А.В. Рыженков

СОЦИАЛЬНО-ОРИЕНТИРОВАННАЯ ПОЛИТИКА СТАБИЛИЗАЦИИ, ПРЕДОТВРАЩАЮЩАЯ ОБОСТРЕННЫЕ РЕЖИМЫ КАПИТАЛИСТИЧЕСКОГО НАКОПЛЕНИЯ

Введение

А.В. Улюкаев, анализируя современные кризисные тенденции, обратился к работе В.И. Ленина [1] и предположил, что эпоха благостного развития миновала безвозвратно – она сменилась эпохой гораздо более порывистой, скачкообразной, катастрофичной, конфликтной [2].

Актуальность моделирования обостренных политико-экономических процессов и политики их стабилизации, несомненно, возросла. В мировой литературе получены значимые результаты.

В частности, работа [3] предупредила о возможных пагубных последствиях стандартного участия работников в прибыли, как показано в статье [4]. Эта последняя установила также, что резкое падение нормы капиталистического накопления может быть разрушительным для политики стабилизации, использующей участие работников в прибыли.

Предложены модели, таящие эндогенную норму капиталистического накопления под вуалью государственных налогов и расходов [5–7]. Сокровенные секреты этих работ ждали объяснения: во-первых, почему добавление в модели государственных расходов, уравновешиваемых налогами, уменьшает стационарную (валовою и чистую) долю труда в национальном доходе, во-вторых, почему это добавление, сопровождаемое стандартным участием в прибыли, уменьшает долгосрочную норму занятости? На данные вопросы предварительно ответила статья [8].

Настоящая работа развивает формальные результаты [8], углубляет их политэкономическую интерпретацию, освобождая изложение от «строительных лесов» – терминов теории игр.

В разделе 1 кратко рассмотрены свойства модели цикличной динамики с участием работников в прибыли, предложенной в [3]. Эта модель обозначается как ФМ. Интенсивной формой ФМ служит двумерная система нелинейных ОДУ, в которой стационарная относительная заработная плата остается такой же, как в модели Гудвина (МГ), тогда как стационарная норма занятости снижается. Для ФМ доказана глобальная асимптотическая устойчивость нетривиального стационарного состояния (фокуса), что само по себе предпочтительней нейтрального центра в МГ.

«Капризная» инвестиционная функция, предложенная в [5, 7, 9], порождает неустойчивость стационарного состояния в модифицированной модели (ФМ-1). Взрывное инвестиционное поведение благодаря доминированию положительных обратных связей означает, что стандартное участие в прибыли утратило прежнюю роль спасительного якоря.

Раздел 2 исследует, как сбалансированные государственные налоги и расходы, описанные в [5], сужают участие работников в прибыли при попытке обеспечить устойчивость накопления капитала в расширенной модели (ФМ-2) с той же «капризной» инвестиционной функцией.

Рассмотрены соперничающие формы неолиберальной политики стабилизации капиталистического воспроизводства. Если «неоклассическая» форма задает отрицательный множитель (параметр управления) при разнице между стационарной и текущей нормами занятости в уравнении для налоговой ставки, то «кейнсианская» форма использует в нем положительный множитель. Успешная стабилизация в ФМ-2 на базе «кейнсианской» политики, как показано, исключена.

Выявлена сингулярность, разрушающая стабильность воспроизводства в ФМ-2 по достижении отмеченным параметром управления отрицательной пороговой величины. Для интервала значений данного параметра, близко подступающего к пороговой величине, доказано, что достаточно активная «неоклассическая» политика поддерживает локальную асимптотическую устойчивость нетривиального стационарного состояния. Однако, по отношению к МГ, в ФМ-2 снижается не только стационарная норма занятости, но и стационарная относительная заработная плата.

Раздел 3 обращен к модернизированной модели (ММ), которая включает усиленную политику стабилизации, направленную на достижение целевой нормы занятости [4, 8]. Такая политика является выигрышной в долгосрочном аспекте для труда и капитала, в отличие от предыдущих разновидностей политики стабилизации. Темп прироста прибыли задан отклонением нормы занятости от целевой, а также темпом прироста нормы занятости.

Деспотичный транснациональный финансовый капитал, в сговоре со своими компрадорскими сателлитами, предпочитает проведение неолиберальной политики и не брезгует даже неофашизмом. Противодействием и, соответственно, базой для альтернативной политики выступает экономическая, политическая и идеологическая борьба трудящихся (национальная и интернациональная), что осознают российские профсоюзы, в частности, объединенные в ФНПР [10] и КТР.

1. Режимы капиталистического накопления с обострением

1.1. Экстенсивная форма ФМ

При условии авансирования капиталистов рабочими, при абстрагировании от внешних экономических связей, а также без учета запаздывания в относительной заработной плате ФМ состоит из следующих уравнений[1]:

$$P = K/s; \tag{1.1}$$

$$a = P/L; \tag{1.2}$$

$$u = w/a; \tag{1.3}$$

$$\hat{a} = h > 0, \tag{1.4}$$

$$s = const > 1 \tag{1.5}$$

$$v = L/N; \tag{1.6}$$

$$N = N_0 e^{nt}, \quad n = const \geq 0, \quad N_0 > 0; \tag{1.7}$$

$$\hat{w} = -g + rv + e\frac{1-u}{s}, \; g > 0, \quad r > 0, \; 0 < e < kh/d; \tag{1.8}$$

1 Производные переменных по времени обозначены точками над символами, темпы прироста переменных – знаком циркумфлекс ^ непосредственно над ними.

$$P = Q + \dot{K} = wL + (1 - k)M + \dot{K}; \quad (1.9)$$

$$\dot{K} = kM = k[(1 - w/a)P] = k[(1 - u)P],$$

$$sd < k \leq 1. \quad (1.10)$$

Уравнение (1.1) задает технико-экономическое отношение между основным капиталом K и чистым продуктом P. Фондоемкость обозначена как s, фондоотдача – как m. Уравнение (1.2) связывает выработку a, чистый продукт P и занятость L. Уравнение (1.3) описывает относительную оплату труда, или долю заработной платы в чистом продукте u. Уравнение (1.4) предполагает постоянный экзогенный темп прироста выработки, равный темпу прироста фондовооруженности (K/L), когда фондоемкость сохраняется неизменной, согласно уравнению (1.5).

В соответствии с уравнением (1.7) темп прироста трудовых ресурсов (N) равен постоянной величине n. Стационарный темп прироста чистого продукта и основного капитала есть $d = h + n$.

Уравнение (1.6) определяет норму занятости v как результат актов купли-продажи рабочей силы. Уравнение (1.8) увязывает темп прироста реальной единичной заработной платы w с нормой занятости v и нормой прибыли $(1 - u)/s$.

Темп прироста заработной платы предстает как сумма базового $\hat{w}^m$ и стимулирующего $\hat{w}^b$ темпов прироста $\hat{w} = \hat{w}^m + \hat{w}^b$, причем первый определяется нормой занятости v

$$\hat{w}^m = -g + rv, \quad (1.8a)$$

а второй – нормой прибыли, по стандартному правилу участия рабочих в прибыли,

$$\hat{w}^b = e\frac{1-u}{s}, \quad (1.8b)$$

где e выступает индексом участия в прибыли.

Балансовое уравнение (1.9) показывает конечное использование чистого продукта P, где Q – личное и общественное потребление, $\dot{K}$ – накопление основного капитала. Прибавочный продукт M может не только инвестироваться, но и использоваться для покрытия личных расходов буржуазии, а также части государственных расходов, непосредственно не связанных с воспроизводством рабочей силы. Соответственно, доля инвестирования из прибавочного продукта в основной капитал $sd < k = const \leq 1$.

Накопление основного капитала определяется уравнением (1.10). Для простоты чистые инвестиции равны чистому приросту основного капитала. В соответствии с уравнениями (1.9) и (1.10) прибавочный продукт $M = (1 - u)P$ не совпадает количественно с накоплением основного капитала $\dot{K}$, если норма капиталистического накопления $k < 1$. Описание модели сразу дано в обобщенной форме для $sd < k \leq 1$, тогда как в [3] предполагалось исключительно $k = 1$.

Появление произведения sd в качестве нижней границы нормы капиталистического накопления – слабое место МГ и ФМ, т.к. в реальной действительности относительная заработная плата остается положительной величиной и при $sd \geq k$ [4]. Эндогенный характер нормы капиталистического накопления при снятии необходимости в указанной границе рассмотрен в [11].

1.2. Инвестиционное поведение в ФМ-1

Интерес представляет инвестиционная функция, предложенная в работах [5, p. 387, уравнение 3.17] и [7, p. 135, уравнения 4.30 и 4.32], которые восходят к [9]. Творцы указанной функции предположили, что фирмы создают определенный избыток производственных мощностей, позволяющий приспосабливаться к колебаниям спроса.

Обобщением уравнения (1.1) служит

$$P = mKx, \tag{1.1a}$$

где новая переменная x – показатель использования производственных мощностей. Теперь норма прибыли есть $(1 - u)mx$, соответственно, вместо уравнения (1.8b) выполнено $\hat{w}^b = e(1 - u)mx$. Wolfstetter добавил три предположения [5]:

1) фирмы не располагают информацией относительно отклонения краткосрочного темпа прироста совокупного спроса ($\bar{g}$) от долгосрочного (d), т.е. ожидаемое ими значение $(\bar{g} - d)$ равно нулю;

2) производная темпа прироста основного капитала $\widehat{K} = km(1-u)x$ по времени определена как отклонением этого

темпа прироста от своего стационарного значения, так и относительной разницей фактического и стационарного показателей использования производственных мощностей;

3) долгосрочный темп прироста совокупного спроса d равен так называемому естественному темпу прироста производства, $g_n = d = h + n$.

С учетом сказанного, следующее уравнение определяет искомую инвестиционную функцию:

$$\dot{\widehat{K}} = km[\dot{x}(1-u) - x\dot{u}] =$$
$$=\varepsilon[d - \widehat{K} + (x/x_a - 1)\theta] = \varepsilon(d - \widehat{K} + x - 1), \qquad (1.11)$$

где параметр $\theta = 1\left[\frac{1}{\text{г.}}\right]$ согласует единицы измерения, параметр $\varepsilon > 0$ определяет скорость адаптации. Параметры θ, $x_a = 1$ опущены для краткости в конечной записи уравнения (1.11) и ниже.

Из уравнения (1.11) следует уравнение для производной показателя использования производственных мощностей по времени:

$$\dot{x} = [\varepsilon(d - 1 + x - kmx(1-u)]\,\frac{1}{km(1-u)} + \frac{\dot{u}}{1-u}x. \qquad (1.12)$$

1.3. Интенсивная форма ФМ-1 и неустойчивость стационарного состояния

В дополнение к уравнению (1.12), интенсивная форма ФМ-1 содержит следующие два нелинейные дифференциальные уравнения, обобщающие уравнения ФМ:

$$\dot{u} = [-g + rv + emx(1-u) - h]u, \qquad (1.13)$$

$$\dot{v} = [kmx(1-u) - h - n + \widehat{x}]\,v. \qquad (1.14)$$

Положительное стационарное состояние ФМ-1 определяется как

$$E_a = (u_a, v_a, x_a), \qquad (1.15)$$

где относительная оплата труда $u_a = u_G = 1 - \dfrac{d}{km}$ такая же, как в МГ и в ФМ, норма занятости $v_a = v_G - \dfrac{e}{k}\dfrac{d}{r} < v_G = (g + h)/r$ такая же, как в ФМ, и более низкая, чем в МГ, наконец, стационарный показатель использования производственных мощностей $x_a = 1$.

Стационарные темпы прироста выработки и заработной платы по-прежнему равны h. Стационарная норма прибавочной стоимости есть $m_a' = (1 - u_a)/u_a$. Стационарная норма прибыли есть $(1 - u_a)m = d/k$.

Для стационарного состояния E_a (1.15) уравнение (1.16) определяет матрицу Якоби

$$J_a = \left|\begin{array}{c|c|c} -emu_a < 0 & ru_a > 0 & em(1-u_a)u_a > 0 \\ \hline \dfrac{\varepsilon - d - emu_a}{1-u_a}\, v_a > 0 & r\dfrac{u_a v_a}{1-u_a} > 0 & \left(d + \dfrac{\varepsilon}{d} - \varepsilon + emu_a\right) v_a > 0 \\ \hline \dfrac{\varepsilon - emu_a}{1-u_a} > 0 & r\dfrac{u_a}{1-u_a} > 0 & \dfrac{\varepsilon}{d} - \varepsilon + emu_a > 0 \end{array}\right|. \quad (1.16)$$

Доказательства выделенных математических утверждений данного и последующих разделов, а также иллюстрирующие их экспериментальные результаты помещены в Приложение А.

Утверждение 1. Стационарное состояние (1.15) является (а) неустойчивым и (б) гиперболическим.

Дополнение 1. Если бы та же инвестиционная функция была добавлена к МГ ($e = 0$), Утверждение 1 осталось бы в силе.

Стандартное участие в прибыли не в состоянии стабилизировать накопление капитала с выбранной инвестиционной функцией. Как ипотечные кредиторы в недавнем финансовом пузыре, инвесторы в производительные активы в ФМ-1 «отравились пищей собственного приготовления» коллективно, если не по отдельности. Объективно обусловленная коллективная нерациональность и близорукая рациональность, по терминологии [12], или «рациональная иррациональность», по терминологии [13], закономерно приводят к экономическому краху.

Рис. 1.1. Сжатая причинно-следственная структура ФМ-1 поблизости от стационарного состояния; общее количество обратных связей – 8, среди них: 1-го порядка – 3 (1 – отрицательная, 2 – положительные), 2-го порядка – 3 положительные, 3-го порядка – 2 положительные

В первую очередь это объясняется положительной зависимостью $\dot{x}$ от x, отмеченной в [7, 5, p. 136], и, во-вторых, выявленной нами положительной зависимостью $\dot{v}$ от v. Для этой модели типична кооперация между *u, v, x,* сопровождаемая отсутствием конкуренции за рабочие места и наличием только «внутривидовой» конкуренции в u. В частности, вблизи стационарного состояния, как правило, имеет место $\frac{\partial \dot{v}}{\partial u} > 0$, т.к. обычно $\varepsilon > d + eta$. ФМ-1, в отличие от ФМ, не принадлежит классу моделей Гудвина, которые описывают взаимодействие «хищника» и «жертвы».

Мы видим, что стандартное участие в прибыли в условиях противоречивого инвестиционного поведения перестает справляться с ролью стабилизатора из-за доминирования положительных обратных связей (рис. 1.1), которое приводит моделируемую экономику в режим обострения. Такой стихийный обостренный режим завершается стремительным крахом (развалом), о чем свидетельствует заоблачное значение корня характеристического уравнения λ_1 (табл. А.2 Приложения А).

Панель 1 рис. 1.2 демонстрирует, к чему ведет неконтролируемый бум. Использованы следующие величины параметров: $e = 0{,}1$, $g = 1$, $h = 0{,}02$, $k = 1$, $m = 0{,}33$, $n = 0{,}02$, $r = 2$, $\varepsilon = 0{,}8$. В пределах нескольких месяцев норма прибыли (правая шкала), норма занятости (левая шкала) и показатель использования производственных мощностей (ось абсцисс) безудержно растут, достигается потолок полной занятости: если для $t_0 = 1958$ г. (условно), $v_0 = v_a = 0{,}508$, $u_0 = u_a = 0{,}879$, $x_0 = x_a + 0{,}0001 = 1{,}0001$, то $v \approx 0{,}99$ для $t = 1958{,}34$ г.

Панель 2 рис. 1.2 иллюстрирует катастрофический обвал. В пределах нескольких месяцев почти отвесное падение нормы прибыли (правая шкала) сопровождается подобным снижением душевого потребления трудящихся (левая шкала) и загрузки производственных мощностей (ось абсцисс). Дном служит минимальный уровень среднего потребления работника, принятый равным 40% от исходного показателя $w_0 v_0$ для $x_0 = x_a - 0.0001 = 0{,}9999$, а также прежних v_0 и u_0.

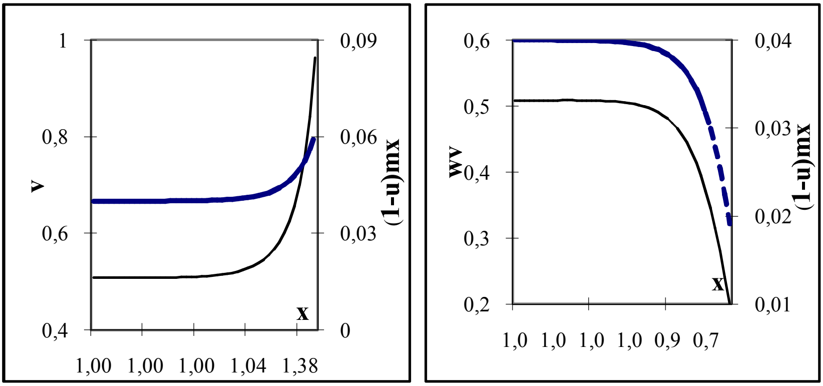

Рис. 1.2. Панель 1 – Неконтролируемый бум,
штрих – норма прибыли, сплошная линия – норма занятости;
панель 2 – катастрофический спад, штрих – норма прибыли,
сплошная линия – среднее душевое потребление работника;
1958–1958,336 гг.

Стихийными обострениями, приводящими даже к мировым войнам или к обширным экологическим кризисам, изобилует действительная история капитализма [1, 2, 10–15]. Для предотвращения их, нужно ответить на следующие вопросы на данном этапе восхождения от абстрактного к конкретному. Во-первых, как предотвратить доминирование выявленных положительных обратных связей? Во-вторых, как трансформировать обе положительные частные производные $\frac{\partial \dot{v}}{\partial v}$ и $\frac{\partial \dot{x}}{\partial x}$ в отрицательные? В-третьих, какой будет «цена» этих преобразований? Разделы 2 и 3 предлагают соперничающие варианты решений через структурные изменения, которые открывают, соответственно, меньший и больший простор для развития социально-экономического потенциала в рамках капитализма.

2. Ущербность неолиберальной политики стабилизации

В разгар «великой рецессии» Б. Обама, разъясняя антикризисную политику правительства, высказался без обиняков на встрече с руководителями 13 крупнейших банков в Белом доме

3 апреля 2009 г.: «Моя администрация – единственный барьер между вами и вилами» [14].

Cassidy отмечает, опровергая либеральный миф о «невидимой руке» рынка: «…обычно лишь своевременное государственное вмешательство позволяет современной экономике снова прийти в порядок» [13, p. 233–234].

Чтобы обсудить последствия фискальной политики для капиталистического накопления, Wolfstetter добавил в МГ государственный бюджет [5]. Предложенное им определение налоговой базы страдает из-за нечеткого разграничения производительного и фиктивного капитала (конкретнее – государственного долга в виде облигаций). Такой же недостаток присущ обновленной модели в [7, глава 4]. К счастью, эта путаница утрачивает значение для сбалансированного бюджета.

2.1. Две разновидности циклически не нейтрального государственного бюджета

Пусть T и G обозначают государственные налоги и расходы, соответственно. Согласно принятой выше посылке, они количественно равны. Уравнение (2.1) описывает бюджетное правило, которое подразумевает постоянную пропорцию $\delta \geq 0$ государственных расходов и налогов в национальном доходе для стационарного состояния

$$T = \delta_1 P = G = \delta P + \mu(v^* - v)P \tag{2.1}$$

Сегменты для параметров δ и μ могут быть определены только с помощью компьютерного моделирования в зависимости от значений остальных параметров. Реалистичные границы для таких сегментов экспертно установлены как $0{,}5 \geq \delta_1 \geq 0$, $0{,}5 \geq \delta \geq 0$, $|\mu| \leq 3$.

Заметим, что в МГ и ФМ-1 $\delta_1 \equiv 0$, что теперь предстает как частный случай. Для неравновесных состояний в ФМ-2 $\delta_1 = G/P = T/P = \delta + \mu(v^* - v)$. Следовательно, $\dot{\delta}_1 = -\mu\dot{v}$. Скорректируем другие уравнения с учетом сбалансированного государственного бюджета.

Национальный доход представляет собой сумму валового дохода рабочих и капиталистов:

$$wL + M = P. \tag{2.2}$$

После учета государственных налогов потребление рабочих и капиталистов представлено для «плоской» налоговой шкалы как

$$C = C_w + C_c, \qquad (2.3)$$

где

$$C_w = w(1 - \delta_1)L, \qquad (2.3a)$$

$$C_c = (1 - k)M(1 - \delta_1) = (1 - k)(1 - \delta_1)(1 - u)P. \qquad (2.3b)$$

Рассмотрим бюджетные ограничения. Начнем с бюджетного ограничения работников

$$Pu(1 - \delta_1) - C_w = 0, \qquad (2.4)$$

где $u = w/a$ – валовая относительная заработной плата и $u(1 - \delta_1)$ – чистая.

Перейдем к бюджетному ограничению капиталистов

$$P(1 - u)(1 - \delta_1) - \dot{K} - C_c = 0, \qquad (2.5)$$

где $\dot{K} = kM(1 - \delta_1)$. Теперь норма капиталистического накопления определена как $c = k(1 - \delta_1) < k$.

Принято рыночное равновесия на рынке произведенных товаров:

$$P = C + \dot{K} + G = w(1 - \delta_1)L + (1 - k)M(1 - \delta_1) + \dot{K} + G. \qquad (2.6)$$

После перестановки и замены выражением для чистого накопления капитала служит

$$\dot{K} = P(1 - \delta) - [w(1 - \delta_1)L + (1 - k)M(1 - \delta_1)] -$$

$$- \mu\,(v^* - v)P. \qquad (2.7)$$

Работы [5, 7] различают соперничающие формы неолиберальной политики стабилизации. Отличие ее «неоклассической» от «кейнсианской» формы определено множителем μ – отрицательным в первой и положительным во второй – при разнице между стационарной и текущей нормами занятости в уравнении для налоговой ставки (2.1).

2.2. Осложнение проблемы стабилизации «капризной» инвестиционной функцией

В дополнение к уравнению (1.13), интенсивная форма ФМ-2 включает следующие два нелинейных ОДУ:

$$\dot{v} = [kx(1-\delta_1)(1-u)m - d + \widehat{x}\,]v, \tag{2.8}$$

$$\dot{x} = \frac{1}{(1-u)(1-\delta_1+\mu v)}\left[\dot{u}(1-\delta_1)-(1-u)\mu(\widehat{K}-d)v+\frac{\varepsilon}{kmx}(d-1+x-\widehat{K})\right]x. \tag{2.9}$$

Уравнение (2.9) обнаруживает возможность сингулярности с пагубными последствиями для устойчивости, если $\mu = (\delta_1 - 1)/v < 0$, когда знаменатель перед скобкой обращается в ноль.

Система ОДУ (1.13), (2.8) и (2.9) имеет стационарное состояние

$$E_b = (u_b,\ v_b,\ 1), \tag{2.10}$$

где $0 < u_b = 1 - \dfrac{d}{k(1-\delta)m} < u_a = u_G < 1$, $0 < v_b = v_G - \dfrac{e}{k(1-\delta)}\dfrac{d}{r} < v_a < v_G < 1$, $x_b = x_a = 1$.

Темп прироста основного капитала с учетом налога на прибыль есть $\widehat{K} = k(1-u)(1-\delta_1)mx$. Частные производные темпа прироста основного капитала по фазовым переменным приведены в табл. 2.1. Заметим, что $\mathrm{sgn}\left(\dfrac{\partial\widehat{K}}{\partial v}\right) = \mathrm{sgn}(\mu)$.

Таблица 2.1

Частные производные темпа прироста основного капитала

Выражение	$\dfrac{\partial\widehat{K}}{\partial u}$	$\dfrac{\partial\widehat{K}}{\partial v}$	$\dfrac{\partial\widehat{K}}{\partial x}$
Общее	$-k(1-\delta_1)xm < 0$	$kx\mu(1-u)m$	$k(1-\delta_1)(1-u)m > 0$
Для стационарного состояния (2.10)	$-k(1-\delta)m = -d\dfrac{1}{1-u_b} < 0$	$\mu\, d\dfrac{1}{1-\delta}$	$d > 0$

Для стационарного состояния (2.10) системы (1.13), (2.8) и (2.9) матрица Якоби J_b определяется как

$$J_b = \begin{array}{|c|c|c|} \hline J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ \hline J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ \hline J_{31} & J_{32} & J_{33} \\ \hline \end{array} \quad . \qquad (2.11)$$

Как уважаемый читатель вскоре увидит, неустойчивость в ФМ-2 в основном «лечится» присутствием отрицательного множителя $\dfrac{1}{1-\delta+\mu v_b}$ на главной диагонали матрицы Якоби J_b, что предполагает достаточно активную «неоклассическую» политику стабилизации, которая выбирает некоторое допустимое значение $\mu < 0$.

Сингулярность затрагивает все без исключения элементы матрицы Якоби J_b во второй и третьей строках для значений параметра μ, близких к критическому значению

$$\mu_b = \frac{\delta-1}{v_b} < 0. \qquad (2.12)$$

Ультра-неустойчивость характерна для $\mu = \mu_b$. Поэтому в интервале устойчивости значения параметра μ такие, что $\mu_{\min} = -3 \le \mu < \mu_b < 0 < \mu_{\max} = 3$.

Перечислим, наконец, элементы матрицы Jb вместе с их алгебраическими знаками для $\mu < \mu_b$:

$J_{11} = -emu_b < 0$, $J_{12} = ru_b > 0$,

$J_{13} = em(1-u_b)u_b > 0$,

$$J_{21} = -k(1-\delta)mv_b + \frac{1}{(1-u_b)(1-\delta+\mu v_b)}[-emu_b(1-\delta)+\mu dv_b+\varepsilon(1-\delta)]v_b < 0,$$

$$J_{22} = km\mu(1-u_b)v_b + \frac{1}{(1-u_b)(1-\delta+\mu v_b)}$$

$$\left[ru_b(1-\delta)-(1-u_b)\frac{d}{1-\delta}v_b\mu^2 - \varepsilon\mu(1-u_b)\right]v_b < 0,$$

$$J_{23}= k(1-\delta)(1-u_b)mv_b + \frac{1}{(1-u_b)(1-\delta+\mu v_b)}$$

$$\left[e\frac{d}{k}u_b-(1-u_b)\mu dv_b+\frac{\varepsilon}{km}(1-d)\right]v_b < 0,$$

$$J_{31}= \frac{1}{(1-u_b)(1-\delta+\mu v_b)}\left[-emu_b(1-\delta)+\mu dv_b+\varepsilon(1-\delta)\right] < 0,$$

$$J_{32}=\frac{1}{(1-u_b)(1-\delta+\mu v_b)}\left[ru_b(1-\delta)-(1-u_b)\frac{d}{1-\delta}v_b\mu^2-\varepsilon\mu(1-u_b)\right] < 0,$$

$$J_{33}=\frac{1}{(1-u_b)(1-\delta+\mu v_b)}\left[e\frac{d}{k}u_b-(1-u_b)\mu dv_b+\frac{\varepsilon}{km}(1-d)\right] < 0.$$

Рисунок 2.1 отражает компактную причинно-следственную структуру ФМ-2, типичную для малой окрестности стационарного состояния (2.10).

ФМ-2, в отличие от ФМ-1, принадлежит к моделям «хищник» – «жертва» класса Гудвина. Теперь u ведет себя как хищник по отношению не только v, но и x, тогда как эти обе вступают в конкуренцию друг с другом. Для всех трех характерна «внутривидовая» конкуренция.

Элементы матрицы Якоби J_b, в том числе на главной диагонали, являются отрицательными, за исключением пары в первой строке ($J_{12}> 0$ и $J_{13}> 0$).

Нами опровергнуто положение о том, что для успешности финансовой стабилизации «знак μ не имеет значения», и что лишь важна достаточно большая абсолютная величина данного параметра [5, p. 388]. Выяснилось, что из-за вскрытого нарушения критерия Рауса–Гурвица, «кейнсианская» политика ($0 < \mu \leq 3$) не приводит к устойчивости стационарного состояния даже при стандартном участии рабочих в прибыли. Такой же неуспех сопровождает сдержанную «неоклассическую» политику стабилизации для $\mu_b < \mu < 0$. В пограничном случае ($\mu = 0$), предполагающем сбалансированный и циклически нейтральный государственный бюджет, также «царит» нестабильность.

Довольно активная «неоклассическая» политика способна удовлетворительно решать задачу стабилизации.

Рис. 2.1. Сжатая причинно-следственная структура ФМ-2 возле стационарного состояния; общее количество обратных связей – 8, среди них: 1-го порядка – 3 отрицательные, 2-го порядка – 3 (2 положительные, 1 отрицательная), 3-го порядка – 2 положительные.

Утверждение 2. Для $\mu < \mu_b$ стационарное состояние (2.10) является (а) локально асимптотически устойчивым и (б) гиперболическим.

Дополнение 2. Если бы $e = 0$, как в МГ, Утверждение 2 осталось бы в силе.

Параметрическая оптимизация политики стабилизации проводилась по программе *Vensim*. Минимизировалась сумма интегральных абсолютных отклонений нормы занятости от стационарной, а также значений штрафной функции, которая препятствует чрезмерным отклонениям налоговой ставки от своего стационарного значения, заданного экспертно ($\delta = 0{,}3$):

$$\text{Minimize}\left[\int_{1958}^{2021}\left|v - \text{v}_b\right|dt + 10^3\int_{1958}^{2021}\left|\delta_1 - \delta\right|dt\right]$$

при ограничениях

$$\dot{y} = f(y, \mu,\ \varepsilon),$$

$$y_0 = (u_0, v_0, x_0) = (0{,}8268,\ 0{,}518,\ 1{,}2),$$

$$-3 \le \mu = -2 \le -2,\ 0{,}01 \le \varepsilon = 1 \le\ 1.$$

Параметрическая оптимизация политики стабилизации позволила найти субоптимальные величины параметров управления в сценарии I: $\mu = -2$, $\varepsilon = 1$. Использованы прежние величины остальных параметров, как в ФМ-1 выше (раздел 1.3). Проверено, что налоговая ставка ($0{,}1855 \le \delta_1 \le 0{,}3562$) лежит в допустимом сегменте [0, 0,5]. Ограничение $|\mu| \le 3$ также удовлетворено.

Итак, первые два вопроса, поставленные в конце раздела 1.3, получили в рамках ФМ-2 ясные ответы. Обе рассмотренные формы неолиберальной политики стабилизации вместе со стандартным участием в прибыли ведут к снижению долговременной нормы занятости и долговременной относительной заработной платы по отношению к МГ. Такова «цена» этой политики, усугубляющей социально-экономическую неэффективность капитализма, для трудящихся. Таким образом, ответ неолиберализма на третий вопрос (в конце раздела 1.3) социально конфликтен.

3. Социально-ориентированная политика стабилизации в ММ

Статьи [4, 8] предложили усиленную политику стабилизации в рамках альтернативной модели (ММ). Покажем, что она может успешно применяться для смягчения долгосрочных проблем безработицы и социально-экономического неравенства даже при использовании «капризной» инвестиционной функции.

Главная черта ММ – сочетание регулирования темпа прироста прибыли по производной с его пропорциональным регулированием:

$$\widehat{M} = c_2(X_1 - v) + (1-q)\widehat{v}\,, \qquad (3.1)$$

где X_1 – индикативная норма занятости, $c_2 > 0$, $q > 1$.

Норма накопления задана в ММ экзогенно – так же как в МГ, ФМ и ФМ-1. Интенсивная форма ММ состоит из трех нелинейных ОДУ (3.2), (1.14) и (3.3). Первое из них следует из уравнений (3.1) и (1.14):

$$\dot{u} = \{c_2(v - X) + q[kmx(1-u) - d + \widehat{x}]\}(1-u)\,. \qquad (3.2)$$

Второе уравнение (1.14) входит также в ФМ-1. К третьему ОДУ (3.3) ведет цепочка преобразований, которую для краткости приходится опустить:

$$\dot{x} = \frac{c_2(v - X) + q(\widehat{K} - d)}{1-q}x + \frac{\varepsilon}{(1-u)(1-q)km}(d - \widehat{K} + x - 1)\,. \qquad (3.3)$$

Нетривиальное стационарное состояние

Стационарное состояние для системы ОДУ (3.2), (1.14) и (3.3) определяется как

$$E_c = (u_a, X, x_a), \qquad (3.4)$$

где u_a и x_a берутся из уравнения (1.15), целевая норма занятости $X = X_1 - \dfrac{d}{c_2} > v_G > v_a$.

Соответственно, два элементарных темпа прироста заработной платы $\widehat{w}$ – базовый $\widehat{w}^m$ и поощрительный $\widehat{w}^b$ – объекты пропорционального регулирования и регулирования по производной:

$$\widehat{w}^m = c_2(v - X)\frac{1-u}{u} + c_1, \tag{3.5a}$$

$$\widehat{w}^b = h + q\widehat{v}\,\frac{1-u}{u} - c_1, \tag{3.5b}$$

где $0 < c_1 = const < h$. Если, например, $c_1 = h/2$, то стационарные базовый и поощрительный темпы прироста заработной платы равны: $\widehat{w}_c^m = \widehat{w}_c^b = h/2$.

Локальная асимптотическая устойчивость стационарного состояния

Таблица 3.1 содержит частные производные для темпа прироста основного капитала $\widehat{K} = k(1-u)mx$, которые востребованы в расчете элементов очередной матрицы Якоби (3.6).

Таблица 3.1

Частные производные темпа прироста основного капитала по фазовым переменным для стационарного состояния (3.4)

$\dfrac{\partial\widehat{K}}{\partial u}$	$\dfrac{\partial\widehat{K}}{\partial v}$	$\dfrac{\partial\widehat{K}}{\partial x}$
$-km = -d\dfrac{1}{1-u_a}$	0	$k(1-u_a)\,m = d$

$$J_c = \begin{array}{|c|c|c|}\hline q\dfrac{-d+\varepsilon}{1-q} & c_2(1-u_a)\,\dfrac{1}{1-q} & q\dfrac{1-u_a}{1-q}\left(d+\dfrac{\varepsilon}{d}-\varepsilon\right) \\ \hline \dfrac{-d+\varepsilon}{(1-q)(1-u_a)}X & \dfrac{1}{1-q}c_2X & \dfrac{1}{1-q}\left(d+\dfrac{\varepsilon}{d}-\varepsilon\right)X \\ \hline \dfrac{-qd+\varepsilon}{(1-q)(1-u_a)} & \dfrac{1}{1-q}\;c_2 & \dfrac{1}{1-q}\left(qd+\dfrac{\varepsilon}{d}-\varepsilon\right) \\ \hline \end{array} \tag{3.6}$$

Р*ис. 3.1*. Сжатая причинно-следственная структура
расширенной ММ возле стационарного состояния;
общее количество обратных связей – 8, среди них:
1-го порядка – 3 отрицательные, 2-го порядка – 3 положительные,
3-го порядка – 2 отрицательные

Элементы матрицы Якоби J_c имеют характерные алгебраические знаки: $J_{11} < 0$, если $\varepsilon > d$, $J_{12} < 0$, $J_{13} < 0$, $J_{21} < 0$, если $\varepsilon > d$, $J_{22} < 0$, $J_{23} < 0$, $J_{31} < 0$, если $\varepsilon > qd$, $J_{32} < 0$, $J_{33} < 0$.

Рис. 3.1 представляет собой сжатую причинно-следственную структуру ММ, типичную для локальной окрестности стационарного состояния.

Для достаточно активных инвестиционных процессов выполнено $\varepsilon > qd$, и подавно соблюдено $\varepsilon > d$. В результате изменения структуры экономических отношений все элементы матрицы Якоби J_c, в том числе расположенные на главной диагонали, отрицательные.

Подобно происходящему в ФМ-2, для u, v и x характерна «внутривидовая» конкуренция. Все они конкурируют и друг с другом в отличие от их кооперации в ФМ-1. Таким образом, подобно ФМ-1, хотя и по иным конкретным причинам, ММ не является моделью взаимодействия «хищника» и «жертвы» из класса моделей Гудвина, включающего МГ, ФМ и ФМ-2.

Утверждение 3. Стационарное состояние (3.4) является (а) локально асимптотически устойчивым (б) и гиперболическим.

Параметрическая оптимизация политики стабилизации снова проводилась по программе *Vensim*. Минимизировались сумма интегральных абсолютных отклонений нормы занятости от целевой, а также значений штрафной функции, запрещающей чрезмерный рост нормы занятости:

$$\text{Minimize}\left[\int_{1958}^{2021}|v-X|dt+10^5\int_{1958}^{2021}\text{sgn}(v-X)dt\right]$$

при ограничениях

$\dot{y} = f(y,\ c_2,\ q,\ \varepsilon)$, $X = 0{,}95$, $0{,}01 \le c_2 = 0{,}4 \le 1{,}5$, $0{,}5 \le q = 4 \le 7$, $0{,}1 \le \varepsilon = 1 \le 2$.

Нормативной сценарий II использует найденные субоптимальные величины параметров управления: $c_2 = 0{,}8823$, $q = 7$ и $\varepsilon = 2$, а также прежние значения общих параметров и тот же начальный вектор y_0, унаследованные от ФМ-2.

Имитации показывают, что норма занятости v движется к целевому значению с очень умеренным перерегулированием, характеризуемым $X = 0,95 < v_{max} = 0,953 < 1$. Рис. 3.2a–3.2d отражают результаты экономической политики в ММ в сценарии II, которые, как правило, выше, чем в сценарии I на базе ФМ-2. Кроме того, относительно возрастают основные экономические показатели, включая занятость, прибыль, совокупную заработную плату, среднее душевое потребление трудящихся. Более детальный отчет о преимуществах сценария II выходит за границы статьи.

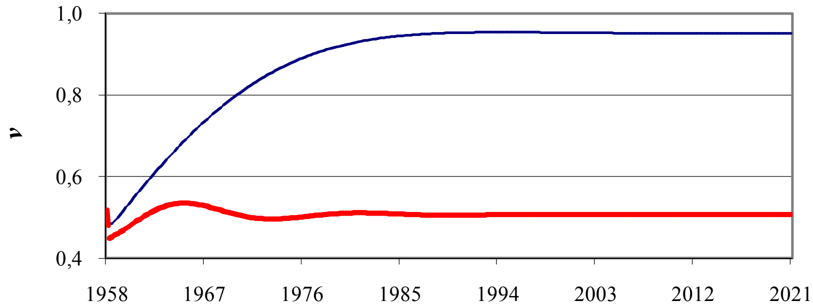

Рис. 3.2a. Норма занятости v (сплошная линия – сценарий II, курсивная – сценарий I), 1958–2021 гг.

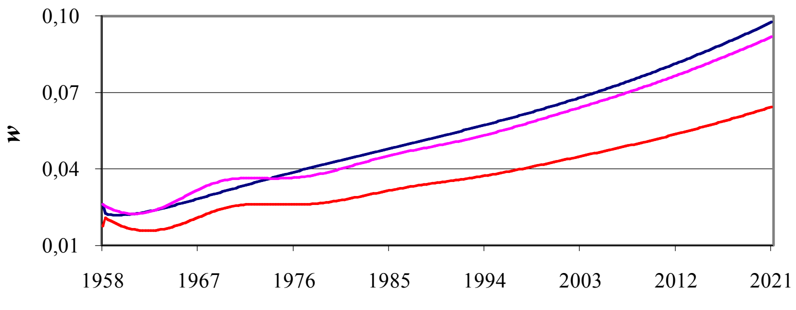

Рис. 3.2b. Заработная плата (сплошная линия – w в сценарии II; курсивная – чистая $w(1 - \delta_1)$ и штрих-курсивная – валовая w в сценарии I), 1958–2021 гг.

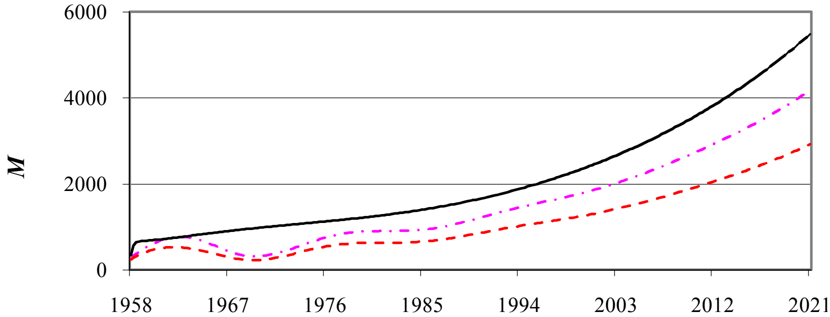

Рис. 3.2c. Прибыль (сплошная линия – M в сценарии II; курсивная – чистая $M(1-\delta_1)$ и штрих-курсивная – валовая M в сценарии I), 1958–2021 гг.

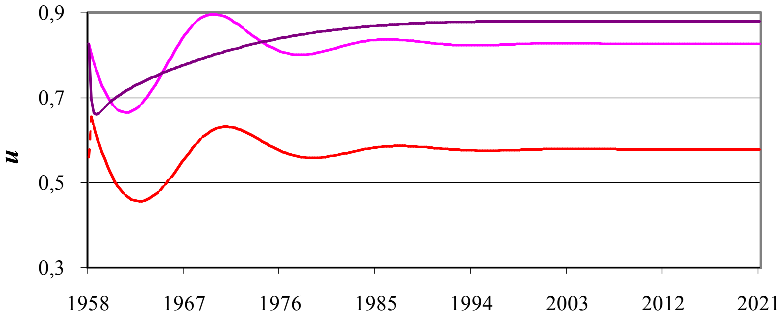

Рис. 3.3d. Относительная заработная плата (сплошная линия – u в сценарии II; курсивная – чистая $u(1-\delta_1)$ и штрих-курсивная – u валовая в сценарии I) , 1958–2021 гг.

Даны искомые ответы на вопросы, заданные в конце раздела 1.3. Кратко их резюмируем.

Во-первых, благодаря усиленной политике стабилизации, устранено доминирование положительных обратных связей. Во-вторых, для нового стационарного состояния обе частные производные $\frac{\partial \dot{v}}{\partial v}$ и $\frac{\partial \dot{x}}{\partial x}$ стали отрицательными. В-третьих, в сценарии II на основе ММ значительно возросла долгосрочная норма занятости по отношению ко всем альтернативным моделям, а также долговременно повысилась относительная заработная плата в сравнении со сценарием I на базе ФМ-2 (табл. А.1). Эти структурные изменения предотвращают режимы с обострением, которые правят бал в ФМ-1, а также, для $\mu \notin [\mu_{\min}, \mu_b)$, в ФМ-2.

Заключение

Показано, что стандартное участие в прибыли утрачивает свою стабилизирующую роль в ФМ-1, которая включает «капризную» инвестиционную функцию. Стабилизация в ФМ-2 достигается благодаря «неоклассической» бюджетной политике. Однако государственные расходы, уравновешиваемые налогами, сокращают долгосрочную норму накопления капитала. В результате в ФМ-2, по сравнению с МГ, ФМ и ФМ-1, снижается долгосрочная относительная заработная плата, а также (при стандартном участии в прибыли) увеличивается долгосрочная норма безработицы.

Предлагаемая усиленная политика стабилизации предусматривает модернизированное участие трудящихся в прибыли в рамках обновленного буржуазного тред-юнионизма. И прямая ориентация темпа прироста прибыли на намеренно высокую норму занятости, и отрицательная зависимость этого темпа от темпа прироста нормы занятости – ключевые элементы этой политики.

В отличие от взрывной ФМ-1, в ММ устранено деструктивное доминирование выявленных положительных обратных связей, и в результате укрощена «строптивая» инвестиционная функция, что предполагает усиление государственного регулирования. Предотвращение наиболее пагубных последствий перенакопления капитала достигнуто благодаря структурным изменениям, которые смягчают противоречия между общественным характером производства и частнокапиталистическим присвоением его результатов, а также между стоимостью и потребительной стоимостью рабочей силы.

Кроме того, эта политика не уменьшает долговременную норму накопления капитала по отношению к МГ, в отличие от расточительной неолиберальной («кейнсианской» или «неоклассической») политики стабилизации в ФМ-2. Таким образом, устраняется основная причина снижения стационарной нормы занятости и стационарной относительной оплаты труда, а также обеспечивается долгосрочный выигрыш труду по совокупной заработной плате и капиталу – по народнохозяйственной прибыли.

Указанные преимущества служат основой компромисса, достигаемого трудящимися и капиталистами при государственном посредничестве. На практике такое согласие не могут не подрывать систематически наиболее агрессивные слои господствующего класса (возможно в ущерб собственной долговременной прибыли) и их государственные представители, закономерно опасающиеся организованного рабочего движения и всемерно препятствующие ему.

Несмотря на отмеченное мощное реакционное противодействие[1], рекомендованная социально-ориентированная политика стабилизации – вызов и шанс для тех влиятельных кругов современного государственно-монополистического капитализма, которые ныне, подобно Ф.Д. Рузвельту в прошлом, обеспокоены его дряхлением, а также присущими ему кризисами, войнами и катастрофами.

Если посредством усиленного государственного контроля над народнохозяйственной прибылью смягчить социально-экономические противоречия не удастся, трудящимся массам, ведомым своим авангардом, придется быстрее осознанно выбирать между перезрелым капитализмом и коммунизмом, сохраняющим и преумножающим достижения предшествующей формации.

Литература

1. **Ленин В.И.** Предисловие к брошюре И. Бухарина «Мировое хозяйство и империализм» / Полное собрание сочинений. Том 27. – Доступ (15.01.2015): http://leninism.su/works/66-tom-27/2062-predislovie-k-broshyure-i-buxarina-lmirovoe-xozyajstvo-i-imperializmr.html

[1] Трудящимся повседневно приходится сталкиваться с этим противодействием в его разнообразных формах, что помогает им докапываться до его истоков и освобождаться от иллюзий катедер-социализма.

2. **Выступление** министра экономического развития РФ А. Улюкаева на панельной дискуссии «Здоровое будущее экономики» в рамках гайдаровского форума 14.01.2015. – Доступ (25.02.2015): http://www.youtube.com/watch?v=nVUtE6cWjZc
3. **Fanti L., Manfredi P.** 1998. A Goodwin-type growth cycle model with profit-sharing // Economic Notes 27: 371–402.
4. **Ryzhenkov A.V.** Employment-centred stabilisation policy propelling the economy to «escape velocity» [Electronic resource] // Creating the Future from Within: The 31st International Conference of the System Dynamics Society, Cambridge, Massachusetts USA. July 21 – July 25, 2013: Abstract, Paper. – Cambridge, 2013. – Доступ [15.02.2015] : http://www.systemdynamics.org/conferences/2013/proceed/papers/P1170.pdf; http://www.systemdynamics.org/conferences/2013/proceed/supp/S1170.pdf
5. **Wolfstetter E.** 1982. Fiscal policy and the classical growth cycle // Zeitschrift für Nationalökonomie (The Journal of Economics) 42: 375–393.
6. **Yoshida H., Asada T.** 2007. Dynamic analysis of policy lag in a Keynes–Goodwin model: stability, instability, cycles and chaos // Journal of Economic Behavior and Organization 62: 441–469.
7. **Flaschel P.** 2009. The Macrodynamics of Capitalism. Elements for a Synthesis of Marx, Keynes and Schumpeter. Heidelberg: Springer Verlag.
8. **Ryzhenkov A.V.** Win-lose, lose-lose and win-win stabilization policies for a growth cycle [Electronic resource] // Proc. of The 32nd International Conference of the System Dynamics Society, Delft, Netherlands, July 20 – July 24, 2014. – Delft, 2014. – Доступ [15.02.2015]: http://www.systemdynamics.org/conferences/2014/proceed/papers/P1458.pdf; http://www.systemdynamics.org/conferences/2014/proceed/supp/S1458.pdf
9. **Phillips A.W.** 1961. A simple model of employment, money and prices in a growing economy // Economica 73: 360–370.
10. **Председатель** ФНПР М. Шмаков о либералах, ценах и борьбе профсоюзов / Газета «Труд» № 011 от 20.02.2015. – Доступ [22.02.2015]: http://www.fnpr.ru/n/241/10467.html
11. **Ryzhenkov A.V.** The structural crisis of capital accumulation in the USA and its causa prima [Electronic resource] // The 28th International Conference of the System Dynamics Society, July 25–29, 2010 – Seoul, Korea. – Seoul, 2010. – Доступ (2.02.2015): http://www.systemdynamics.org/conferences/2010/proceed/papers/P1353.pdf; http://www.systemdynamics.org/conferences/2010/proceed/supp/S1353.pdf
12. **Ryzhenkov A.** 2000. Unfolding the Eco-wave. Why Renewal is Pivotal. Chichester a. o.: John Wiley & Sons Ltd.
13. **Cassidy J.** 2009. How Markets Fail: The Logic of Economic Calamities. New-York: Farrar, Straus and Giroux.

14. **Obama** to bankers: I'm standing «between you and the pitchforks» / The Note. – Доступ [22.02.2015]: http://abcnews.go.com/blogs/politics/2009/04/obama-to-banker/
15. **Валлерстайн И., Коллинз Р., Манн М., Дерлугьян Г., Калхун К.** Есть ли будущее у капитализма? – М.: Издательство Института Гайдара, 2015.

Приложение А

Стандартная форма характеристического уравнения третьего порядка предстает как

$$\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0, \tag{A.1}$$

где корни рассчитаны с использованием значений соответствующей матрицы Якоби J_X

$$a_0 = -det(J_X) = -(J_{11}J_{22}J_{33} + J_{12}J_{23}J_{31} + J_{21}J_{32}J_{13} - \\ - J_{13}\ J_{22}\ J_{31} - J_{23}\ J_{32}\ J_{11} - J_{12}\ J_{21}\ J_{33}), \tag{A.2}$$

$$a_1 = -(J_{23}\ J_{32} + J_{12}\ J_{21} + J_{13}\ J_{31} - J_{11}\ (J_{22} + J_{33}) - \\ - J_{22}\ J_{33}), \tag{A.3}$$

$$a_2 = -Trace(J_X) = -(J_{11} + J_{22} + J_{33}). \tag{A.4}$$

Доказательство Утверждения 1(а) для ФМ-1. Параметры характеристического уравнения для матрицы Якоби J_a выражаются как

$$a_0 = -\left|J_a\right| = -\frac{u_a v_b \varepsilon}{1-u_a}\ r < 0, \tag{A.5}$$

$$a_1 = -\varepsilon\ u_a (\ r\ \frac{v_b}{1-u_a} + em\ \frac{1}{d}\ ) < 0, \tag{A.6}$$

$$a_2 = -\mathrm{Trace}\ (J_a) = -\ (\frac{ru_a}{1-u_a}\ v_b + \frac{\varepsilon}{d} - \varepsilon\ ) < 0; \tag{A.7}$$

тогда как

$$a_1a_2 - a_0 = \frac{u_a v_b \varepsilon}{1-u_a}\ r\ \ (\frac{ru_a}{1-u_a}\ v_b + \frac{\varepsilon}{d} - \varepsilon + 1) + \\ + \varepsilon emu_a\ \frac{1}{d}\ (\frac{ru_a}{1-u_a}\ v_b + \frac{\varepsilon}{d} - \varepsilon\ ) > 0. \tag{A.8}$$

Необходимые и достаточные условия Рауса–Гурвица для локальной асимптотической устойчивости стационарного состояния (1.13а) нарушены, что подтверждают неравенства (А.5) – (А.7).

Доказательство *Утверждения* 1(б) для ФМ-1. Поскольку $|J_a| = \lambda_1\lambda_2\lambda_3 \neq 0$ среди корней нет корня, равного нулю[1]. Возможность дополнения положительного действительного корня двумя чисто мнимыми сопряженными корнями исключена тем, что $a_1a_2 - a_0 \neq 0$. Следовательно, неустойчивое стационарное состояние E_a является гиперболическим.

Доказательство *Дополнения* 1. Приведенные выше доказательства Утверждений 1(а) и 1(б), в частности, верны для $e = 0$.

Доказательство *Утверждения* 2 (а) для ФМ-2.

Корни характеристического уравнения для матрицы Якоби J_b выражаются для $\mu < \mu_b$ как

$$a_0 = \frac{1}{1-\delta+\mu v_b}\,\varepsilon u_a v_b\,[em\mu - \frac{r(1-\delta)}{1-u_a}] > 0, \tag{А.9}$$

$$a_1 = \frac{1}{1-\delta+\mu v_b}\,\varepsilon\,\{[\,\mu\, - r\,\frac{u_a}{1-u_a}\,(1-\delta)\,]\,v_b\, +$$

$$+ emu_b\,(\mu v_b - \frac{1-\delta}{d}\,)\,\} > 0, \tag{А.10}$$

$$a_2 = \frac{1}{1-\delta+\mu v_b}\,[\,(\varepsilon + emu_a)\mu v_b - \frac{ru_a(1-\delta)}{1-u_a}\,v_b -$$

$$-(\frac{\varepsilon}{d} - \varepsilon)(1-\delta)\,] > 0, \tag{А.11}$$

потому что в уравнениях (А.9) – (А.11) $\frac{1}{1-\delta+\mu v_b} < 0$, кроме того, все элементы в квадратных скобках и их алгебраические суммы отрицательны. Осталось проверить для $\mu < \mu_b$ выполнение $a_1a_2 - a_0 > 0$. Убеждаемся в этом с помощью представления, знак которого легко проверяется поэлементно:

$$a_1a_2 - a_0 = \frac{\varepsilon}{(1-\delta+\mu v_b)^2}\,\{[-r\frac{u_a}{1-u_a}\,(1-\delta)\,v_b -$$

[1] Своевременно напомнить, что произведение модулей комплексных чисел равно модулю их произведений.

$$-(1-\delta)+emu_a(\mu v_b-\frac{1-\delta}{d})]\,[(\varepsilon+emu_a)\,\mu v_b-$$

$$-\frac{ru_a(1-\delta)}{1-u_a}\,v_b-(\frac{\varepsilon}{d}-\varepsilon)(1-\delta)\,]\}+\frac{\varepsilon}{1-\delta+\mu v_b}\,[\varepsilon\,\mu v_b-$$

$$-(\frac{\varepsilon}{d}-\varepsilon)(1-\delta)\,]>0. \qquad (A.12)$$

Следовательно, критерий Рауса–Гурвица соблюден. Параметры характеристического уравнения для J_a в ФМ-1 – частный случай параметров для J_b в ФМ-2, когда $\delta = 0$ и $\mu = 0$.

Доказательство *Дополнения* 2. Легко убедиться, что доказательства Утверждений 2(а) и 2(б) остаются в силе без стандартного участия в прибыли, когда $e = 0$.

Доказательство *Утверждения* 3(а) для ММ. Критерий Рауса–Гурвица не нарушен:

$$a_0 = -\,|J_c| = c_2 v_a\,\frac{1}{q-1}\,\varepsilon > 0, \qquad (A.13)$$

$$a_1 = \frac{1}{q-1}\,(c_2 v_a + q)\varepsilon > 0, \qquad (A.14)$$

$$a_2 = -Trace(J_c) = \frac{c_2 v_a}{q-1} + \varepsilon + \frac{\varepsilon}{d(q-1)} > 0, \qquad (A.15)$$

$$a_1 a_2 - a_0 = \frac{1}{q-1}\,\frac{1}{q-1}\,\varepsilon\{c_2 v_a\,[\,c_2 v_a + \varepsilon(q-1) + \frac{\varepsilon}{d}\,] +$$

$$+ c_2 v_a + q[\varepsilon(q-1) + \frac{\varepsilon}{d}]\} > 0. \qquad (A.16)$$

Доказательства *Утверждения* 2(б) для ФМ-2 и *Утверждения* 3(б) для ММ, по сути, повторяют доказательство *Утверждения* 1(б) для ФМ-1, и поэтому опускаются.

Утверждение 4. Выводы об устойчивости или неустойчивости рассмотренных стационарных состояний в линеаризованных системах следует распространить на исходные нелинейные системы во всех трех случаях. Доказательство сводится к констатации отсутствия у характеристических уравнений действительных нулевых корней и чисто мнимых корней, позволяющей применить теорему Хартмана–Гробмана к гиперболическим стационарным состояниям.

Утверждения 1–4 подтверждают и значения корней в численных имитациях (табл. А.2.), использовавших вышеприведенные в данной статье параметрические величины (как общие, так и специфические).

Таблица А.1

Сопоставление стационарных состояний для альтернативных моделей

	Норма накопления	Норма занятости	Относительная заработная плата
ФМ-2	0,7	0,507	0,827 (валовая), 0,579 (чистая)
ФМ, ФМ-1	1	0,508	0,879
МГ	1	0,510	0,879
ММ	1	0,950	0,879

Таблица А.2

Корни характеристических уравнений и классификация стационарных состояний

Модель	λ_1	$\mathrm{Re}(\lambda_2, \lambda_3)$	$\mathrm{Im}(\lambda_2, \lambda_3)$	Стационарное состояние
ФМ-1	26,82	–0,125	±0,452	Седло-фокус – неустойчивое
ФМ-2	–67,33	–0,115	±0,385	Фокус-узел – устойчивое
ММ	–10,22	–0,126	±0,106	Фокус-узел – устойчивое