

Задача (1'), (2)—(9) является максиминной двухуровневой задачей целочисленного программирования. В этом случае оптимальное решение задачи верхнего уровня L' определяется следующим образом. Допустимым решением задачи (1'), (2)—(9) назовем пару  $(X, \overline{Z})$ , где X — допустимое решение задачи L', а  $\overline{Z} \in \mathcal{O}(X)$  — такое оптимальное решение, что  $L(X, \overline{Z})$  =  $min_{\tilde{Z} \in \mathcal{O}(X)} L(X, \tilde{Z})$ .

Допустимое решение  $(X^*, \bar{Z}^*)$  задачи (1'), (2)–(9) назовем *онтимальным решением задачи* (1'), (2)–(9), если  $L(X^*, \bar{Z}^*) \geq L(X, \bar{Z})$  для любого допустимого решения  $(X, \bar{Z})$ . Тогда получаем, что допустимое решение  $X^*$  задачи L' есть оптимальное решение этой задачи, если можно указать  $\bar{Z}^* \in \mathcal{O}(X^*)$  такое, что пара  $(X^*, \bar{Z}^*)$  есть оптимальное решение задачи (1'), (2)–(9).

# Постановка двухуровневой модели для описания частно-государственного партнерства

Рассматривается формальное теоретико-игровое описание взаимодействия государства и фирмы.

Рассмотрим сначала содержательное описание ситуации. Итак, предполагается, что совместным полем деятельности государства и фирмы является реализация крупного инвестиционного (например инфраструктурного) проекта. Подразумевается, что благо, генерируемое в результате реализации данного проекта, имеет как общественную, так и коммерческую ценность. Государство заинтересовано в максимизации общественной составляющей. В то же время фирма, будучи соинвестором и исполнителем, заинтересована в максимизации своей прибыли, которая пропорциональна коммерческой составляющей генерируемого проектом блага и обратно пропорциональна суммарным издержкам фирмы (инвестиционным вложениям и затратам на исполнение).

На первом этапе государство, будучи в данной модели лидером принимает решение о размере своих инвестиционных вложений и доле от генерируемого проектом экономического блага, которая пойдет на удовлетворение коммерческих потребностей фирмы. Фирма, которая является в модели последователем, сталкивается с решением государства и исходя из него и из имеющейся у фирмы технологии реализации проекта принимает решение о сумме своих инвестиций.

В модели предполагаются экзогенными следующие параметры:

- 1. Общая сумма капитальных затрат на реализацию инвестиционного проекта  $\bar{I}$ . Предполагается, что это наименьшая сумма денег, которую нужно вложить в данный инвестиционный проект, чтобы он генерировал экономическое благо.
- 2. Создание экономического блага от инвестиционного проекта предполагается описывать с помощью функции отдачи инвестиций f(I). Функция f предполагается возрастающей и f(I) = I при  $I < \overline{I}$  (последняя ситуация интерпретируется как нереализованность инвестиционного проекта). Так же предполагается падающая эффективность капитальных вложений, т.е. отдача от инвестиций растет медленнее с увеличением их объема (рис. 2.3). Это означает существование порога  $\overline{I}$  емкости данного инвестиционного проекта, превышение которого уже не будет давать выгоды от инвестирования. Таким образом, у нашего инвестиционного проекта есть отрезок эффективности  $I \in [\overline{I}, \overline{I}]$ .

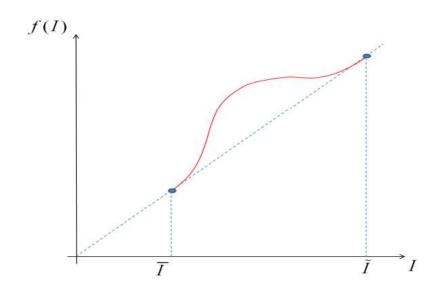


Рис. 2.3. Эффективность капитальных вложений

3. Технология фирмы как исполнителя задается с помощью функции издержек  $c_F(I)$ . Для удобства в нее включены и капитальные затраты фирмы, т.е.  $c_F(I) = I_F + c(I)$ .

Правила игры:

- 1. Государство принимает решение о сумме своих инвестиционных вложений  $I_L$  и доле от результатов проекта, которая пойдет на удовлетворение коммерческих целей фирмы  $0 \le \lambda_F \le 1$ .
- 2. Фирма, зная условия государства и принимая во внимание имеющуюся у нее технологию реализации инвестиционного проекта, принимает решение о сумме своих капитальных вложений  $I_F$ , максимизируя целевую функцию:

$$F(I_F|I_L,\lambda_F) = \lambda_F f(I_L + I_F) - c(I_L + I_F) (F).$$

Заметим, что функция затрат фирмы зависит также и от капвложений государства. Подразумевается, что более дорогие по капитальным затратам проекты являются более дорогими и в технологическом плане.

Подразумевается, что доля  $(1 - \lambda_F)f(I_L + I_F)$  идет на удовлетворение общественых потребностей и государство не несет никаких затрат, кроме капитальных. Таким образом, целевая функция государства:

$$L(\lambda_F, I_L | I_F) = (1 - \lambda_F) f(I_L + I_F) - I_L(L).$$

Равновесие в данной игре формулируется по аналогии с равновесием Штакельберга:

Рассматриваемая модель является динамической игрой с совершенной информацией, дерево которой изображено на рис. 2.4.

Решением модели по аналогии с моделью Штакельберга будем считать исход, соответствующий равновесию, совершенному в подыграх.

Таким образом, набор  $(\lambda_F^*, I_L^*, I_F^*)$  называется равновесным, если существует функция отклика фирмы  $r_F(\lambda_F, I_L) = argmax_{I_F \ge 0} F(I_F | \lambda_F, I_L)$ , определенная на  $[0,1] \times [0,+\infty)$  такая, что:

1. 
$$I_F^* = r_F(\lambda_F^*, I_L^*)$$

2. 
$$L(\lambda_F^*, I_L^*|I_F^*) = \max_{(\lambda_F, I_L) \in [0, 1] \times [0, +\infty)} L(\lambda_F, I_L|r_F(\lambda_F, I_L))$$

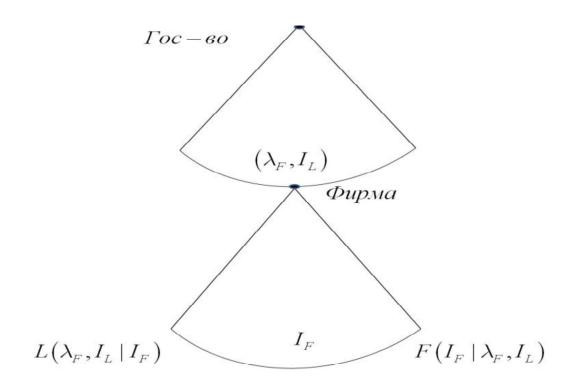


Рис. 2.4. Динамическая игра с совершенной информацией

## Приложение модели «лидер-ведомый» в описании эволюции инновационного продукта

В рамках данной работы предлагается еще одно приложение игровой модели двух лиц, в которой один из участников является лидером, а другой последователем. Модель описывает поэтапную эволюцию нового продукта на рынке. Дерево модели в отличие от предыдущего примера включает более одного уровня принятия решений. Изложенные ниже содержательные этапы рыночного освоения нового продукта являются описанием одной траектории (исхода) на данном дереве игры.

- 1. (t=0) Фирма-лидер является единственным производителем нового продукта. На данном этапе решения лидера сводятся к выбору производственных мощностей  $Q_L$  и выбору объема производства  $y_L^0$ . У него есть технология производства, задаваемая возрастающей функцией издержек  $c_L$ , издержки ввода мощностей задаются возрастающей функцией  $c_L^Q$ ;
- 2. (t = 0) Фирма-последователь, зная ход лидера  $(Q_L, y_L^0)$ , решает, входить ли ему на рынок данного продукта. Решение о входе на рынок для последователя является одним из звеньев де-

рева игры. Если фирма-новичок не входит в рынок, его прибыль нулевая, а прибыль фирмы-лидера — монопольная;

- 2.1. (t = 0) В случае положительного решения о вхождении на рынок последователь решает задачу выбора технологии  $c_F^0(\cdot)$  из конечного множества  $\{c_i\}_{i=1}^n$  по ценам  $\{P_i\}$  на рынке патентов, производственные мощности  $Q_F$  (издержки ввода мощностей задаются возрастающей функцией  $c_F^Q$ ) и объем производства  $y_F^0$ ;
- 3. (t=1) Лидер («старожил» рынка), зная о появлении конкурента, может задействовать дополнительные мощности  $Q_L^1$  и определяет свой объем выпуска  $y_L^1$  в период t=1;
- 4. (t=1) Фирма-последователь определяет свой объем про-изводства  $y_F^1$ .

Ходы фирм на следующих этапах  $1 < t \le T$  характеризуются определением объемов производства  $y_L^t$  и  $y_F^t$  (первым ходит лидер). При этом фирма-лидер, действует экстенсивно, просто осваивая введенные производственные мощности. Фирма-последователь, напротив, действует интенсивно, поэтапно совершенствуя свою технологию с помощью накопленного опыта производства («Learning by doing»). Таким образом, предполагается, что вид функции издержек последователя в период t зависит от его объемов производства в предыдущие периоды  $0 \le s < t$ :

$$c_F^t(y_F^t) = c_{i,F}(y_F^t; h^t)|_{h^t = \sum_{s < t} y_F^s},$$

где  $h^{\sharp}$  интерпретируется как мера накопленного фирмой опыта производства данного продукта.

В данной модели в качестве такой меры предполагается использовать суммарный объем продукции, произведенной фирмой к моменту t. Функция  $c_{i,F}(\cdot;h)$  является возрастающей для каждого  $h \ge 0$ , так как является функцией издержек. В то же время функция  $c_{i,F}(y;\cdot)$ , напротив, является убывающей для каждого y > 0, что отражает основную идею обучения (с ростом опыта производство единицы объема продукции обходится дешевле).

Множество стратегий лидера:

$$X_{L} = \left\{ x_{L} = (Q_{L}, y_{L}^{0}, Q_{L}^{1}, y_{L}^{1}, \dots y_{L}^{T}) \in \mathbb{R}_{+}^{T+3} | y_{L}^{0} \leq Q_{L}, \sum_{t=0}^{T} y_{L}^{t} \leq Q_{L} + Q_{L}^{1} \right\}$$

Множество стратегий последователя:

$$X_F = \left\{ x_F = (enter, i, Q^F, y_F^0, ..., y_F^T) \in \{0, 1\} \times \{1, ..., n\} \times \mathbb{R}_+^{T+2} | \sum_{t=0}^T y_F^t \le Q_F \right\}$$

Значения целевых функций для фиксированного исхода  $(x_L, x_F) \in X_L \times X_F$ :

$$\Pi_L(x_L|x_F) = \begin{cases} \max_{y_L^0 \in [0,Q_L]} \left[ p(y_L^0) y_L^0 - c_L(y_L^0) - c_L^Q(Q_L) \right], \text{если } enter = 0 \\ \sum_{t=0}^T \left[ p(y_L^t + y_F^t) y_L^t - c_L(y_L^t) \right] - c_L^Q(Q_L) - c_L^Q(Q_L^1), \text{ } \text{иначе} \end{cases}$$

$$\Pi_F(x_F|x_L) = egin{cases} 0, ext{ если } enter = 0 \ \sum_{t=0}^T ig[ p(y_L^t + y_F^t) y_F^t - c_{i,F}(y_F^t|h_F^t) ig] - c_F^Q(Q_F) - P_i, ext{ иначе} \end{cases}$$

Сформулированная модель является динамической игрой двух лиц с совершенной информацией. Наиболее естественной концепцией решения представляется решение методом обратной индукции [Береснев, Суслов, 2009]. Согласно теории игр, каждое такое решение является равновесным по Нэшу [Береснев, Суслов, 2009].

Содержательная траектория данной модели включает следующие этапы рыночного освоения инновационного продукта (рис. 2.5):

- 1) Инноватор монополист, цена продукта высока ввиду избыточного спроса.
- 2) Вторая фирма покупает технологию производства данного продукта, но ввиду ее несовершенства, не может безубыточно производить достаточно большие объемы, чтобы повлиять на рыночную цену. Цена малоэластична по объемам фирмы и рыночная ситуация все еще близка к монопольной.
- 3) Фирма-новичок совершенствует технологию, постепенно снижая издержки на производство. В какой-то момент, пока еще высокая цена начинает перекрывать издержки фирмы-последователя, она достигает окупаемости, работая на полную мощность.
- 4) Фирма-последователь наращивает объемы выпуска, и рынок начинает насыщаться данной продукцией. Цена уже достаточно эластична по объемам второй фирмы и ситуация близка к полноценной конкуренции.

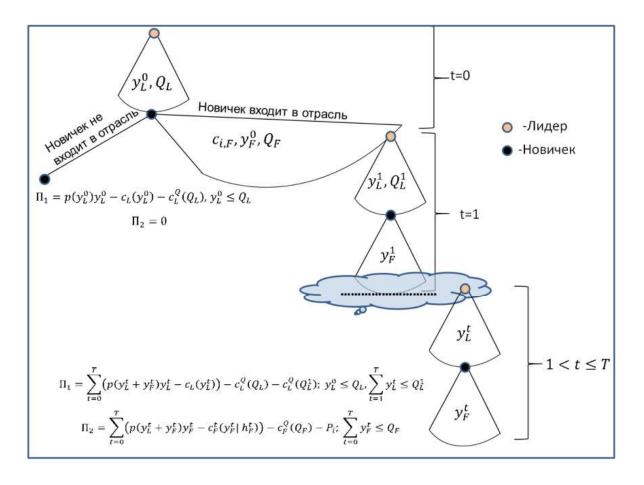


Рис. 2.5. Модель динамической игры двух лиц с совершенной информацией

Заметим, что модель может описывать и такие сценарии, когда фирма-лидер выбором мощностей и объема производства может выдавить потенциального конкурента из рынка. А также такой сценарий, когда фирма-последователь какое-то время работает в убыток, чтобы быстрее получить конкурентоспособную технологию.

### Приложение. Модель дуополии Штакельберга

Олигополией называют ситуацию, когда на рынке несколько производителей, и каждый из них может влиять на цену. Если таких производителей двое, то такую олигополию называют дуополией.

Итак, считается, что некоторую однородную продукцию производят две фирмы, технологии которых представлены возрастающими функциями издержек  $c_j(y_j)$ ,  $j \in \{1,2\}$ , а ценообразование определяется убывающей обратной функцией спроса p(Y). В модели дуополии, предложенной Генрихом фон Штакельбергом [Бусыгин и др., 2000], первый участник выбирает производимое количество,  $y_1$ , и является лидером. Под этим подразумевается то, что второй участник (последователь) рассматривает объем производства, выбранный первым участником, как данный. Другими словами, второй участник сталкивается с остаточным спросом, который получается вычитанием из исходного спроса величины  $y_1$ . Ориентируясь на этот остаточный спрос, второй участник выбирает свой объем производства,  $y_2$  (или цену, что в данном случае одно и то же). Лидер просчитывает действия ведомого, определяет, какая цена устанавливается на рынке при каждом  $y_1$ , и исходя из этого максимизирует свою целевую функцию. Целевыми функциями субъектов является прибыль, т.е. общая выручка за вычетом издержек:

$$\Pi_1(y_1) = p(y_1 + y_2)y_1 - c_1(y_1) 
\Pi_2(y_2) = p(y_1 + y_2)y_2 - c_2(y_2)$$

Считается, что эта модель хорошо описывает рыночную ситуацию в случае, когда фирма-лидер, занимает значительную долю рынка. Так или иначе, ситуации, представленные в модели не столь редки на реальных рынках.

С точки зрения теории игр модель Штакельберга представляет собой динамическую игру с совершенной информацией, в которой лидер делает ход первым. Выпуски  $(y_1^S, y_2^S)$ , соответствующие совершенному в подыграх равновесию этой модели принято называть равновесием Штакельберга.

Определение. Вектор выпусков  $(y_1^s, y_2^s)$ , называется *равновесием Штакельберга*, если существует функция (представляющая равновесную стратегию ведомого)

$$r_2^S(\cdot): \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+,$$

такая, что выполнены два условия:

- 1. Выпуск  $y_2 = r_2^S(y_1)$  максимизирует прибыль ведомого на  $[0, +\infty)$  при любом выпуске лидера,  $y_1 \ge 0$ .
- 2. Выпуск  $y_1^s$  является решением задачи максимизации прибыли лидера:

$$\Pi_1(y_1) = p(y_1 + r_2^S(y_1))y_1 - c_1(y_1) \rightarrow \max_{y_1 \ge 0}$$